

یک مدل برنامه‌ریزی آمیخته و یک روش کارا برای مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان

اعظم دولت‌نژاد ثمرین^۱، سید علی میر حسنی^۲، مجید یوسفی خوشبخت^{۳*}

۱- کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، تهران، ایران

۲- دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، تهران، ایران

۳- استادیار، دانشگاه بوعلی سینا، دانشکده علوم، گروه ریاضی، همدان، ایران

رسید مقاله: ۲۲ شهریور ۱۳۹۵

پذیرش مقاله: ۹ بهمن ۱۳۹۵

چکیده

برای افزایش کیفیت سرویس‌دهی و پاسخ به درخواست‌های مشتری‌های گوناگون، امروزه کارفرمایان به جای استفاده از روش‌های قدیمی، سعی می‌کنند که از روش‌های توزیع موثر و رضایت بخش استفاده کنند. به طور مثال مشتریان ساعت‌های دریافت ترجیحی را ممکن است برای دریافت کالا تغییر دهند و در نتیجه کارفرمایان توزیع‌کننده کالا باید کالاهای خود را در پنجره‌های مختلف تحویل دهند؛ بنابراین در این مقاله، مساله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان (TDVRPTW) برای اولین بار مورد مطالعه قرار می‌گیرد و سپس یک مدل برنامه‌ریزی خطی و یک روش تولید ستون برای حل آن مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نسخه‌ای از مساله‌ی توزیع فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌های زمانی (PSRPTW) است که در آن، شرایط ترافیکی در بعضی از مواقع دارای یک نقش بسیار مهم و غیر قابل چشم‌پوشی در مسایل بهینه‌سازی واقعی است. مساله TDPSRPTW عبارت است از یافتن مسیرهای بهینه برای یک ناوگان محدود و همگن از وسایل نقلیه با ظرفیت ثابت که در یک روز کاری برای مسیرهای وابسته به زمان به دست می‌آید. باید توجه داشت که در این مساله، هزینه و زمان سفر روی کمان وابسته به زمانی است که کمان طی خواهد شد و تحویل کالا به مشتریان باید در پنجره‌های زمانی انجام گردد. هدف در این مساله کمینه کردن تعداد وسایل مورد استفاده و زمان کلی طی شده توسط ناوگان است به شرط آن که سرعت توزیع کالا با توجه به زمان‌های جابجایی در ابتدای بهینه‌سازی، قابل محاسبه باشد. سرانجام روش ارایه شده برای حل این مساله روی نمونه‌های با ۱۵ ایستگاه در ادبیات موضوع، به کار برده شد. نتایج نشان دهنده کارایی الگوریتم پیشنهادی است.

کلمات کلیدی: تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی، مسیرهای وابسته به زمان، روش تولید ستون، مدل برنامه‌ریزی خطی.

۱ مقدمه

امروزه برنامه‌ریزی در زمینه‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی، با توجه به نیاز روزانه به

* عهده دار مکاتبات

ادرس الکترونیکی: khoshbakht@basu.ac.ir

فرآورده‌های نفتی، بسیار مورد توجه است. در این صنعت کالاهای، به علت تفاوت کالاهای تحویلی به مشتریان و به منظور تفکیک کالاهای ناسازگار و تسهیل شناسایی وزن هر محموله، جداگانه حمل می‌شوند. برای توزیع این کالاهای، اغلب از کامیون‌های مخزن‌دار استفاده می‌کنند به طوری که هر مخزن در هر کامیون، ظرفیت مختص به خود را دارد و به یک فرآورده اختصاص داده می‌شود. در مساله‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی، هدف بهینه‌سازی برنامه‌ی تحویل چندین فرآورده‌ی نفتی به یک مجموعه از ایستگاه‌های فرآورده‌های نفتی در طول یک روز کاری با استفاده از ناوگان نا همگن از کامیون‌های مخزن‌دار می‌باشد. همچنین برای هر روز کاری باید تصمیمات زیر اتخاذ شود:

۱. مسیرهای اختصاص داده شده به هر وسیله‌ی نقلیه طوری طراحی شوند به طوری که هر ایستگاه فقط یک بار ملاقات شود و این مسیرها باید همه فرآورده‌های نفتی سفارش داده شده را به مشتریان تحویل دهند.
۲. مقدار اندازه تحویلی هر محصول باید به هر ایستگاه معلوم شود. این مقدار بین ماکزیمم و مینیمم مقدار تقاضای داده شده است.
۳. نحوه بارگیری محصولات در محفظه‌های وسیله‌ی نقلیه باید مشخص شود. به عبارت دیگر مسیرهای تحویل شدنی به ایستگاه‌ها و کامیون‌های موجود تخصیص داده می‌شوند.
۴. در نهایت زمان حرکت، زمان انتظار و زمان برگشت برای هر سفر هر کامیون، مشخص می‌شود. هدف این مساله، ماکزیمم کردن کل سود می‌باشد.

یکی از مهم‌ترین مسایل تحقیق در عملیات مساله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه‌ی کلاسیک^۱ (VRP) و یکی از مشهورترین نسخه‌های آن، مساله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه‌ی چندمحفظه‌ای^۲ (MCVRP) است [۱]. در این مساله، حمل کالاهای ناسازگار (کالاهایی که باید در محفظه‌های جدا حمل شود) امکان‌پذیر است. یک کاربرد مشهور MCVRP، توزیع هم‌زمان چندین فرآورده نفتی مختلف مانند گازوئیل با کیفیت‌های متفاوت به جایگاه‌های فروش، با استفاده از وسایل نقلیه‌ای با محفظه‌های ایزوله شده است که می‌توانند سوخت از چندین نوع را در خود نگه دارد. با توجه به این که مخلوط شدن تصادفی انواع سوخت می‌تواند خطرناک باشد، مخازن ثابت بوده و محفظه‌ها به خوبی از یکدیگر جدا هستند. این وسایل نقلیه، دارای طیف گسترده‌ای از ویژگی‌ها هستند که به نحوه‌ی استفاده آن‌ها در اعزام مربوط می‌شود.

بارگیری در انبار فرآورده‌ها، از طریق درگاه‌هایی در بالا و پایین جایگاه بارگیری انجام می‌شود. به طور کلی، تحویل فرآورده‌ها به مشتری، از طریق شیر منیفلد متصل به محفظه و با استفاده از شلنگ به مخزن ذخیره‌ی زیرزمینی انجام می‌گیرد. از آنجائی که کل محتویات هر یک از محفظه‌ها تخلیه می‌شود، لازم است قبلاً ظرفیت در دسترس مخزن ذخیره‌سازی، به دقت تعیین گردد تا از سرریز شدن تصادفی جلوگیری شود. هر وسیله‌ی نقلیه ممکن است دارای ۱ تا ۶ محفظه شامل، اتصال‌های ویژه، ابزارهای سنجش (مترها)، پمپ‌ها، منیفلد که مانع از عبور آلودگی‌هایی از قبیل سرب به فرآورده می‌گردد، تجهیزات بازیابی بخار و غیره باشد.

¹ Vehicle Routing Problem (VRP)

² Multi-Compartment Vehicle Routing Problem (MCVRP)

یکی از اولین مقاله‌ها درباره‌ی این موضوع، توسط براون و گریو در سال ۱۹۸۱ [۲] ارایه شد که سیستم توزیع زمان- واقعی و کاملاً خودکاری را شرح می‌داد که از رویه‌های معمول موجود در بهینه سازی، به جای عملیات گسترده دستی و کاهش قابل ملاحظه‌ی هزینه‌های عملیاتی ناوگان در محدوده‌ی ملی استفاده می‌کرد. در این مقاله، هر سفر کامیون، شامل یک و تنها یک مشتری بود و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی برای تخصیص سفارشات به کامیون‌ها پیشنهاد شد. بل و همکارانش در سال ۱۹۸۳ [۳]، سیستم آنالین برنامه‌ریزی و مسیریابی وسایل نقلیه را برای توزیع گازهای صنعتی را توصیف کردند. این سیستم مبتنی بر مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته بود و از آزاد سازی لاگرانژین به منظور ارایه برنامه‌ی زمانی نزدیک به بهینه استفاده می‌کرد. براون و همکاران در سال ۱۹۸۷ [۴]، سیستم کامپیوتری زمان واقعی و اتوماتیک برای کنترل متمرکز توزیع فرآورده‌های نفتی سبک به مشتریان در ایالات متحده برای شرکت موبایل نفت ایجاد نمودند. این سیستم تمام جنبه‌های بازاریابی و توزیع را مدیریت می‌کند و روش اعزام استفاده شده به وسیله‌ی آن، توسعه‌ای از روش پیشنهاد شده در [۲] بود با این تفاوت که امکان ملاقات بیش از یک مشتری در هر سفر وجود داشت. ون‌دربورگن و همکاران در سال ۱۹۹۵ [۵]، گزارشی از ماموریت مشاوره‌ای انجام شده برای طراحی مجدد ساختار توزیع یک شرکت نفتی بزرگ در هلند، را ارایه دادند. در این مقاله، با معرفی روش سلسله مراتبی به شرکت نفتی در طراحی مجدد شبکه توزیع خود با توجه به موارد ذکر شده در بالا، مشاوره داده شد. همچنین تاگا و همکاران در سال ۲۰۰۰ [۶]، دو روش ابتکاری برای طرح تامین سوخت جایگاه‌های عرضه‌ی فرآورده‌های نفتی برای حالتی که یک انبار و ناوگانی نامحدود از کامیون‌های اختصاصی بدون پنجره‌های زمانی وجود دارد، ارایه کردند. در روش ابتکاری اول، هر سفر تنها دارای یک ایستگاه بود و در روش ابتکاری دوم، سفرهای چند ایستگاه نیز در نظر گرفته می‌شوند. آن‌ها به این موضوع اشاره کردند که سفرهای تک ایستگاه، در سیاست توزیع متداول هستند؛ ولی این عمل با به کارگیری این دو روش ابتکاری برای برخی مسایل تست شده موثر نیست. بن عبدالعزیز و همکاران در سال ۲۰۰۲ [۷]، یک مساله‌ی مسیریابی واقعی ارایه کردند که به بررسی تحویل فرآورده‌های نفتی تک دوره‌ای با استفاده از ناوگان ناهمگنی از وسایل نقلیه‌ی چندمحفظه‌ای می‌پرداخت و از روش ابتکاری جستجوی همسایگی متغیر، مساله را حل کردند.

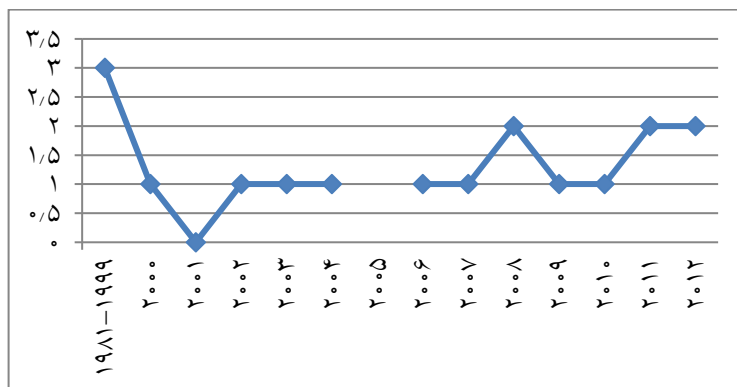
ملپارت و همکاران در سال ۲۰۰۳ [۸] چهار روش ابتکاری را برای تامین سوخت جایگاه‌های عرضه‌ی فرآورده‌های نفتی در طول افقی از چند روز کاری پیشنهاد کردند. یک ویژگی خاص مساله این است که، زمانی که برخی ایستگاه‌ها موجودیشان را مدیریت می‌کنند و سفارششان را در صورت نیاز به فروشنده می‌فرستند، موجودی سایر ایستگاه‌ها به وسیله‌ی شرکت حمل و نقل یا فروشنده، مدیریت می‌شود که تصمیم می‌گیرند که چه زمانی به تامین سوخت این جایگاه‌ها پرداخته و چه مقداری از فرآورده‌های نفتی به این ایستگاه‌ها تحویل داده شود. آولا و همکاران در سال ۲۰۰۴ [۹] در مقاله‌ای به ارایه‌ی مساله‌ی توزیع فرآورده‌های نفتی (PSRP) به صورت مطالعه‌ی موردی یک شرکت پرداختند که انواع مختلف سوخت را از یک انبار به مجموعه‌ای از پمپ بنزین‌ها توسط ناوگانی از کامیون‌های مخزن‌دار با ظرفیت‌های مختلف سوخت‌رسانی می‌کنند. در این مطالعه، برای ساده‌تر کردن نحوه‌ی بارگیری مخازن و تحویل سوخت از کامیون‌های مخزن‌دار استفاده می‌کنند که هر

محفظه از کامیونی که عمل تحویل را انجام می‌دهد و انبار را ترک می‌کند باید کاملاً پُر یا کاملاً خالی باشد و این نشان می‌دهد هر مخزن به یک پمپ بنزین اختصاص داده می‌شود. هدف این شرکت، برآورده کردن سفارشات با استفاده از منابع موجود (کامیون‌ها و رانندگان) با کم‌ترین هزینه‌ی سفر می‌باشد. مساله به عنوان یک مدل افزاز مجموعه‌ها فرمول‌بندی شده و توسط الگوریتم شاخه-قیمت حل شده است [۱۰]. همچنین یک روش ابتکاری سریع، که هم جواب شدنی بسیار خوب را به سرعت پیدا می‌کند و هم مجموعه‌ای از ستون‌های اولیه برای الگوریتم شاخه-قیمت ارایه می‌دهد، ارایه شد. بر مبنای نتایج محاسباتی گزارش شده، روش دقیق زمان محاسباتی کمی برای نمونه‌های واقعی ارایه شده توسط شرکت، ارایه می‌دهد ولی کاملاً مشخص نیست که آیا روش ابتکاری پیشنهاد شده می‌تواند برای نمونه‌های بزرگ‌تر در زمان محاسباتی معقول استفاده شود یا نه؟

لنگ و همکاران در سال ۲۰۰۸ [۱۱]، دو شبکه‌ی کوچک توزیع بنزین را در هنگ کنگ مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها مدلی برای تخصیص هم‌زمان سفر به کامیون‌ها و ایستگاه‌ها پیشنهاد کردند. در این مطالعه، موجودی ایستگاه‌ها به وسیله‌ی فروشنده مدیریت می‌شود که تصمیم می‌گیرند که چه زمانی به تامین سوخت این جایگاه‌ها پرداخته و چه مقداری از فرآورده‌های نفتی به این ایستگاه‌ها تحویل داده شود. کرنیلر و همکاران در سال ۲۰۰۸ [۱۲] مساله‌ی PSRP را بین پمپ بنزین‌ها در محدوده‌ی شهری، در حالتی که توزیع فرآورده‌های نفتی به پمپ بنزین‌ها از طریق ناوگانی نامحدود و ناهمگن از کامیون‌های چند قسمتی و برای حالت تک دوره‌ای و بدون در نظر گرفتن پنجره‌ی زمانی صورت می‌گیرد، بررسی کردند. جواب مساله، شامل مقادیر تحویل به پمپ بنزین‌ها، نحوه‌ی تخصیص فرآورده‌ها به مخازن هر کامیون و طراحی مسیرهای سوخت‌رسانی به پمپ بنزین‌ها است. در این مقاله، الگوریتم دقیقی برای مساله‌ی اصلی ارایه گردید که آن‌را به دو زیر مساله‌ی مسیریابی و بارگیری کامیون تجزیه می‌کند. الگوریتم پیشنهاد شده، برای حل مساله‌ی بارگیری کامیون‌ها از تخصیص و حل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی استاندارد (ILP) استفاده می‌کرد. مساله‌ی مسیریابی نیز با استفاده از دو روش مختلف، یکی براساس الگوریتم تطابق و دیگری با استفاده از روش ایجاد ستون حل شد. کرنیلر و همکاران همچنین در سال ۲۰۰۸ [۱۳] روش ابتکاری برای مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی چند دوره‌ای، در حالتی که توزیع فرآورده‌های نفتی به پمپ بنزین‌ها از طریق ناوگانی محدود و ناهمگنی از کامیون‌های چند قسمتی در طی چند دوره و بدون در نظر گرفتن پنجره‌ی زمانی صورت می‌گیرد، پیشنهاد کردند. کرنیلر و همکاران در سال ۲۰۰۹ [۱۴] مساله‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی با پنجره‌ی زمانی را معرفی کردند. آن‌ها ابتدا برای این مساله، فرمول‌بندی ریاضی پیشنهاد کردند و با استفاده از الگوریتم ارایه شده در [۱۵]، دورها یا مسیرهای ابتدایی را تولید کرده و سپس دو روش ابتکاری بر مبنای کمان‌ها و مسیرهای از پیش انتخاب شده پیشنهاد دادند. باکتور و همکاران در سال ۲۰۱۱ [۱۶]، یک نسخه‌ی تعمیم یافته از مساله‌ی باربندی سفر^۱ را در نظر گرفته که در آن با یک مساله‌ی فرعی از PSRP مواجه بودند. در این مساله، باید تعدادی از سفرها به ناوگانی تشکیل شده از تعدادی کامیون مخزن‌دار غیریکسان اختصاص داده شود. برای حل PSRP، ابتدا مجموعه‌ای از مسیرها برای

¹ Trip Packing Problem

تحويل محصولات نفتی مورد نیاز ایستگاه‌های نفتی، طراحی کرده و سپس این مجموعه‌ها، به زیرمجموعه‌هایی که هر زیرمجموعه می‌تواند در یک روز کاری توسط یکی از کامیون‌های موجود انجام شود، دسته‌بندی می‌شود. در این مطالعه، فرمول‌بندی ریاضی از مساله ارایه و چندین روش ابتکاری برای حل مساله بارگیری پیشنهاد شده است. ابتدا شش روش ابتکاری سازنده که می‌تواند جواب‌ها را در زمان محاسباتی بسیار کوتاه محاسبه کند ارایه شده، سپس چهار روش ابتکاری بهبود، که برای بهبود جواب‌های بدست آمده در مرحله قبل توسط روش‌های ابتکاری سازنده استفاده می‌شود، بکار گرفته شد. همچنین یک روش ابتکاری توسعه داده شد که روش‌های ابتکاری سازنده و روش‌های ابتکاری بهبود را با هم ترکیب می‌کند. کرنیلر و همکاران در سال ۲۰۱۲ [۱۷] مساله‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی با پنجره‌ی زمانی و چندین انبار را معرفی کردند که در این مساله، تحويل فرآورده‌های نفتی ذخیره شده در تعدادی انبار نفتی، که هر یک از این انبارها ناوگانی ناهمگن از کامیون‌های محفظه‌دار دارند، به مجموعه‌ای از ایستگاه‌های توزیع این فرآورده‌ها باید بهینه شود. به علاوه، باید مجموعه‌ای از مسیرها برای تحويل همه‌ی تقاضاها، انبار شروع حرکت، مقدار محصول تحويل داده شده به هر ایستگاه، نحوه‌ی بارگیری کامیون‌ها، تعیین شود. در این مقاله، مدل ریاضی برای انتخاب زیرمجموعه‌ای از مسیرها، که تقاضای همه‌ی ایستگاه‌ها را تحويل می‌دهد و سود شبکه‌ی روزانه را ماکزیمم می‌کند، ارایه شود. از آنجائی که تعداد سفرها اغلب بسیار زیاد است، این نویسنده‌ها الگوریتمی برای تشکیل مجموعه‌ای محدودتر از سفرها پیشنهاد دادند و پس از تشکیل این مجموعه، مدل اصلی حل شد. با توجه به سابقه مطرح شده از این مساله، مشخص است که تعداد کمی از مقالات بوده که به این مساله پرداخته است. شکل ۱ نشان دهنده تعداد مقالات چاپ شده در سال‌های مختلف است.



شکل ۱. توزیع مقاله در سال‌های مختلف

در بسیاری از مسایل مسیریابی وسیله نقلیه، هزینه یا زمان سفر از یک نقطه به نقطه دیگر در طول روز ثابت در نظر گرفته شده است و این فرض ممکن است در مسایل توزیع در داخل شهرهای بزرگ، جایی که زمان یا هزینه‌ی طی کردن بسیاری از مسیرها (خیابان‌های اصلی) وابسته به ساعتی از روز است (برای مثال ساعت‌هایی که با ترافیک زیادی همراه است و زمان طی کمان بیش‌تر خواهد بود)، دور از واقعیت باشد. بنابراین مساله‌ی مسیریابی

با هزینه‌ی وابسته به زمان به ندرت مورد مطالعه قرار گرفته شده است زیرا این مسایل از نظر مدل‌بندی و حل بسیار مشکل است. این مساله گسترشی از مساله مسیریابی وسیله نقلیه همراه با پنجره‌های زمانی^۱ (VRPTW) است به طوری که هزینه‌ی و زمان سفر روی کمان وابسته به زمانی است که کمان طی خواهد شد و زمان انتظار در طول سفر یا بین سفرها مجاز است [۱۸]. این مساله، مساله مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان^۲ (TDVRPTW) نامیده می‌شود. در این مقاله، TDVRPTW بر روی مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی به کار برده می‌شود. با توجه به سابقه‌ی مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی، این مساله برای اولین بار در این مقاله مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای تعمیم TDVRPTW بر PSRPTW، از طریق چندین مرحله، این گسترش به مساله VRP کلاسیک تبدیل می‌شود که یک مساله‌ی مسیریابی بدون محدودیت پنجره و محدودیت ظرفیت است. برای بدست آوردن این تبدیل، از مساله‌ی مسیریابی گسترش یافته^۳ (GVRP) استفاده می‌گردد و سپس فرمول‌بندی ریاضی برای TDPSRPTW پیشنهاد می‌شود. با تولید مسیرها با استفاده از روش ارایه شده، مدل پیشنهادی بر روی نمونه‌هایی به کار برده شده و نتایج ارایه می‌گردد.

در ادامه و در بخش ۲، مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌های زمانی وابسته به زمان بیان می‌گردد. در بخش ۳، نحوه تشکیل زیر گراف‌ها برای تبدیل مساله مورد بررسی به یک مساله‌ی مسیریابی بدون محدودیت پنجره زمانی و محدودیت ظرفیت توضیح داده خواهد شد. در بخش ۴، فرمول‌بندی ریاضی برای مساله TDPSRPTW ارایه و در بخش ۵ الگوریتمی برای حل مساله پیشنهاد می‌شود. در نهایت نتایج محاسباتی در بخش ۶ و نتیجه گیری در بخش ۷ ارایه می‌شوند.

۲ مساله تامین سوخت جایگاه‌های فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره زمانی وابسته به زمان

در مساله‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی، چگونگی تحویل محصولات نفتی ذخیره شده در انبار فرآورده‌های نفتی به مجموعه‌ای از ایستگاه‌های توزیع، بهینه‌سازی می‌شود. مساله‌ی برنامه‌ریزی تامین سوخت روزانه جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی که به اختصار PSRPTW نامیده می‌شود، به این صورت توصیف می‌شود که یک شرکت حمل و نقل باید محصولات را که تعدادی از ایستگاه‌ها سفارش داده‌اند در طول روز کاری تحویل دهد. این ایستگاه‌ها یک یا چند محصول نفتی را هر بار سفارش می‌دهند و مینیمم و ماکزیمم مقدار از محصول سفارش داده شده برای هر محصول را مشخص می‌کنند. مینیمم مقدار به صورت تفاوت بین متوسط فروش روزانه ایستگاه و موجودی اولیه‌ی آن و ماکزیمم مقدار به صورت تفاوت بین ظرفیت مخازن زیر زمینی ایستگاه و تخمینی از باقیمانده موجودی، زمانی که کامیون تحویل به ایستگاه می‌رسد، تعیین می‌شود. علاوه بر این، هر ایستگاه یک پنجره‌ی زمانی برای تحویل محصول سفارش داده شده، تعیین می‌کند. ایستگاه‌ها معمولاً نه در زمان اوج فروش بلکه زمانی که فروش کم دارند، دارای درخواست تحویل در

¹ Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)

² Time Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows (TDVRPTW)

³ Generalized VRP (GVRP)

باشیم: $t_i^l = w_i^l$. یک روش مرسوم در مسایل مسیریابی این است که فرض کنیم اگر زمان سرویس‌دهی در گره $i > 0$ لازم باشد این زمان در زمان‌های سفر t_i^l برای هر i و l در نظر گرفته می‌شود.

مدت زمان معمولی یک روز کاری برابر با H ساعت است، اگرچه این مدت زمان با در نظر گرفتن اضافه‌کاری به مدت H' ساعت گسترش می‌یابد. نرخ دستمزد عادی تا زمان H و نرخ اضافه‌کاری بین H و H' پرداخت می‌شود و تنها به ساعت کاری مفید و کارا پول پرداخت می‌گردد به عبارتی، از ساعت شروع اولین سفر تا بازگشت از آخرین سفر پرداخت تعلق می‌گیرد و به ساعت‌های قبل از شروع از اولین سفر یا بعد از بازگشت از آخرین سفر، پولی پرداخت نمی‌شود. نرخ دستمزد عادی به زمان کاری عادی پرداخت و در اضافه‌کاری دستمزد بیش‌تری پرداخت می‌شود. کل هزینه متغیر، شامل جمع هزینه‌های سفر، دستمزد عادی و اضافه‌کاری می‌باشد. همه‌ی کامیون‌ها با سرعت ثابت و یکسانی مسیرها را طی می‌کنند. علاوه بر این، هر کامیون به چندین محفظه با ظرفیت معلوم تقسیم شده است و به سیستم اندازه‌گیری مجهز نمی‌باشند؛ بنابراین از یک محفظه معلوم تنها برای تحویل یک کالا به یک ایستگاه استفاده می‌شود و هر ایستگاه تعداد مشخصی از مخازن زیرزمینی با ظرفیت مشخص دارد. علاوه بر این، فرضیات زیر نیز در نظر گرفته می‌شوند:

- ✓ تنها یک روز کاری در نظر گرفته می‌شود.
- ✓ با توجه به طرح، فرآورده‌های نفتی موجود در انبار کافی است.
- ✓ انبار ناوگانی از کامیون‌های مختص به خودش را دارد و ناوگان محدود و اغلب ناهمگن است.
- ✓ کامیون‌ها را قبل از سفر در انبار بارگیری می‌کنند و مقدار فرآورده در هر محفظه در زمان بارگیری اندازه‌گیری می‌شود.
- ✓ هر ایستگاه باید در طول روز کاری یک‌بار ملاقات شود.
- ✓ از آنجایی که محفظه‌ها به سیستم اندازه‌گیری مجهز نیستند، در هنگام پرسازی مخزن زیرزمینی باید محفظه کاملاً خالی شود و مقدار محصول بارگیری شده در یک محفظه تنها به یک مخزن ذخیره زیرزمینی انتقال داده می‌شود.
- ✓ چندین سفر می‌تواند به کامیون واحدی در ساعت کاری مجاز در هر روز اختصاص داده شود.
- ✓ به هر ایستگاه یک پنجره زمانی اختصاص داده می‌شود که تحویل کالا به این ایستگاه و سرویس‌دهی به آن در این بازه‌ی زمانی صورت می‌گیرد.
- ✓ زمان انتظار در طول سفر یا بین سفرها مجاز است و برای راننده زمان کاری در نظر گرفته می‌شود.
- ✓ ساعت کاری عادی و اضافه‌کاری محدود است.
- ✓ دستمزد کار عادی و اضافه‌کاری ثابت است و دستمزد اضافه‌کاری بیش‌تر از ساعت کار عادی است.
- ✓ تنها به ساعت کار مفید پول پرداخت می‌شود.
- ✓ انتقال‌دهنده مقدار مشخصی برای هر لیتر تحویل داده شده، پول دریافت می‌کند که به صورت تابعی از مکان ایستگاه، متغیر است.
- ✓ زمان سفر بین دو ایستگاه یا یک ایستگاه و ترمینال، زمان سرویس‌دهی در ایستگاه‌ها و زمان بارگیری

در ترمینال مشخص است و زمان سفر بین دو مکان با هر کامیونی که استفاده شود یکسان است.

✓ هر ایستگاه بین ماکزیمم و مینیمم مقدار از یک یا چند محصول را درخواست دارد.

شرکت یک طرح تامین تقاضای مشتریان برای روز بعد را تعیین می کند. این طرح برای یک روز کاری مشخص بر اساس سفارش دریافت شده در روز قبل صورت می گیرد. بنابراین، برای فراهم کردن این چنین طرحی، شرکت حمل و نقل باید موارد زیر را انجام دهد:

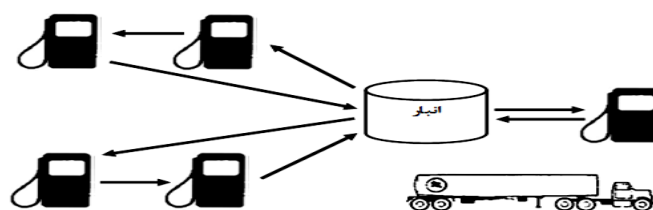
(۱) یک مجموعه از مسیرها که هر مشتری یک و تنها یک بار ملاقات شود را طراحی کند. هر مسیر شروع و پایش از انبار و در داخل پنجره‌ی زمانی اختصاص داده شده به انبار است. شروع مسیر در زمان $t_i^l \geq a_i$ شامل یک هزینه‌ی زمان انتظار $cwt_i(t_i^l - a_i)$ یا $cwt_i(\circ) = \circ$ است. اگر یک مسیر در زمان $t \in Z^+ \cap [w_i^l, t_i^l]$ وارد گره‌ای به جز انبار شود و در زمان t_i^l گره را ترک کند، زمان انتظار برابر با $t_i^l - t$ است که دارای هزینه $cwt_i(t_i^l - t)$ و $cwt_i(\circ) = \circ$ برای هر $i \in \{0, 1, \dots, P_i\}$ می باشد. این مسیرها باید همه‌ی تقاضای مشتریان را تامین کند. (۲) مقداری از هر کالا که به هر ایستگاه باید تحویل داده شود تعیین گردد. این مقدار بین ماکزیمم و مینیمم تقاضای داده شده است. (۳) نحوه‌ی بارگیری این محصولات در محفظه‌های کامیون را مشخص کند. (۴) مسیرهای منتخب به کامیون‌های موجود اختصاص داده شوند. (۵) با توجه به این که به هر کامیون ممکن است چند سفر اختصاص داده شود، زمان حرکت هر سفر کامیون، زمان انتظار و زمان برگشت برای هر سفر مشخص است. (۶) هدف این طرح، ماکزیمم کردن سود شبکه‌ی سراسری برای این روز است. این سود برابر با درآمد ناخالص از پرداخت به وسیله‌ی ایستگاه‌ها منهای مجموع دو مولفه‌ی هزینه است. اولین مولفه، هزینه متغیر سفر ناوگان کامیون‌ها است که اغلب به صورت حاصل ضرب کل مسافت پیموده شده و تخمینی از متوسط هزینه متغیر هر واحد از مسافت محاسبه می شود. دومین مولفه، هزینه‌ی مجموع دستمزد عادی و اضافه کاری و هزینه‌های زمان انتظار می باشند. محدودیت‌های این مساله را می توان به صورت زیر بیان کرد:

✓ محدودیت ظرفیت: مجموع حجم فرآورده‌های موجود در محفظه‌های هر وسیله‌ی نقلیه، نباید از ظرفیت کل آن تجاوز کند. حجم فرآورده موجود در هر محفظه، نباید از ظرفیت محفظه تجاوز کند.

✓ محدودیت محفظه: محتویات یک محفظه که تنها یک فرآورده را نگه می دارد فقط، به یک مشتری تحویل داده می شود.

✓ محدودیت زمان سفر و محدودیت پنجره‌ی زمانی تخصیص داده شده به مشتریان، رعایت شود.

✓ محدودیت تعداد مشتری ها در هر سفر: از آنجایی که محفظه‌ها به ابزار اندازه گیری مجهز نیستند؛ لذا محتوی یک محفظه متعلق به یک مشتری است که باید تمام محصول موجود در محفظه را به هنگام تحویل خالی کند. چون در بیش تر موارد از محتویات دو محفظه برای پر کردن یک مخزن استفاده می شود و ایستگاه‌ها نیاز به ۲ یا ۳ محصول دارند، تعداد ایستگاه‌های ملاقات شده به وسیله‌ی یک کامیون در هر سفر مشخص، حداکثر ۲ ایستگاه است. شکل ۲ نحوه‌ی سرویس دهی به پمپ بنزین‌ها را نشان می دهد که در هر اعزام، هر کامیون حداکثر دو پمپ بنزین را ملاقات می کند.



شکل ۲. نحوه‌ی سرویس‌دهی به پمپ بنزین‌ها

۳ تشکیل زیرگراف‌ها

یک مسیر اختصاص داده شده به کامیون توسط دوری که از یک انبار شروع می‌شود، سپس به یک سری از ایستگاه‌ها رفته، دوباره به همان انبار باز می‌گردد. تعریف می‌شود. باید توجه داشت که بارگیری مخازن کامیون‌ها در ایستگاه‌های مذکور امکان‌پذیر است، ابتدا لازم است که قبل از ایجاد مسیرها، ساده‌سازی در گراف اصلی اعمال شود و کمان (i,j) اگر ایستگاه j نتواند به وسیله یک کامیون بعد از ایستگاه i ملاقات شود، از گراف G حذف شود. برای حذف هر کمان سه گام زیر بررسی می‌شود:

۱. کمان (i,j) در صورتی که $a_i + s_i + t_{ij} > b_j$ باشد حذف می‌شود.
۲. کمان (i,j) حذف می‌شود اگر مجموع سفارش از i به j با هم از ظرفیت بزرگ‌ترین کامیون تجاوز کند.
۳. به هریستگاه i پارامتر $NumComp(i)$ نسبت داده می‌شود که نشان‌دهنده حداقل تعداد محفظه لازم برای ایستگاه i است و با استفاده از مینیمم تقاضای مثبت ایستگاه از محصول P ($\min D(p,i)$) و ظرفیت بزرگ‌ترین محفظه ناوگان ($max\ cap$) از رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$NumComp(i) = \sum_p [\min D(i, p) / \max\ cap]$$

از طرف دیگر e بیش‌ترین تعداد محفظه در کامیون‌های ناوگان است؛ بنابراین در صورتی که $NumComp(i) + NumComp(j) > e$ باشد کمان (i,j) حذف می‌شود.

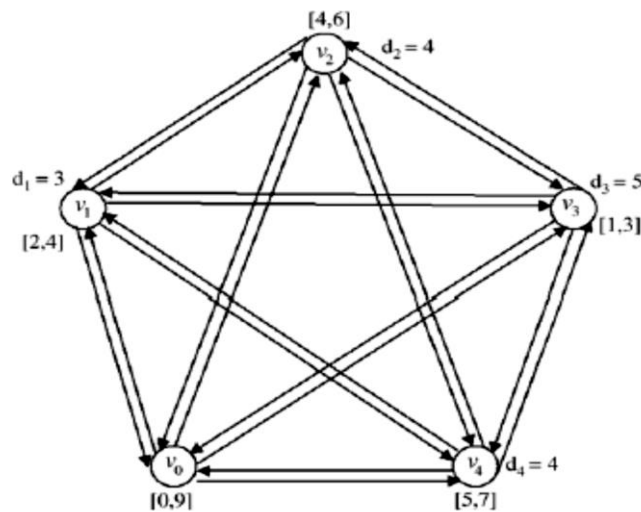
بنابراین گراف جهت‌دار $G_1 = (V_1, A_1)$ با حذف کمان‌های نشدنی (بدون بررسی شدنی بودن پنجره‌ی زمانی)، کمان‌های که در مسیرهای تولید شده قرار نمی‌گیرند، تشکیل می‌شود. برای تطبیق $TDVRPTW$ بر $PSRPTW$ از طریق چندین مرحله، این تطبیق را به VRP کلاسیک تبدیل می‌کند که یک مساله‌ی مسیریابی بدون محدودیت پنجره زمانی و ظرفیت است. برای به دست آوردن این تبدیل، لازم است مساله‌ی مسیریابی تعمیم یافته (GVRP) استفاده شود. این مساله به صورت زیر تعریف می‌شود:

فرض کنید $G = (V, A)$ یک گراف جهت‌دار باشد مجموعه گره‌ها $V = \{v_0, v_1, \dots, v_m\}$ را به $m+1$ زیر مجموعه‌ی نانهی $S_0, S_1, \dots, S_m$ تقسیم کرده که هر زیر مجموعه، S_h ($h = 1, \dots, m$) شامل h موقعیت ممکن از گره یکسان با تقاضای مثبت $d_i > 0$ است و هر کمان هزینه c_{ij} را دارد. در این مساله، هدف پیدا کردن یک مجموعه از کوتاه‌ترین مسیرها است که شروع و خاتمه شان در انبار است به طوری که در هر زیر مجموعه S_h ($h = 1, \dots, m$)، هر گره تنها یک بار ملاقات می‌شود و جمع تقاضای مسیر از W تجاوز نمی‌کند.

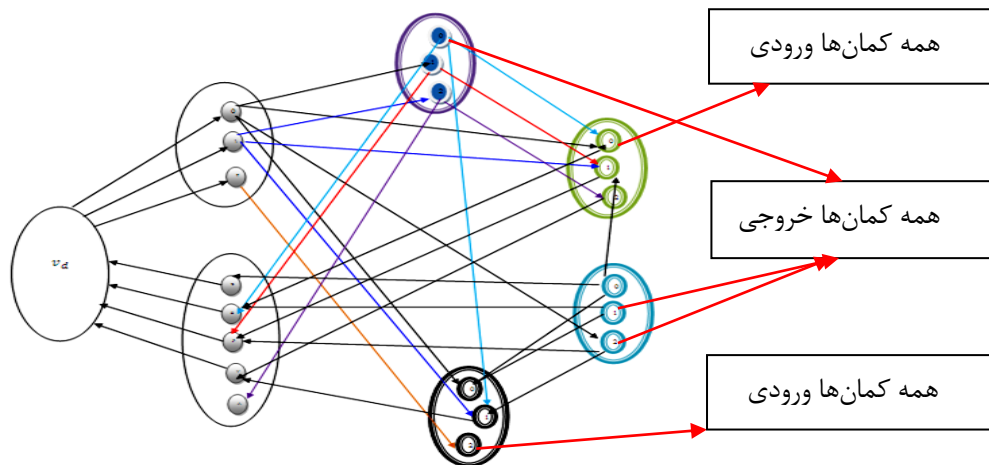
۳-۱ تشکیل گراف‌های کمکی

با توجه به این حقیقت که هزینه پیمودن کمان ثابت نیست، نمی‌توان مستقیماً با گراف G_1 از راه‌های کلاسیک کار کرد زیرا هر کمان دارای چندین هزینه است. برای اجتناب از این نقص، گراف مصنوعی تشکیل می‌شود که هر گره v_i^l ، متناظر با مشتری i یا انبار در زمان t_i^l است و کمان (v_i^l, v_j^h) وجود دارد اگر و فقط اگر یک وسیله نقلیه مشتری i را در زمان t_i^l ترک کند و در زمان t_j^h یا قبل از آن (اگر مجاز باشد) به v_j^h برسد و مشتری j را در زمان t_j^h ترک کند. به کمان (v_i^l, v_j^h) یک هزینه شامل هزینه سفر c_{ij}^l و هزینه‌ی زمان انتظار، در صورتی که ورود به گره v_j^h قبل از t_j^h باشد، نسبت داده می‌شود. در این صورت می‌توان از خاصیت‌های کلاسیک گراف‌ها استفاده کرد. حال $TDPSRPTW$ ، روی گراف G_1 با همه‌ی داده‌های متناظر تعریف می‌شود. گراف مصنوعی جهت‌دار $G_2 = (V_2, A_2)$ به صورت زیر تشکیل می‌شود:

۱. برای هر گره v_i ، $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ و هر زمان t_i^k و $k \in \{0, 1, \dots, P_i\}$ گره v_i^k تشکیل می‌شود.
۲. برای هر جفت v_i^l و v_j^h متعلق به V_2 که $i \neq j$ ؛ اگر $j \neq 0$ به طوری که $t_i^l + t_{ij}^h \in [w_j^l, t_j^l]$ و اگر $j = 0$ و $t_i^l + t_{ij}^h = t_j^l$ ، کمان (v_i^l, v_j^h) با هزینه برابر $(c_{ij}^l + cwt_j(t_j^h - (t_i^l + t_{ij}^h)))$ به گراف G_2 اضافه می‌شود اگر یک دور کمان (v_i^l, v_j^h) را در زمان t_i^l طی کند و به v_j^h در زمان t_j^h یا قبل از این زمان برسد (توجه کنید که $w_j^l \leq t_i^l + t_{ij}^l < t_j^h$ زمان انتظار در گره v_j از گراف G_1 را نشان می‌دهد).
۳. به گراف G_2 دو گره جدید d_1 و d_2 اضافه می‌شود که به کمان‌های مجاور زیر که دارای هزینه صفر می‌باشند وصل می‌شوند. هر گره در زیر مجموعه گره‌های متعلق به انبار که دارای کمان‌های ورودی است در یک زیر مجموعه ورودی (*Enter*) و هر گره دارای کمان‌های خروجی است در زیر مجموعه‌ی خروجی (*Exit*) قرار داده می‌شود. از گره d_1 به هر گره در زیر مجموعه‌ی ورودی و ورودی کمائی وصل و از هر گره در زیر مجموعه خروجی به d_2 کمائی وصل می‌شود. شکل ۳، یک گراف کامل و شکل ۴ نمونه‌ای از گراف G_2 را نشان می‌دهد.



شکل ۳. گراف کامل

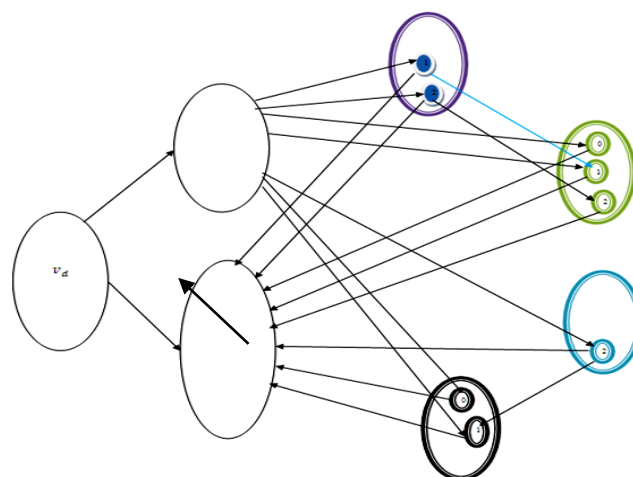


شکل ۴. نمونه‌ای از گراف G_2

۳-۲ تشکیل گراف کمکی کاهش یافته

گراف مصنوعی کاهش یافته $G^3 = (V^3, A^3)$ از گراف G_2 به صورت زیر تشکیل می‌شود:

۱. برای هر گره در گراف G_2 ، اگر همه‌ی کمان‌ها خروجی باشند این گره و همه‌ی کمان‌های آن حذف می‌شود؛ زیرا این گره و کمان‌ها نمی‌توانند در هیچ مسیری قرار گیرند. هر گره در صورتی می‌تواند روی یک مسیر قرار گیرد که حداقل یک کمان ورودی و یک کمان خروجی داشته باشد.
 ۲. اگر همه‌ی کمان‌ها ورودی باشند این گره و همه‌ی کمان‌های آن حذف می‌شوند.
 ۳. اگر به یک گره هیچ کمانی وارد و هیچ کمانی از آن خارج نشده باشد این گره حذف می‌شود.
- گره‌ها و کمان‌های باقیمانده گراف مصنوعی کاهش یافته $G^3 = (V^3, A^3)$ را تشکیل می‌دهند. شکل ۵ نمونه‌ای از گراف مصنوعی کاهش یافته $G^3 = (V^3, A^3)$ را نشان می‌دهد.



شکل ۵. نمونه‌ای از گراف G^3

۴ فرمول‌بندی ریاضی TDPSRPTW

با تعریف گراف مصنوعی کاهش یافته $G^3 = (V^3, A^3)$ برای تعمیم $TDVRPTW$ بر $PSRPTW$ ، مدل ریاضی

ارایه می‌شود. در این مساله هزینه‌ی زمان انتظار صفر و مدت زمان انتظار در هر گره حداکثر یک ساعت در نظر گرفته می‌شود. در این مطالعه $TDPSRPTW$ به سه زیر مساله‌ی اصلی تقسیم می‌شود:

- مساله‌ی بارگیری مخازن کامیون‌ها (TTLP)
- مساله‌ی مسیریابی (RP)
- مساله‌ی انتخاب سفر (TS)

۴-۱ مساله‌ی بارگیری مخازن کامیون‌ها (TTLP)

اکنون باید نوع کامیونی که همه‌ی سفارشات یک مجموعه از ایستگاه‌ها را تحویل می‌دهد تعیین شود. شرکت حمل و نقل محصولات را از انبار یا ترمینال ذخیره تحویل می‌گیرد. باید توجه داشت که معمولاً این شرکت به وسیله ایستگاه‌های مشتریان بر اساس مقدار تحویل داده شده و موقعیت مکان‌هایشان، هزینه دریافت می‌کند. به عبارت دیگر، درآمد هر لیتر تحویل برای هر محصول تابعی از فاصله‌ی ایستگاه از انبار است. برای بررسی شدنی بودن بارگیری کامیون و تعیین مقدار تحویل، کامیون نوع k و مجموعه S که شامل ایستگاه‌های مورد بررسی است در نظر گرفته می‌شود. هدف از حل این مدل اتفاق افتادن موارد زیر است:

۱. بررسی امکان بارگیری کامیون: اگر مساله بارگیری مخازن کامیون (TTLP) یک جواب شدنی داشته باشد، آن‌گاه امکان بارگیری شدنی است.

۲. این مدل، در صورت شدنی بودن بارگیری مخازن کامیون، مقداری از هر فرآورده که به هر ایستگاه باید تحویل داده شود، تعیین می‌کند. این مقدار بین ماکزیمم و مینیمم تقاضای داده شده است.

۳. نحوه‌ی بارگیری این محصولات در محفظه‌های کامیون مشخص می‌شود. برای طرح بهتر مدل TTLP، ابتدا لازم است مجموعه‌ها، اندیس‌ها و متغیرهای تصمیم‌گیری را بیان کرده و سپس با ارایه مدل این مساله، درباره‌ی تابع هدف و محدودیت‌ها توضیحاتی ذکر شود.

S	مجموعه ایستگاه‌های قرار گرفته در مسیر، $S \in S$
P	مجموعه‌ی اندیس‌گذاری شده از محصولات، $p \in P$
C	مجموعه‌ی اندیس‌گذاری شده از محفظه‌های کامیون نوع k ، $c \in C$
Q_c	ظرفیت محفظه‌ی $c \in C$
$l_{p,s}$	مینیمم مقدار از محصول $p \in P$ سفارش داده شده توسط ایستگاه $s \in S$
u_{ps}	ماکزیمم مقدار از محصول $p \in P$ سفارش داده شده توسط ایستگاه $s \in S$
$G_{p,s}$	درآمد هر لیتر تحویل محصول $p \in P$ سفارش داده شده توسط ایستگاه $s \in S$
q_{ps}	متغیر تصمیم‌گیری مقدار تحویل محصول $p \in P$ به ایستگاه $s \in S$
y_{psc}	متغیر تصمیم‌گیری دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر محصول $p \in P$ سفارش داده شده توسط ایستگاه $s \in S$ به محفظه‌ی $c \in C$ از کامیون مفروض، اختصاص داده شود.

$$\text{Max Revenue} = \sum_{(p,s)} g_{ps} q_{ps} \quad (1)$$

s.t.

$$l_{ps} \leq q_{ps} \leq u_{ps} \quad \forall p \in P, s \in S \quad (2)$$

$$q_{ps} \leq \sum_{c \in C} Q_c y_{psc} \quad \forall p \in P, s \in S \quad (3)$$

$$\sum_{(p,s)} y_{psc} \leq 1 \quad \forall c \in C \quad (4)$$

$$q_{ps} \geq 0, y_{psc} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P, c \in C, s \in S \quad (5)$$

تابع هدف (۱) درآمد حاصل از بارگیری کامیون را ماکزیمم می‌کند. محدودیت‌های (۲) تضمین می‌کند که مقدار تحویل داده شده به هر ایستگاه در مجموعه‌ی S بین مینیمم و ماکزیمم مقدار محصول سفارش داده شده قرار دارد. محدودیت‌های (۳) اشاره به این دارد که مقدار تحویل داده شده از ظرفیت مخزن مربوطه تجاوز نکند (یک سفارش می‌تواند به وسیله بیش از یک محفظه تحویل داده شود). محدودیت‌های (۴) تضمین می‌کند که هر محفظه برای بیش از یک سفارش استفاده نشود.

۴-۲ مساله‌ی مسیر یابی (RP1)

مدل انتخاب سفر بر اساس تولید همه‌ی مسیرهای شدنی یک کامیون می‌تواند دنبال شود. همان‌طور که اشاره شد یک سفر به وسیله ترکیب مسیر-کامیون تعریف می‌شود. یک مسیر شدنی است اگر همه‌ی محدودیت‌های پنجره‌های زمانی و محدودیت‌های مقدار تحویل را ارضا کند. با تعریف گراف مصنوعی کاهش یافته، محدودیت‌های پنجره‌ی زمانی در نظر گرفته شده است. مسیرهای که در این مساله تولید می‌شود مسیرهایی با حداکثر ۲ ایستگاه در هر سفر است و به هر وسیله‌ی نقلیه حداکثر دو سفر اختصاص داده می‌شود. برای بیان مدل ریاضی، ابتدا به تعریف اندیس‌ها، پارامترها و متغیرها پرداخته و سپس توابع هدف و محدودیت‌های آن ارایه می‌شوند.

d اندیس انبار مصنوعی ۱ (گره شروع مسیر)

d_1 اندیس انبار مصنوعی ۲ (گره خاتمه مسیر)

i, j اندیس ایستگاه

r اندیس مسیر

$\text{sub}(i)$ مجموعه گره‌های متعلق به ایستگاه i

c_{ij} هزینه سفر از کمان (i, j)

m تعداد ایستگاه‌هایی مورد ملاقات

p_{ijr} پارامتر دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر کمان (i, j) در مسیر r در نظر گرفته شود.

x_{ij} متغیر دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر کمان (i, j) در نظر گرفته شود.

$$\text{Min} \quad \text{Cost} = \sum_{(i,j)} c_{ij} x_{ij} \quad (6)$$

s.t

$$\sum_j x_{dj} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_i x_{ij} - \sum_i x_{ji} = 0, \quad \forall j \neq d, d_1, \quad (8)$$

$$\sum_i x_{id_i} = 1, \quad (9)$$

$$\sum_{(i,j)} x_{ij} \leq m, \quad (10)$$

$$\sum_j x_{ij} \leq 1, \quad \forall z \neq 0, \forall i \in \text{Sub}(z), \quad (11)$$

$$\sum_{(i,j)} p_{ijr} x_{ij} \leq \sum_{(i,j)} p_{ijr} - 1, \quad \forall r | \sum_{(i,j)} p_{ijr} \geq 1, \quad (12)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (13)$$

تابع هدف (۶) کوتاه ترین مسیر را با در نظر گرفتن هزینه سفر از کمان (i, j) مشخص می کند. محدودیت (۷) تضمین می کند دقیقاً یک کمان از گره d (انبار) خارج شود و محدودیت (۹) تضمین می کند دقیقاً یک کمان به گره d_1 (انبار) وارد شود به عبارتی دیگر این دو قید تضمین می کند که هر سفری که به کامیون اختصاص داده می شود شروع و خاتمه اش از انبار است. محدودیت (۸) نیز شرط اینکه هر وسیله نقلیه اگر به گره ای وارد شود باید از آن نیز خارج گردد (قید تعادل) را تضمین می کند. محدودیت (۱۰) تضمین می کند حداکثر m گره به جز گره های انبار در مسیر انتخاب شده قرار داشته باشد ($m \leq 2$). محدودیت (۱۱) تضمین می کند حداکثر یک گره از مجموعه گره های متعلق به هر ایستگاه انتخاب شود و محدودیت (۱۲) تضمین می کند مسیرهای تولید شده در مراحل قبلی تولید نشود.

۴-۳ مدل انتخاب سفر (ST1)

در این قسمت مدل انتخاب سفر ارائه می شود که زیر مجموعه ای از سفرها را انتخاب می کند به طوری که مجموع سود روزانه ماکزیمم گردد. برای ارائه مدل، ابتدا اندیس ها، مجموعه ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم گیری تعریف می شوند.

اندیس ایستگاه	s
اندیس سفر	t
اندیس کامیون	k
اندیسی که موقعیت یک سفر در یک مجموعه از سفرها برای یک کامیون معلوم نشان می دهد.	v

$$K = \{1, 2, \dots, k\}, \quad k = |K| \quad \text{مجموعه ی انواع کامیون}$$

مجموعه همه‌ی سفرهای شدنی $t \in FT$	FT
مجموعه ایستگاه‌ها $S \in S$	S
مجموعه سفرهایی که ایستگاه $S \in S$ را ملاقات می‌کنند.	$Trip(s)$
هزینه سفر $t \in FT$ بدست آمده از مساله‌ی مسیریابی	c_t
سود سفر $t \in FT$ بدست آمده از مساله بارگیری مخازن کامیون TTLP برای کامیون	p_{tk}
$k \in K$	
حقوق عادی برای هر ساعت کار عادی	φ
حقوق اضافه کاری برای هر ساعت کار اضافه	φ'
ساعت کار عادی	H
ساعت اضافه کاری	H'
پارامتر دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر بارگیری مخازن کامیون $k \in K$ برای سفر t امکان‌پذیر باشد.	T_{tk}
طول سفر $t \in FT$	d_t
زمان شروع حرکت سفر $t \in FT$ از انبار	d'_t
تعداد ساعت کار عادی برای کامیون $k \in K$	h_k
تعداد ساعت اضافه کاری برای کامیون $k \in K$	h'_k
متغیر دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر سفر $t \in FT$ به کامیون $k \in K$ در دوره v اختصاص داده شود.	x_{tkv}

$$Max \sum_{(t,k,v)} (p_{tk} - c_t) x_{tkv} - \sum_k (\varphi h_k + \varphi' h'_k) \quad (14)$$

$$s.t. \quad \sum_{(t,k,v)} x_{tkv} = 1 \quad \forall s \neq \circ, t \in Trip(s) \quad (15)$$

$$\sum_{t \in FT} x_{tkv} \leq 1 \quad \forall (k,v) \quad (16)$$

$$\sum_{t \in FT} x_{tkv} \geq \sum_{t \in FT} x_{tkv+1} \quad \forall (k,v) \quad (17)$$

$$\sum_{(t,v)} (d_t + d'_t) x_{tkv} - \sum_{(t,v=1)} d'_t x_{tkv} \leq h_k + h'_k \quad \forall (k,v) \quad (18)$$

$$\sum_{t \in FT} (d_t + d'_t) x_{tkv} \leq \sum_{t \in FT} d'_t x_{tkv+1} + M(1 - \sum_{t \in FT} x_{tkv}) \quad \forall (k,v) \quad (19)$$

$$h_k \leq H \quad \forall k \quad (20)$$

$$h'_k \leq H' \quad \forall k \quad (21)$$

$$x_{tkv} \in \{0,1\} \quad \forall (t,k,v) \quad (22)$$

$$h_k, h'_k \geq 0 \quad \forall k \quad (23)$$

تابع هدف (۱۴) کل سود شبکه سراسری را ماکزیمم می‌کند. محدودیت (۱۵) قید می‌کند که هر ایستگاه یک و

فقط یک بار ملاقات شود. محدودیت (۱۶) تضمین می کند که حداکثر یک سفر به V امین سفر کامیون V اختصاص داده شود. محدودیت (۱۷) تضمین می کند سفر $V+1$ برای کامیون وجود دارد اگر سفر V برای کامیون وجود داشته باشد. محدودیت (۱۸) تضمین می کند که حرکت سفر $V+1$ بعد از زمان رسیدن سفر قبلی اتفاق می افتد چون تعداد سفرهای کامیون V مشخص نیست، محدودیت (۱۹) تضمین می کند که کل ساعت کاری (که به ساعت کاری عادی و اضافه کاری تجزیه می شود) برابر با این مدت است که به صورت زمان برگشت آخرین سفر و زمان حرکت اولین سفر محاسبه می شود. با محدودیت (۲۰) ساعت کار عادی به H ساعت محدود می شود. محدودیت (۲۱) ساعت اضافه کاری در محدوده مجاز H' قرار دارد را مشخص می کند.

۵ الگوریتم پیشنهادی برای حل مساله TDPSRPTW

برای حل مدل TDPSRPTW، ابتدا لازم است مجموعه ی همه ی سفرهای شدنی (FT) تشکیل داده شود. در این قسمت، جزئیات روش پیشنهادی برای تشکیل مجموعه ی FT شرح داده می شود.

$$FT = \phi \quad (\text{الف})$$

ب) تولید سفرهایی که تنها یک ایستگاه را ملاقات می کنند.

برای هر ایستگاه S مراحل زیر انجام می شود:

$$1. \quad V_r^* = \{ \}, V_r = \{ \}$$

۲. با توجه به این که از انبار به هر ایستگاه و برعکس کمان وجود دارد مجموعه ی $V_r = \{S\}$ تشکیل داده می شود.

۳. مساله ی بارگیری مخازن کامیون (TTLP) برای هر نوع کامیون w ، برای مجموعه ایستگاه V_r حل می شود و در صورتی که بارگیری شدنی باشد برای هر کامیون از نوع w ، $T(w)=1$ قرار داده می شود و در صورتی که بارگیری برای هر کامیون از نوع w ، نشدنی باشد از ایستگاه جاری خارج شده و ایستگاه بعدی در نظر گرفته می شود.

۴. در صورتی که بارگیری برای حداقل یک نوع کامیون شدنی باشد، مجموعه ی V_r^* برای تولید مسیر تشکیل می شود $V_r^* = \{d, Enter, Sub(s), Exit, d\}$. سپس مدل تولید مسیر را حل کرده و برای هر مسیر r تولیدی اگر بارگیری شدنی با کامیون نوع w باشد $T(w)=1$ $T(r, w)=1$ قرار داده می شود و با تولید مسیرهای پارامترهای d_r ، طول سفر r و زمان شروع حرکت سفر r (d_r') از انبار طبق روابط (۲۴) و (۲۵) و مجموعه ی $Trip(i)$ (مجموعه ی سفرهایی که ایستگاه i را ملاقات می کنند) مشخص می شود و مسیر r به سفرهای شدنی FT اضافه می شود.

$$d_r = h_i - h_j + t_{iz} \quad ; i \in Sub(s), j \in Exit, z \in Enter \quad (24)$$

$$d_r' = h_i \quad ; i \in Exit \quad (25)$$

برای بررسی بارگیری محفظه های کامیون نوع w ، اگر حداقل تعداد محفظه های مورد نیاز برای ایستگاه های در نظر گرفته شده از محفظه های کامیون نوع w کم تر باشد مدل TTLP برای کامیون نوع w ، حل می شود.

ج) تولید سفرهایی که دو ایستگاه را ملاقات می‌کنند:

برای هر دو ایستگاه i و j به شرطی که کمان (i, j) بین آن‌ها در گراف G_1 وجود داشته باشد مراحل زیر انجام می‌شود:

$$1. V_r^* = \{ \}, V_r = \{ \}$$

۲. مجموعه‌های $V_r = \{i, j\}$, $V_r^* = \{d, Exit, Sub(i), Sub(j), Enter, d_1\}$ به دست می‌آیند.

۳. مراحل ۳، ۴ در قسمت ب انجام می‌شود با این تفاوت که پارامتر d_r طبق رابطه (۲۶) به دست می‌آید و مسیر r به سفرهای شدنی FT اضافه می‌شود.

$$(26) \quad d_r = h_{i'} - h_{j'} + t_{i'z} \quad ; \quad i' \in Sub(j), \quad j' \in Exit, \quad z \in Enter$$

در این مرحله، اگر بارگیری برای دو ایستگاه با هیچ کامیونی امکان‌پذیر نباشد همه‌ی کمان‌های بین این دو ایستگاه حذف می‌شود. پس از تولید همه‌ی سفرها و تشکیل مجموعه FT ، بهبود زیر انجام می‌شود.

در مساله‌ی TS، متغیر تصمیم‌گیری x_{tkv} تعریف شد که با افزایش تعداد ایستگاه‌ها، تعداد متغیر تصمیم‌گیری در مساله افزایش می‌یابد به طوری که، اغلب حل بهینه مساله با تعداد ایستگاه بیش‌تر، بسیار مشکل و زمان‌بر است؛ بنابراین، روشی برای کاهش تعداد این متغیر تصمیم‌گیری در مساله، پیشنهاد می‌شود. ابتدا پارامتر T_{tkv} تعریف می‌شود که نشان‌دهنده‌ی این است که سفر t می‌تواند به کامیون k در دوره‌ی v اختصاص داده شود. همان‌طور که گفته شد ساعت کاری عادی و اضافه کاری به ترتیب H و H' می‌باشد. فرض کنید پارامتر dur_1 به عنوان مدت زمان کوتاه‌ترین سفر از بین تمام سفرها تولید شده باشد که از رابطه $dur_1 = \min_{t \in FT} \lambda_t$ به دست می‌آید و سفر متناظر به آن t_1 باشد، به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که اگر سفر t به کامیون k با طول مسیر بیش‌تر از $dur_1 + H + H' - dur_1$ ساعت اختصاص داده شود در این صورت این سفر تنها می‌تواند به کامیون مفروض در دوره‌ی ۱ اختصاص داده شود به عبارتی $T_{tk1} = 1$ خواهد بود. به همین ترتیب اگر پارامتر dur_2 به عنوان مدت زمان کوتاه‌ترین سفر از بین تمام سفر تولید شده به غیر از t_1 باشد که از رابطه‌ی $dur_2 = \min_{t \in FT - \{t_1\}} \lambda_t$ به دست می‌آید و سفر متناظر به آن t_2 باشد، به وضوح می‌توان یافت که اگر سفر t به کامیون k با طول مسیر بیش‌تر از $dur_2 + H + H' - dur_1 - dur_2$ و کم‌تر از $dur_1 + H + H' - dur_1$ ساعت اختصاص داده شود این می‌تواند به کامیون در دوره‌ی ۱ و ۲ اختصاص داده شود به عبارتی $T_{tk1} = 1$ و $T_{tk2} = 1$ است. حال متغیر x_{tkv} را در صورتی که $T_{tkv} = 1$ تعریف می‌شود و همین عمل، باعث کاهش قابل ملاحظه‌ای از تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری x_{tkv} می‌شود زیرا متغیر تصمیم‌گیری x_{tkv} زمانی تعریف می‌شود که $T_{tkv} = 1$ است. در نتیجه اگر پارامتر T_{tkv} در نظر گرفته نشود، تعدادی متغیر تصمیم اضافی تعریف شده است که هیچ‌گاه در مدل TS انتخاب نمی‌شوند؛ بنابراین با استفاده از این تکنیک تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری بسیار کم‌تر شده و به دنبال آن زمان محاسباتی مدل TS به شدت کاهش می‌یابد.

۶ نتایج محاسباتی

این بخش به ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای مساله TDPSRPTW می‌پردازد. الگوریتم تشریح شده با

استفاده از نرم افزار AIMMS کدنویسی شده و بر روی لپ تاپ دل مدل ۳۳۵۰، با ۲/۳۰ گیگاهرتز قدرت اجرا شده است. لازم به ذکر است که برای حل همه نمونه ها از نرم افزار GUROBI4.5 به عنوان Solver استفاده شده است. الگوریتم پیشنهادی روی ۲۰ نمونه با ۱۵ ایستگاه برگرفته از [۱۶] مورد ارزیابی قرار گرفته شده است. نمونه های مورد بررسی به صورت تصادفی تولید شده اند؛ اما براساس یک مجموعه از داده های واقعی می باشند. ابتدا ایستگاه ها به صورت تصادفی و یکنواخت در ناحیه ی اقلیدسی ۳۰۰ در ۱۰۰ کیلومتر مکان یابی می شود و مختصات انبار (۵۰، ۵۰) می باشد. با استفاده از این داده ها و توزیع گسسته، ایستگاه ها برحسب تابع فروش روزانه به شش دسته طبقه بندی می شوند که در جدول ۱ نشان داده شده است. ظرفیت مخازن زیرزمینی هر ایستگاه، با استفاده از تابع فروش روزانه تعیین می شود که در جدول ۲ نشان داده شده است. سه نوع کامیون مخزن دار که بیش تر در عمل استفاده می شود در نظر گرفته که نحوه ی پیکربندی این کامیون ها در جدول ۳ نشان داده شده است. ترکیب ناوگان، به صورت تابعی از اندازه ناوگان در جدول ۴ ارائه شده است. شرکت حمل و نقل، محصولات را از انبار یا ترمینال ذخیره تحویل می گیرد. معمولاً این شرکت از مشتریان براساس مقدار تحویل داده شده و موقعیت مکانی آن ها پول دریافت می کند به عبارت دیگر، درآمد هر لیتر تحویل برای هر محصول تابعی از فاصله ی ایستگاه از انبار است که در جدول ۵ نشان داده شده است. همچنین نتایج ارزیابی در جدول ۶ بیان شده است.

جدول ۱. توزیع فروش روزانه

دسته	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فروش روزانه (لیتر)	۰-۱۳۵۰	۱۳۵۰-۲۷۰۰	۲۷۰۰-۵۴۰۰	۵۴۰۰-۸۱۰۰	۸۱۰۰-۱۰۸۰۰	۱۰۸۰۰-۱۶۲۰۰
درصد ایستگاه ها	۲۱/۷	۲۲/۶	۱۹/۸	۱۳/۶	۶/۲	۶/۱

جدول ۲. پیکربندی مخازن زیرزمینی به صورت تابعی از فروش روزانه

فروش روزانه (لیتر)	مخزن	اندازه ی مخزن (لیتر)
۰-۲۷۰۰	۱	۲۵۰۰۰
	۲	۱۵۰۰۰
	۳	۱۵۰۰۰
۲۷۰۰-۸۱۰۰	۱	۳۵۰۰۰
	۲	۲۲۷۰۰
	۳	۲۵۰۰۰
۸۱۰۰-۱۶۲۰۰	۱	۵۰۰۰۰
	۲	۲۵۰۰۰
	۳	۳۵۰۰۰

جدول ۳. پیکربندی کامیون‌های مخزن‌دار

نوع	کل ظرفیت (۱۰۰۰ لیتر)	تعداد محفظه‌ها	ظرفیت‌ها (۱۰۰۰ لیتر)
۱	۶۰	۶	۱۷, ۶, ۱۰, ۱۰, ۷, ۱۰
۲	۵۴	۵	۱۶, ۶, ۶, ۱۰, ۱۶
۳	۵۰	۴	۱۶, ۸, ۱۲, ۱۴

جدول ۴. ترکیب ناوگان

تعداد ایستگاه‌ها	نوع I	نوع II	نوع III	اندازه‌ی ناوگان
۱۵	۲	۲	۱	۵

جدول ۵. درآمد هر لیتر تحویل براساس مکان ایستگاه

فاصله از انبار	درآمد هر لیتر (دلار)
۰-۵۰	۰/۰۰۴
۵۰-۱۰۰	۰/۰۰۷
۱۰۰-۱۵۰	۰/۰۱۰
۱۵۰-۲۰۰	۰/۰۱۳
۲۰۰>	۰/۰۱۶

همچنین برای همه‌ی نمونه‌ها، داده‌های زیر استفاده می‌شود:

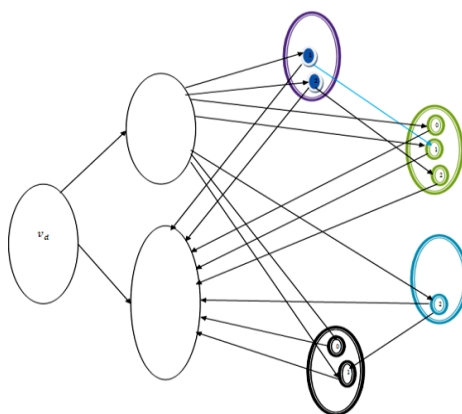
- ✓ دستمزد رانندگان برای هر ساعت کاری عادی: ۱۵ دلار
- ✓ دستمزد رانندگان برای هر ساعت اضافه کاری: ۳۰ دلار
- ✓ هزینه‌ی متغیر پیمایش برای هر کیلومتر: ۱,۷۰ دلار
- ✓ متوسط سرعت پیمایش (کیلومتر بر ساعت): ۶۰
- ✓ زمان بارگیری کامیون: ۱۵ دقیقه
- ✓ زمان سرویس‌دهی ایستگاه‌ها: ۳۰ دقیقه
- ✓ ساعت کاری عادی روزانه: ۹ ساعت
- ✓ ساعت اضافه کاری روزانه: ۳ ساعت

جدول ۶. نتایج TDPSRPTW روی نمونه‌های با ۱۵ ایستگاه

#p	Z	S(1)	S(2)	CPU
۱	۱۸۹/۸۸	۵/۹۵	۵/۲۲۳	۲۱۳/۷۵
۲	۳۶۷/۴۹	۷/۹۱	۴/۱۵۴	۲۱۷/۹۳
۳	-۳۳۳/۳	۵/۷۷	۵/۱۲۳	۹۲/۹
۴	۱۶۱/۷۲	۵/۹۵	۵/۲۸۳	۳۵/۹۶

CPU	$S(2)$	$S(1)$	Z	$\#p$
۱۶۵/۸۲	۵/۲۷۷	۵/۹۷	-۴۹/۳۵	۵
۲۳/۵۲	۳/۱۲۱	۷/۹۱	۱۷۳/۶۴	۶
۷۲/۳۱	۳/۲۶۱	۹/۱۰۸	۵۶۲	۷
۶۸	۴/۱۴۰	۷/۸۱	-۱۹۹/۷	۸
۲۷۵/۹۳	۴/۱۹۲	۷/۹۰	۵۵۲	۹
۲۱۲/۶۲	۴/۱۸۹	۷/۸۸	۳۲۷	۱۰
۴۹۹/۳۲	۳/۳۳۱	۹/۱۱۶	۳۷۸/۵۱	۱۱
۲۲۳/۵۹	۴/۳۳۶	۷/۱۰۶	۱۶۶/۷۹	۱۲
۸۹/۷۱	۵/۱۹۵	۵/۹۴	-۱۹۹	۱۳
۱۴۱/۱	۳/۱۶۹	۹/۹۴	۸۴۶/۱۴	۱۴
۱۸۹/۸	۵/۱۹۸	۵/۹۷	۱۷۴	۱۵
۲۰۲/۸۸	۳/۲۷۸	۹/۱۰۳	۳۴۸/۴۸	۱۶
۲۸/۷۷	۳/۲۵۲	۹/۱۰۱	۴۵۷/۷۱	۱۷
۵۰۰/۶۵	۴/۳۰۲	۷/۱۰۸	۳۹۵/۲۸	۱۸
۴۰۰/۲	۵/۲۰۴	۵/۹۴	۳۴۷	۱۹
۷۰/۵۰	۶/۱۴۱	۳/۷۶	۱۶۱	۲۰
۱۸۶/۷۲	-	-	۲۴۱	M

شکل ۶ یک جواب شدنی برای TDPSRPTW برای تنها یک کامیون را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود سرویس‌دهی در پنجره زمانی اختصاص داده شده به هر ایستگاه انجام می‌شود و همچنین وابستگی زمانی نیز با توجه به مطالب بیان شده در نظر گرفته شده است.



شکل ۶. جواب شدنی برای TDPSRPTW برای یک کامیون

۷ نتیجه‌گیری

در اغلب مدل‌های مسیریابی وسایل نقلیه فرض می‌شود که زمان سفر بین گمان‌ها ثابت است در صورتی که در

مسایل توزیع در داخل شهرهای بزرگ، زمان یا هزینه‌ی طی کردن مسیرها (خیابان‌های اصلی) وابسته به لحظه‌ای از روز است. بنابراین در نظر نگرفتن این موضوع دور از واقعیت است. متأسفانه، این فرض باعث می‌شود جوابی که بدست می‌آید نزدیک به بهینه یا حتی جواب نشدنی باشد. در این مساله شرایط متغیر ترافیک برای انجام بهینه‌سازی واقعی در نظر گرفته شده است. به علاوه در این مقاله مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان مورد مطالعه قرار گرفت که در این مساله، هزینه‌ی و زمان سفر روی کمان وابسته به زمانی است که کمان طی خواهد شد و TDVRPTW روی مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی، تعمیم داده شد. برای تطبیق TDVRPTW بر PSRPTW از طریق چندین مرحله، این تطبیق را به VRP کلاسیک تبدیل کرده که یک مساله مسیریابی بدون محدودیت پنجره زمانی و ظرفیت است. سپس TDPSRPTW به سه زیر مساله اصلی، مساله‌ی بارگیری مخازن کامیون‌ها، مساله‌ی مسیریابی و مساله‌ی انتخاب سفر تقسیم شده و برای این مسایل، فرمول‌بندی ریاضی ارائه گردید. سفرهایی که در این مساله تولید می‌شوند، دارای حداکثر ۲ ایستگاه است و به هر وسیله‌ی نقلیه حداکثر دو سفر اختصاص داده می‌شود. سرانجام، الگوریتم پیشنهادی روی ۲۰ نمونه تصادفی با ۱۵ ایستگاه اعمال شد.

منابع

- [۱] ابراهیمی، س. م.، خوش الحان، ف.، براجعه، م.، تهرانیان، ا.، (۱۳۹۳). مساله مسیریابی چندهدفه همراه با هزینه بارگیری و تخلیه و حل آن با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جستجوی پراکنده. تحقیقی در عملیات در کاربردهای آن، ۱۱(۳)، ۳۵-۵۷.

- [2] Brown, G. G., Graves, G. W., (1981). Real-time dispatch of petroleum tank trucks. Management science, 27(1), 19-32.
- [3] Brown, G. G., Ellis, C. J., Graves, G. W., Ronen, D., (1987). Real-time, wide area dispatch of Mobil tank trucks. Interfaces, 17, 107-120.
- [4] Bell, W. J., Dalberto, L. M., Fisher, M. L., Greenf, A. J., (1983). Improving the distribution of industrial gases with an online computerized routing and scheduling optimizer. Interface, 13(6), 4-23.
- [5] Van der Bruggen, L., Gruson, R., Salomon, M., (1995). Reconsidering the distribution structure of gasoline products for a large oil company. European Journal of Operational Research, 81, 460-473.
- [6] Taqa allah, D., Renaud, J., Boctor, F. F., (2000). Le problème d'approvisionnement des stations d'essence. Journal Européen des Systèmes Automatisés, 34, 11-34.
- [7] Ben Abdelaziz, F., Roucairol, C., Bacha, C., (2000). deliveries of liquid fuels to SNDP gas stations using vehicles with multiple Compartment. in Systems Man and Cybernetics 2002 IEEE International Conference, Hammamet, Tunisia.
- [8] Malépart, V., Boctor, F. F., Renaud, J., Labilois, S., (2003). Nouvelles approches pour l'approvisionnement des stations d'essence. Revue Française de Gestion Industrielle, 22, 15-31.
- [9] Jeganathan, K., Anbazhagan, N., Vigneshwaran, B., (2015). Perishable inventory system with server interruptions, multiple server vacations, and N policy. International Journal of Operations Research and Information Systems, 6(2), 32-52.
- [10] Xu, M., Meng, Q., Liu, K., (2017). Network user equilibrium problems for the mixed battery electric vehicles and gasoline vehicles subject to battery swapping stations and road grade constraints. Transportation Research Part B: Methodological, 99, 138-166.
- [11] Leung, W., Ng, S., Lam, J., Pan, S., (2008). Petrol delivery tanker assignment and routing: a case study in Hong Kong. Journal of the Operational Research Society, 59, 1191-1200.
- [12] Cornillier, F., Boctor, F. F., Laporte, G., Renaud, J., (2008a). An exact algorithm for the petrol station replenishment problem. Journal of the Operational Research Society, 59, 607-615.

- [13] Cornillier, F., laporte, G., Renaud, J., (2008). A heuristic for the multi-period petrol station replenishment problem. *European Journal of Operation Research*, 191(2), 295-305.
- [14] Cornillier, F., Laporte, G., Boctor, F. F., Renaud, J., (2009). The petrol station replenishment problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 36 (3), 919-935.
- [15] Johnson, D. B., (1975). Finding all the elementary circuits of a directed graph. *SIAM Journal on Computing*, 4 (1), 77-84.
- [16] Boctor, F. F., Renaud, J., Cornillier, F., (2011). Trip packing in petrol stations replenishment. *Omega*, 39, 86-98.
- [17] Cornillier, F., Boctor, F. F., Renaud, J., (2012). Heuristics for the multi-depot petrol station replenishment problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 220, 361-369.
- [18] Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F., Rahmati, F., (2014). A combination of modified tabu search and elite ant system to solve the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 31(2), 65-75.