

## توسعه سیاست سفارش دهی $(I, T)$ برای زنجیره دو سطحی با خرده فروش های غیر یکسان و کالاهای فاسدشدنی

انور محمودی<sup>۱\*</sup>، هیبت اله صادقی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

رسید مقاله: ۱۲ تیر ۱۳۹۸

پذیرش مقاله: ۱۳ اردیبهشت ۱۳۹۹

### چکیده

در این مقاله یک زنجیره دو سطحی با یک انبار مرکزی و تعدادی خرده فروش غیر یکسان در نظر گرفته شده و سیاست  $(I, T)$  برای آن توسعه داده می شود. فرض می شود که هزینه ثابت سفارش دهی برای خرده فروش ها ناچیز است، اما در انبار مرکزی هزینه ثابت سفارش دهی وجود دارد. همچنین فرض شده است که کالاهای فاسدشدنی با عمر ثابت هستند و طول عمر اقلام از زمان رسیدن آن ها به انبار مرکزی شروع می شود. با اینکه تقاضای هر خرده فروش به صورت تصادفی و از توزیع پواسون پیروی می کند، اما به دلیل استفاده از سیاست  $(I, T)$  در خرده فروش ها، تقاضای انبار مرکزی به صورت قطعی قابل تعیین است. بنابراین انبار مرکزی از یک سیاست دوره ای با طول دوره ثابت استفاده می کند. در این مطالعه تابع هزینه تقریبی مدل موجودی دو سطحی ارائه می شود و سپس به دلیل پیچیده بودن تابع هزینه، از الگوریتم متاهورستیک تکامل تفاضلی برای به دست آوردن بهترین جواب سیاست استفاده می شود. نتایج عددی نشان می دهند که تقریب استفاده شده در ارائه تابع هزینه دارای خطای قابل قبولی است.

**کلمات کلیدی:** کنترل موجودی، سیاست  $(I, T)$ ، سیستم دو سطحی، کالای فاسدشدنی.

### ۱ مقدمه

در اکثر مطالعات مسایل کنترل موجودی فرض می شود که اقلام در زمان نامحدود می توانند برای برآورده کردن تقاضای آینده ذخیره شوند و کیفیت و کمیت آن ها در طول زمان تغییر نمی کند، در حالی که کالاهای فاسدشدنی دارای عمر محدود هستند و در طول زمان رو به زوال رفته و یا غیر قابل استفاده می شوند. کالاهای فاسدشدنی دسته بزرگی از کالاهای هستند که به دلیل فساد و از دست دادن ارزش چه بسا بیشتر از کالاهای غیر فاسدشدنی نیاز به کنترل موجودی دارند. از طرفی امروزه در بسیاری از کسب و کارها، سیستم های موجودی به

\* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: anwar.mahmoodi@uok.ac.ir

صورت دو/چند سطحی هستند و در واقع یک انبار مرکزی در سطح اول قرار دارد که مواد مورد نیاز را از تامین کننده تامین می کند و در سطح دوم خرده فروشان با انبارهای کوچک تر قرار دارند که اقلام مورد نیاز خود را از انبار مرکزی تامین می کنند. به همین دلیل، توسعه سیاست های کنترل موجودی برای کنترل موجودی هر دو سطح و به منظور کمینه کردن کل هزینه سیستم موجودی از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

در این مقاله یک زنجیره تامین دوسطحی با یک انبار مرکزی و تعدادی خرده فروش غیر یکسان که کالای مورد نظر آن ها فاسدشدنی و دارای عمر ثابت است در نظر گرفته می شود. تقاضای هر خرده فروش احتمالی بوده و دارای تقاضای پواسون است و کالای خود را از انبار مرکزی تامین می کند. انبار مرکزی نیز کالاهای خود را از یک تامین کننده خارجی با ظرفیت نامحدود تامین می نماید. عمر کالاها ثابت و به محض رسیدن به انبار مرکزی شروع می شود. اگر تقاضایی در خرده فروش برآورد نشود، کمبود ایجاد شده و این کمبود به صورت فروش از دست رفته خواهد بود و تقاضا برآورده نخواهد شد. اگرچه هزینه ثابت سفارش دهی در انبار مرکزی مثبت در نظر گرفته می شود اما فرض بر این است که هزینه ثابت سفارش دهی در خرده فروش ها ناچیز است و به همین دلیل منطقی است که خرده فروش ها از یکی از دو سیاست  $(1, T)$  و یا  $(S-1, S)$  استفاده نمایند.

در سیاست  $(1, T)$  در هر فاصله زمانی ثابت  $T$  یک واحد کالا سفارش داده می شود. این سیاست توسط حجی و حجی [۱] ارایه شد و دارای مزایای زیادی نسبت به سیاست  $(S-1, S)$  است. یکی از مهم ترین مزیت های سیاست  $(1, T)$  حذف عدم قطعیت تقاضا در سطوح بالاتر زنجیره است. زیرا هنگامی که سیاست  $(1, T)$  در خرده فروش ها به کار می رود، تقاضای ارسالی از خرده فروش به لایه بالاتر به صورت قطعی و به اندازه یک واحد در هر فاصله زمانی ثابت  $T$  است. همین مزیت باعث حذف اثر شلاق چرمی ناشی از عدم قطعیت تقاضا، حذف هزینه های مربوط به نگهداری موجودی اطمینان در لایه های بالایی، برنامه ریزی تولید آسان تر و در نهایت کاهش هزینه تبادل اطلاعات می شود. از مزیت های دیگر این سیاست، حساس نبودن به زمان تامین و کمتر بودن هزینه آن نسبت به سیاست  $(S-1, S)$  در هنگام زیاد بودن زمان تحویل است. حجی و حجی [۱] سیاست  $(1, T)$  را برای سیستم یک سطحی و کالاهای غیر فاسدشدنی تحلیل نمودند و به دنبال آن ها، حجی و همکاران [۲] این سیاست را برای مدل دوسطحی با کالاهای غیر فاسدشدنی توسعه دادند. محمودی و همکاران [۳] این سیاست را برای سیستم یک سطحی و کالاهای فاسدشدنی به کار بردند.

مطالعات قابل توجهی در مورد مدل های موجودی دوسطحی با کالاهای غیر فاسدشدنی انجام شده است. به عنوان مثال طیبی و همکاران [۴] یک انبار مرکزی با تعدادی خرده فروش دلخواه در نظر گرفتند که در آن انبار مرکزی نقش تخصیص و توزیع موجودی ها را بر عهده داشت و از یک سیاست با دوره مشترک برای ارسال کالاها به خرده فروش ها استفاده می کرد. همچنین خرده فروش ها دارای تقاضای پواسون بودند و بر اساس سیاستی مشابه  $(1, T)$  کالا به دست آن ها می رسید. فان و همکاران [۵] یک مدل موجودی دو سطحی دو کانالی را در نظر گرفتند که در صورت نبود موجودی در یک کانال، دو استراتژی شیفت مشتریان به کانال دیگر و انتقال موجودی از کانال دیگر را بررسی کردند. وینگردان و همکاران [۶] تاثیر وجود انبار اضطراری را در مدل دوسطحی موجودی با کالاهای غیر فاسدشدنی بررسی کردند.

دسته دیگر از مطالعات مرتبط با پژوهش حاضر، مقالات ارایه شده در زمینه مدل‌های دوسطحی کالاهای فاسدشدنی آنی و غیر آنی با طول عمر تصادفی است. به عنوان مثال، هوانگ و همکاران [۷] یک سیستم دو سطحی را در دو حالت متمرکز و غیر متمرکز مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها تقاضا را وابسته به قیمت در نظر گرفتند و علاوه بر بررسی سیاست موجودی، تصمیمات قیمت‌گذاری و قابلیت اطمینان خط تولید را نیز تحلیل کردند.

همه مطالعات فوق کالاهای غیر فاسدشدنی و یا فاسدشدنی با طول عمر تصادفی در نظر گرفته‌اند. به دلیل پیچیدگی زیادی که در بررسی مدل‌های موجودی دو سطحی با کالاهای فاسدشدنی با عمر ثابت وجود دارد، تعداد تحقیقات انجام شده در این زمینه محدود است. عبدالمالک و زیگلر [۸] سیاست سفارش اقتصادی را در سیستم‌های دو سطحی با یک کالای فاسدشدنی با طول عمر ثابت مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها تقاضا را قطعی در نظر گرفتند و اندازه‌ی دسته سفارش‌دهی اقتصادی (EOQ) را برای خرده‌فروش و تامین‌کننده با اعمال این محدودیت که طول دوره سفارش‌دهی بیشتر از عمر محصول نباشد، تعیین نمودند. فوجیوارا و همکاران [۹] سیاست مرور دوره‌ای را برای مدل دو سطحی با فرض عمرهای متفاوت در دو سطح مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها سیاست بازپرسازی سطح اول را به صورت  $(T, S)$  و سیاست بازپرسازی سطح دوم را به صورت  $(T_i, S_i)$  در نظر گرفتند و یک الگوریتم برای تعیین مقدار بهینه  $S$  و  $S_i$ ها ارایه نمودند. کانچاناسونتورن و تکنیتساواد [۱۰] سیاست مرور دوره‌ای را برای کنترل موجودی در دو سطح زنجیره با دوره ثابت  $R$  در نظر گرفتند که انبار مرکزی از سیاست  $(R, S, S)$  و خرده‌فروش‌ها از سیاست  $(R, S_i)$  استفاده می‌نمودند. آن‌ها بر خلاف مطالعات موجود در این حوزه، تقاضای خرده‌فروش‌ها را توزیع نرمال در نظر گرفتند. اولسون [۱۱] با ناچیز در نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی در یک زنجیره دو سطحی با کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت، مقدار شبه بهینه برای سیاست  $(S-1, S)$  در حالت کمبود پس‌افت به دست آورد. محمودی و حجبی [۱۲] مدل دو سطحی با کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت را در نظر گرفتند که عمر کالاهای پس‌از رسیدن به خرده‌فروش‌ها شروع می‌شد. آن‌ها با مقایسه دو سیاست  $(S-1, S)$  و  $(1, T)$  برای خرده‌فروشان نتیجه گرفتند که وقتی که زمان تحویل از انبار به خرده‌فروشان به اندازه کافی بزرگ است سیاست  $(1, T)$  بهتر از  $(S-1, S)$  عمل می‌کند. محمودی و حجبی [۱۳] در یک پژوهش دیگر سیاست  $(S-1, S)$  را برای مدل دو سطحی با تعداد خرده‌فروش دلخواه و کالای فاسدشدنی با طول عمر ثابت در حالت کمبود به صورت فروش از دست رفته بررسی کردند.

در ادبیات موضوع، مطالعات زیادی مسایل کنترل موجودی کالای فاسدشدنی تک سطحی [۱۴] و یا مسایل چند سطحی برای کالاهای غیر فاسدشدنی [۱۵] را مورد بررسی قرار داده‌اند. اما بر اساس دانسته‌های نویسندگان، مطالعات اندکی مدل‌های کنترل موجودی دوسطحی کالاهای فاسدشدنی را در نظر گرفته‌اند. از طرفی، به دلیل اهمیت مدل‌های موجودی دو سطحی با کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت، ادبیات نیازمند تلاش‌های بیشتری برای بررسی این گونه مدل‌ها است. در پژوهش حاضر سیاست  $(1, T)$  برای مدل دو سطحی با خرده‌فروش‌های غیریکسان و کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت توسعه داده می‌شود.

در این مطالعه یک زنجیره دو سطحی شامل یک انبار مرکزی و  $N$  خرده‌فروش غیر یکسان در نظر گرفته می‌شود. همچنین کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت و شروع طول عمر آن‌ها از ابتدای ورود به انبار مرکزی است. هنگامی که خرده‌فروش‌ها یکسان نیستند، یعنی دارای تقاضا، پارامترهای هزینه و زمان تحویل یکسانی نباشند، پارامتر  $T$  در سیاست  $(I, T)$  برای آن‌ها می‌تواند متفاوت باشد. در صورتی که هزینه سفارش‌دهی انبار مرکزی ناچیز در نظر گرفته شود، انبار مرکزی می‌تواند سفارش‌های خود را طوری تنظیم نماید که دقیقاً بعد از دریافت، آن‌ها را برای خرده‌فروشان ارسال کند و متحمل هیچ هزینه‌ای نخواهد شد. اما هنگامی که انبار مرکزی دارای هزینه سفارش‌دهی باشد، باید سیاست کنترل انبار مرکزی به منظور کمینه کردن هزینه تعیین گردد. در این پژوهش فرض می‌شود که خرده‌فروش‌ها دارای هزینه سفارش‌دهی نیستند اما انبار مرکزی با هزینه سفارش‌دهی روبروست به علاوه فرض می‌شود که کمبود در خرده‌فروش‌ها به صورت فروش از دست رفته است اما کمبود در انبار مرکزی مجاز نیست.

فرض می‌شود که انبار مرکزی از یک نوع سیاست سفارش دوره‌ای استفاده می‌کند به طوری که طول دوره سفارش‌دهی که در واقع متغیر تصمیم آن برای کمینه کردن هزینه است، ثابت و برابر  $T$  در نظر گرفته شده است و در هر بار سفارش به اندازه تقاضاهایی که در طول دوره  $T$  بعدی به او می‌رسد، سفارش می‌دهد. با توجه به اینکه خرده‌فروش‌ها از سیاست  $(I, T)$  استفاده می‌کنند، بعد از تعیین دوره سفارش‌دهی توسط خرده‌فروش‌ها، الگوی تقاضا به انبار مرکزی به صورت دقیق و قطعی مشخص می‌شود. بنابراین بعد از تعیین  $T$  برای انبار مرکزی مقدار سفارش آن در هر بار سفارش به طور قطعی قابل تعیین است.

با توجه به اینکه عمر کالاهای از لحظه رسیدن به انبار شروع می‌شود، عمر آن‌ها هنگام رسیدن به خرده‌فروش می‌تواند متغیر باشد، بررسی مدل با در نظر گرفتن عمر متغیر کالاهای در خرده‌فروش فوق‌العاده پیچیده بوده و برای ما قابل انجام نیست. از این رو عمر کالاهای در زمان رسیدن به خرده‌فروش را با میانگین آن‌ها تقریب می‌زنیم. به همین دلیل تابع هزینه کل به دست آمده یک تقریب از تابع هزینه واقعی است. نتایج عددی نشان دادند که تقریب استفاده شده منطقی و قابل قبول است. در نهایت با توجه به پیچیدگی تابع هزینه به دست آمده برای مدل، برای حل آن از الگوریتم متاهیورستیک تفاضل تکاملی استفاده می‌شود. به طور خلاصه سهم تحقیقاتی این مقاله نسبت به ادبیات موضوع عبارت است از

(۱) توسعه سیاست  $(I, T)$  برای سیستم موجودی دوسطحی با خرده‌فروش‌های غیریکسان و در نظر گرفتن کالاهای فاسدشدنی

(۲) در نظر گرفتن کمبود به صورت فروش از دست رفته

(۳) ارائه یک تابع تقریبی کارا برای هزینه کل سیستم

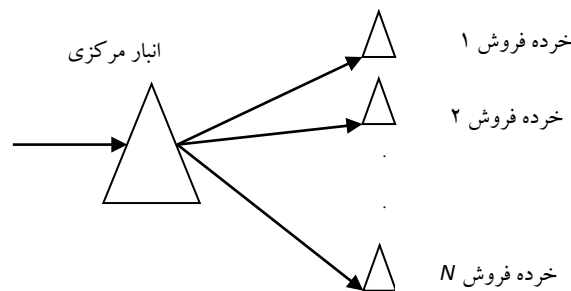
(۴) تبیین الگوریتم متاهیورستیک تفاضل تکاملی برای حل مساله.

در ادامه ابتدا در بخش ۲، مدل مورد بررسی با جزئیات کامل تشریح می‌شود. سپس در بخش ۳ تابع هزینه انبار مرکزی و خرده‌فروش‌ها ارائه می‌شود. در بخش ۴ روش حل که الگوریتم متاهیورستیک تفاضلی

است تشریح می‌شود. و در بخش ۵ نتایج عددی حاصل از محاسبات عددی ارائه می‌گردد. در نهایت در بخش ۶، جمع‌بندی و نتیجه‌گیری پژوهش ارائه می‌شود.

## ۲ شرح مدل

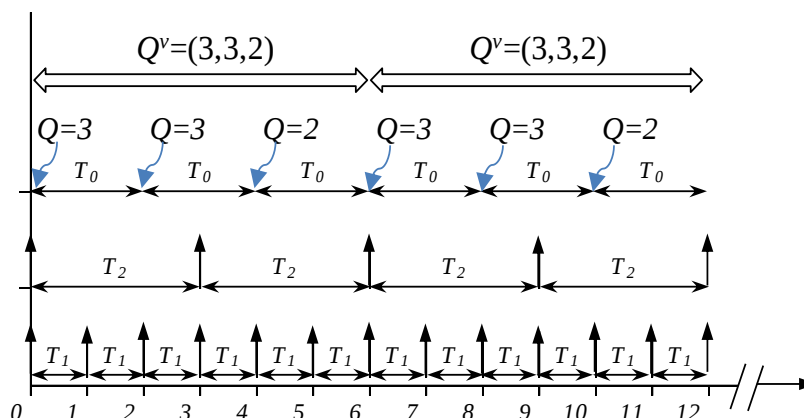
در این مطالعه یک زنجیره دو سطحی با یک انبار مرکزی و  $N$  خرده‌فروش غیریکسان که کالای مورد نظر آن‌ها فاسدشدنی و دارای عمر ثابت است در نظر گرفته می‌شود. شکل ۱ ساختار کلی سیستم موجودی مورد بررسی را نشان می‌دهد. هر خرده‌فروش دارای تقاضای پواسون است و کالای خود را از انبار مرکزی تامین می‌کند. انبار مرکزی نیز کالاهای خود را از یک تامین‌کننده خارجی با ظرفیت نامحدود تامین می‌کند. طول عمر کالاها ثابت و به محض رسیدن به انبار مرکزی شروع می‌شود. کمبود برای خرده‌فروشان مجاز بوده و به صورت فروش از دست رفته است، اما کمبود در انبار مرکزی مجاز نیست. به علاوه فرض می‌شود که هزینه کمبود در خرده‌فروش‌ها به اندازه کافی بزرگ است به طوری که در هیچ کدام از آن‌ها تعطیل کردن کامل سیستم موجودی به صرفه نیست. هزینه ثابت سفارش‌دهی در انبار مرکزی مثبت اما در خرده‌فروش‌ها ناچیز است.



شکل ۱. ساختار سیستم موجودی

خرده‌فروش نام از سیاست سفارش‌دهی  $(T_i, 1)$  استفاده می‌کند. به عبارت دیگر در هر فاصله زمانی ثابت  $T_i$  به اندازه یک واحد از انبار مرکزی سفارش می‌دهد. چون زمان تامین از انبار مرکزی که شامل حمل و نقل از انبار به خرده‌فروش است، برای هر خرده‌فروش ثابت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین هر خرده‌فروش در هر فاصله زمانی ثابت  $T_i$  یک واحد کالا دریافت می‌کند. با توجه به غیریکسان بودن خرده‌فروش‌ها، لزوماً  $T_i$ ها یکسان نیستند. بعد از مشخص شدن  $T_i$ ها، الگوی تقاضا به انبار مرکزی به صورت دقیق و قطعی مشخص می‌شود. انبار مرکزی از سیاست سفارش دوره‌ای با دوره ثابت  $T_i$  استفاده می‌کند و باید مقدار بهینه  $T_i$  را تعیین کند. انبار مرکزی در هر بار سفارش به اندازه تقاضای خود در دوره  $T_i$  بعدی سفارش می‌دهد و چون الگوی تقاضای او مشخص است این مقدار بعد از مشخص شدن  $T_i$ ها و  $T_i$  قابل تعیین است. به عنوان مثال اگر مقدار بهینه فاصله زمانی بین ارسال کالاها از انبار مرکزی به خرده‌فروش‌ها با توجه به سیاست سفارش‌دهی تعیین شده آن‌ها به ترتیب  $T_1, T_2, \dots, T_N$  باشد. انبار مرکزی از سیاست  $(Q^V, T_i)$  استفاده می‌کند که در آن  $T_i$  زمان ثابت بین هر دو بار سفارش‌دهی متوالی انبار مرکزی است و  $Q^V$  یک بردار با تعداد  $LCM(T_1, T_2, \dots, T_N)$  عضو است که در آن  $LCM(T_1, T_2, \dots, T_N)$  کوچک‌ترین مضرب مشترک مقادیر  $T_1, T_2, \dots, T_N$  است. در واقع انبار مرکزی در هر بار سفارش به اندازه مقدار مورد نیاز خود برای یک دوره ثابت  $T_i$  سفارش می‌دهد. با توجه به اینکه تقاضای

رسیده به انبار مرکزی قطعی است، این مقدار به طور دقیق قابل پیش بینی است. با توجه به فرض مشخص بودن زمان تحویل از تامین کننده خارجی، انبار مرکزی طوری سفارش می دهد که مقدار مورد نیاز دوره ثابت  $T_1$  را در ابتدای دوره دریافت کند. با این سیاست مقادیر سفارش انبار مرکزی در هر بار ممکن است متفاوت باشد اما به صورت متناوب تکرار می شود. دوره تناوب تکرار به اندازه کوچک ترین مضرب مشترک مقادیر  $T_1, T_2, \dots, T_N$  و  $T_N$  یعنی  $LCM(T_1, T_2, \dots, T_N)$  است. جهت درک بهتر در شکل ۲ یک مثال با دو خرده فروش و با فرض  $T_1 = 1$  و  $T_2 = 3$  در نظر گرفته شده و مسیر نمونه سیاست های آن ها نمایش داده شده است.



شکل ۲. مثالی برای نشان دادن تناوب سیاست انبار مرکزی

نمادهای مورد استفاده در این مقاله به صورت زیر تعریف می شوند:

|                                                         |             |
|---------------------------------------------------------|-------------|
| تعداد خرده فروش ها                                      | $N$         |
| نرخ تقاضای پواسان در خرده فروش $i$ ام                   | $\mu_i$     |
| نرخ تقاضا در انبار مرکزی                                | $\mu_c$     |
| هزینه یک واحد فروش از دست رفته در خرده فروش $i$         | $\pi_i$     |
| هزینه نگهداری واحد موجودی در واحد زمان در انبار مرکزی   | $h_0$       |
| هزینه نگهداری واحد موجودی در واحد زمان در خرده فروش $i$ | $h_i$       |
| هزینه فاسد شدن یک واحد در خرده فروش $i$                 | $p_i$       |
| هزینه خرید یک واحد کالا در انبار مرکزی                  | $c$         |
| هزینه ثابت سفارش دهی در انبار مرکزی                     | $k$         |
| احتمال فاسد شدن یک واحد کالا در خرده فروش $i$           | $\alpha_i$  |
| زمان حمل از تامین کننده خارجی به انبار مرکزی            | $\tau_c$    |
| زمان حمل از انبار مرکزی به خرده فروش $i$                | $\tau_i$    |
| طول عمر یک کالا                                         | $m$         |
| میانگین طول عمر کالا در لحظه رسیدن به خرده فروش $i$     | $\bar{m}_i$ |
| میانگین موجودی در دست در انبار مرکزی                    | $\bar{I}^w$ |

|                                                          |         |
|----------------------------------------------------------|---------|
| میانگین موجودی در دست در خرده فروش $i$                   | $I_i^r$ |
| میانگین هزینه کل نگهداری در واحد زمان در انبار مرکزی     | $H$     |
| میانگین هزینه کل نگهداری در واحد زمان در خرده فروش $i$   | $H_i^r$ |
| میانگین هزینه کل کمبود در واحد زمان در خرده فروش $i$     | $P_i$   |
| میانگین هزینه کل فاسد شدن در واحد زمان در خرده فروش $i$  | $OC_i$  |
| میانگین هزینه کل خرید در واحد زمان در انبار مرکزی        | $PC$    |
| میانگین هزینه ثابت سفارش دهی در واحد زمان در انبار مرکزی | $K$     |
| نرخ هزینه کل در انبار مرکزی                              | $C_i$   |
| نرخ هزینه کل در خرده فروش $i$                            | $C_i^r$ |
| نرخ هزینه کل سیستم                                       | $TC$    |

### ۳. ارایه تابع هزینه مدل

### ۳-۱ مروری بر سیاست (T, I) در حالت تک سطحی

در محاسبه تابع هزینه خرده‌فروش‌ها از نتایج مدل  $(T, 1)$  در سیستم یک سطحی استفاده می‌شود. سیاست  $(T, 1)$  برای سیستم تک سطحی با کالاهای فاسدشدنی توسط محمودی و همکاران در [۳] توسعه داده شده است. نتایج مورد استفاده از این مقاله به طور خلاصه در این بخش ارائه می‌شود.

محمودی و همکاران در [۳] با فرض زمان تحویل ثابت و برابر  $T$ ، طول عمر محدود و برابر  $m$  و تقاضای پواسون با پارامتر  $\mu$ ، سیاست  $(T, 1)$  را بررسی کردند. آن‌ها از تشابه مدل خود با مدل سد با ظرفیت محدود، رابطه زیر را برای درصد (احتمال) فاسد شدن کالاها،  $\alpha$ ، ارائه نمودند.

$$\alpha = \frac{e^{-\mu m}}{1 + \sum_{i=1}^N (-\mu)^i e^{-i\mu T} \frac{(m-iT)^i}{i!}} \quad (1)$$

که در آن  $N_1 = [\frac{m}{T}]$  و نماد  $[\cdot]$  اپراتور جزء صحیح است.

همچنین درصد خالی شدن سیستم از موجودی و یا درصد تقاضای از دست رفته ( $P_b$ ) به صورت زیر ارایه شده است.

$$P_{\dot{}} = 1 - \frac{1 - \alpha}{\mu T} \quad (2)$$

به علاوه، میانگین موجودی (I) به صورت زیر به دست آمد.

$$I = \frac{\hbar}{T}(m\alpha + \Theta) \quad (3)$$

که در آن  $\Theta = \int y h(y) dy$  است که  $h(y)$  تابع زیر است.

$$h(y) = \begin{cases} \alpha e^{\mu(m-y)} \left( \mu \sum_{i=0}^{N_1} \frac{(-\mu)^i}{i!} e^{-i\mu T} (m-y-iT)^i + \sum_{i=1}^{N_1} \frac{(-\mu)^i}{(i-1)!} e^{-i\mu T} (m-y-iT)^{i-1} \right) & ; 0 \leq y < m - N_1 T \\ \alpha e^{\mu(m-y)} \left( \mu \sum_{i=0}^n \frac{(-\mu)^i}{i!} e^{-i\mu T} (m-y-iT)^i + \sum_{i=1}^n \frac{(-\mu)^i}{(i-1)!} e^{-i\mu T} (m-y-iT)^{i-1} \right) & ; m - (n+1)T \leq y < m - nT ; n = 1, \dots, N_1 - 1 \\ \alpha \mu e^{\mu(m-y)} & ; m - T \leq y \end{cases}$$

### ۳-۲ هزینه انبار مرکزی

در این مقاله فرض شده است که هزینه کمبود در خرده فروش ها به اندازه کافی بزرگ است به طوری که در هیچ کدام از آن ها تعطیل کردن کامل سیستم موجودی به صرفه نیست. در نتیجه استقرار سیستم موجودی به صرفه است، یعنی  $T_i \neq \infty$ . با توجه به بهینه بودن استقرار سیستم موجودی، رابطه ی زیر برای دوره سفارش دهی انبار مرکزی برقرار است.

$$0 < T_i < m - \min_{i \in \{1, \dots, N\}} \{\tau_i\} \quad (4)$$

دلیل درستی این رابطه به این صورت است که عمر محصول از لحظه ورود به انبار مرکزی شروع می شود و اگر  $m - \min_{i \in \{1, \dots, N\}} \{\tau_i\} < T_i$  باشد، در هر دوره  $T_i$ ، به دلیل فاسد شدن، قطعا هیچ کالای سالمی در بازه های زمانی بین زمان  $m - \min_{i \in \{1, \dots, N\}} \{\tau_i\}$  تا  $T_i$  در سیستم موجود نیست که به معنی تعطیل شدن سیستم موجودی در این بازه زمانی است. همچنین با توجه به قطعی بودن تقاضا در انبار مرکزی و ثابت بودن طول عمر کالا، بدیهی است که در سیاست بهینه باید طوری سفارش داده شود که احتمال فاسد شدن در انبار مرکزی و یا در مسیر ارسال به خرده فروش صفر باشد که خود دلیل دیگری بر درست بودن رابطه فوق است.

با توجه به قطعی بودن زمان تحویل از تامین کننده خارجی، انبار مرکزی می تواند سفارش خود را به اندازه زمان تحویل تامین کننده زودتر از زمان مورد نیاز ارایه کند تا در زمان مورد نظر کالاهای مورد نیاز را در اختیار داشته باشد. بنابراین مقدار زمان تحویل به انبار مرکزی تاثیری در سیاست بهینه ندارد. هزینه های انبار مرکزی شامل هزینه خرید کالا، هزینه ثابت سفارش دهی و هزینه نگهداری موجودی می باشد، که در ادامه هر کدام از آن ها محاسبه می شوند.

با توجه به سیاست  $(\lambda, T_i)$  در خرده فروش ها، نرخ تقاضای انبار مرکزی  $\mu_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{T_i}$  است. در نتیجه متوسط هزینه خرید کالاها در واحد زمان از رابطه زیر به دست می آید.

$$OC = c\mu_i = c \sum_{i=1}^N \frac{1}{T_i} \quad (5)$$

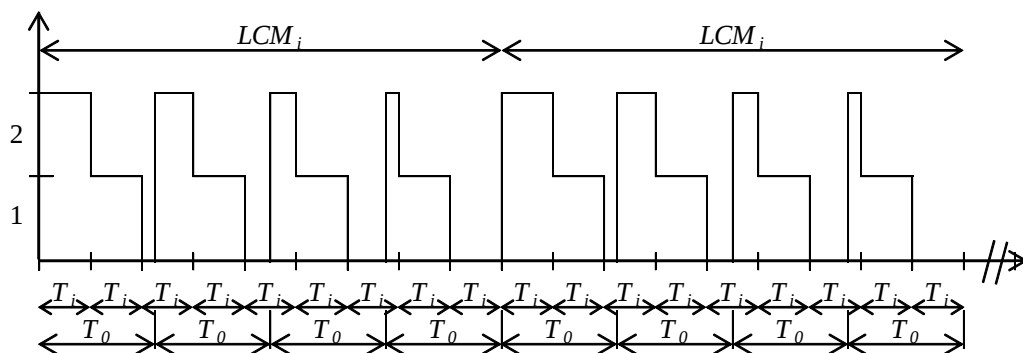
همچنین متوسط هزینه ثابت سفارش دهی در واحد زمان در انبار مرکزی به صورت زیر است.

$$K = \frac{k}{T_i} \quad (6)$$

برای به دست آوردن مقدار متوسط موجودی در انبار مرکزی، براساس زمان ورود و خروج کالاهای ارسالی به خرده فروش نام تصمیم گیری می شود. در این صورت اگر  $T_i$  برابر  $T_i$  باشد انبار مرکزی به محض دریافت یک محموله، کالا را برای خرده فروش نام ارسال می کند در نتیجه کالای مربوط به خرده فروش نام در انبار مرکزی راکد نمی ماند. اما در صورت نابرابر بودن، بنابه کوچک تر یا بزرگ تر بودن  $T_i$  از  $T_i$  دو حالت زیر پیش می آید.

حالت ۱ -  $T_i > T_i$ :

برای درک بهتر این حالت یک مسیر نمونه موجودی برای آن با فرض  $T_i = 2/25 T_i$  در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل ۳. سطح موجودی متناظر با کالاهای ارسالی به خرده فروش نام در انبار مرکزی با فرض  $T_i = 2/25 T_i$

در این حالت مقدار موجودی که برای ارسال به خرده فروش نام در انبار مرکزی در هر لحظه از زمان وجود دارد به صورت متناوب و با تناوب  $LCM_i = LCM(T_i, T_i)$  تکرار می شود. در نتیجه با به دست آوردن رد مسیر موجودی مربوطه در یک دوره زمانی  $LCM_i$  می توان مقدار متوسط موجودی مربوط به خرده فروش نام در انبار مرکزی را به دست آورد. با توجه به اینکه انبار مرکزی در دوره های ثابت  $T_i$  محموله خود را دریافت می کند، هر محموله دریافتی شامل همه کالاهای ارسالی به خرده فروش نام از لحظه دریافت محموله تا  $T_i$  واحد زمانی دیگر می شود. هر تناوب  $LCM_i$  یک سیکل در نظر گرفته می شود که شامل  $PC_i = LCM_i / T_i$  دوره  $T_i$  واحد زمانی است. تعداد کالاهایی که در هر دوره  $T_i$  به خرده فروش مذکور ارسال می شود بنابه به این که در کدام دوره  $T_i$  واحد زمانی از سیکل  $LCM_i$  باشند می تواند متفاوت باشد. در دوره نام  $T_i$  واحد زمانی از سیکل  $LCM_i$  که  $j = 1, \dots, PC_i - 1$  است، مقدار موجودی مربوط به خرده فروش نام در انبار مرکزی - که آن را با  $I_{ij}^w$  نشان می دهیم - به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}
 I_{ij}^w &= \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor \right) \times (T_i - \text{mod}((j-1)T_i, T_i)) + \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor - 1 \right) T_i + \\
 &\quad \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor - 2 \right) T_i + \dots + T_i \Rightarrow \\
 I_{ij}^w &= \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor \right) \times (T_i - \text{mod}((j-1)T_i, T_i)) + \\
 &\quad \frac{1}{2} \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor - 1 \right) \times \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor \right) T_i \quad ; j = 1, \dots, PC_i - 1
 \end{aligned} \tag{7}$$

همچنین در دوره آخر  $T_i$  واحد زمانی از سیکل  $LCM_i$  این مقدار برابر است با

$$I_{iPC_i}^w = \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor \cdot (T_i - \text{mod}(LCM_i - T_i, T_i)) + \frac{1}{\gamma} \left( \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor - 1 \right) \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor T_i \quad (8)$$

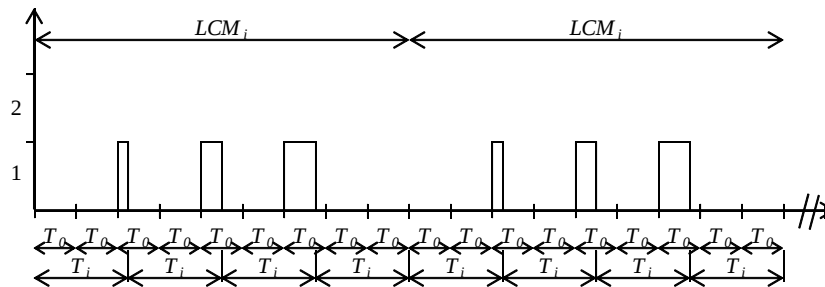
که در آن  $\text{mod}(x, y)$  به معنی مقدار باقیمانده حاصل از تقسیم  $x$  بر  $y$  و  $\lfloor x \rfloor$  تابع جزء صحیح  $x$  است. در نتیجه میانگین موجودی مربوط به خرده فروش نام در انبار مرکزی را می توان از جمع این مقادیر و تقسیم آن ها بر طول سیکل،  $LCM_i$ ، به دست آورد.

$$\bar{I}_i^w = \frac{1}{LCM_i} \sum_{j=1}^{PC_i-1} \left\{ \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor \right) \cdot (T_i - \text{mod}((j-1)T_i, T_i)) \right. \\ \left. + \frac{1}{\gamma} \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor - 1 \right) \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor \right) T_i \right\} \\ + \frac{1}{LCM_i} \left( \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor \cdot (T_i - \text{mod}(LCM_i - T_i, T_i)) + \frac{1}{\gamma} \left( \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor - 1 \right) \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor T_i \right) \quad (9)$$

حالت ۲ -  $T_i < T_i$ :

برای درک بهتر این حالت یک مسیر نمونه موجودی برای این حالت با فرض  $T_i = 2/25T_i$  در شکل ۴ نمایش داده شده است. در این حالت نیز موجودی که برای ارسال به خرده فروش نام در انبار مرکزی در هر لحظه از زمان وجود دارد به صورت متناوب و با تناوب  $LCM_i$  تکرار می شود. میانگین موجودی در واحد زمان برای این حالت به صورت زیر به دست می آید.

$$\bar{I}_i^w = \frac{1}{LCM_i} \sum_{j=1}^{(LCM_i/T_i)-1} \text{mod}(jT_i/T_i) \quad (10)$$



شکل ۴. سطح موجودی متناظر با کالاهای ارسالی به خرده فروش نام در انبار مرکزی با فرض  $T_i = 2/25T_i$

با در نظر گرفتن متغیر شرطی صفر و یک  $y_i$ ، به این صورت که اگر  $T_i > T_i$  باشد، مقدار ۱ و اگر  $T_i \leq T_i$  باشد، مقدار صفر بگیرد، داریم.

$$\bar{I}_i^w = y_i \cdot \frac{1}{LCM_i} \sum_{j=1}^{PC_i-1} \left\{ \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor \right) \cdot (T_i - \text{mod}((j-1)T_i, T_i)) \right. \\ \left. + \frac{1}{\gamma} \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor - 1 \right) \left( \left\lfloor \frac{jT_i}{T_i} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(j-1)T_i}{T_i} \right\rfloor \right) T_i \right\} \\ + y_i \cdot \frac{1}{LCM_i} \left( \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor \cdot (T_i - \text{mod}(LCM_i - T_i, T_i)) + \frac{1}{\gamma} \left( \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor - 1 \right) \left\lfloor \frac{T_i}{T_i} \right\rfloor T_i \right) \\ + (1 - y_i) \cdot \frac{1}{LCM_i} \sum_{j=1}^{(LCM_i/T_i)-1} \text{mod}(jT_i, T_i) \quad (11)$$

بنابراین با جمع روی همه خرده‌فروش‌ها مقدار متوسط موجودی در واحد زمان در انبار مرکزی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\bar{I}^w = \sum_{i=1}^N \bar{I}_i^w \quad (12)$$

در نتیجه هزینه نگهداری در انبار مرکزی به صورت زیر خواهد بود.

$$H_i = h_i \bar{I}^w = h_i \sum_{i=1}^N \bar{I}_i^w \quad (13)$$

با توجه به روابط (۵)، (۶) و (۱۳) هزینه انبار مرکزی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$C_i = K + OC + H_i = \frac{k}{T_i} + c \sum_{i=1}^N \frac{1}{T_i} + h_i \sum_{i=1}^N \bar{I}_i^w \quad (14)$$

### ۳-۳ هزینه خرده‌فروش

همان‌طور که قبلاً اشاره شد عمر کالا از لحظه رسیدن به انبار مرکزی شروع می‌شود، بنابراین کالاهای رسیده به خرده‌فروش نام بنابه رابطه‌ی  $T_i$  و  $T_i$  ممکن است طول عمرهای متفاوتی داشته باشد. اگر لحظه شروع فرآیند را در نظر بگیرید کالای اول ارسالی دقیقاً بعد از دریافت در انبار مرکزی ارسال می‌شود و در نتیجه عمر باقیمانده آن هنگام رسیدن به خرده‌فروش  $m - \tau_i$  خواهد بود. کالای دوم ارسالی به اندازه  $\text{mod}(T_i, T_i)$  واحد زمانی از عمر خود را در انبار مرکزی خواهد بود، (که در آن  $\text{mod}(x, y)$  به معنی باقیمانده  $x$  بر  $y$  است). سپس به خرده‌فروش ارسال می‌شود. در نتیجه عمر باقیمانده کالا هنگام رسیدن به خرده‌فروش،  $m - \text{mod}(T_i, T_i) - \tau_i$  است. به همین صورت عمر زامین کالای ارسالی هنگام رسیدن به خرده‌فروش به اندازه  $m - \text{mod}(jT_i, T_i) - \tau_i$  است. طول عمر کالاها هنگام رسیدن به خرده‌فروش به صورت متناوب و با تناوب  $LCM_i$  است. در نتیجه طول عمر متوسط کالای رسیده به خرده‌فروش نام به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \bar{m}_i &= \frac{1}{(LCM_i/T_i)} \sum_{j=0}^{\frac{LCM_i}{T_i}-1} (m - \text{mod}(jT_i, T_i) - \tau_i) \\ &= \frac{T_i}{LCM_i} \sum_{j=0}^{\frac{LCM_i}{T_i}-1} (m - \text{mod}(jT_i, T_i) - \tau_i) \end{aligned} \quad (15)$$

طول عمر کالاهای رسیده به خرده‌فروش در دوره‌های مختلف متفاوت است. از این رو بررسی دقیق مدل خرده‌فروش فوق‌العاده پیچیده خواهد بود بنابراین در این تحقیق از میانگین عمر باقیمانده کالای ارسالی به هر خرده‌فروش،  $\bar{m}_i$ ، به جای مقدار واقعی آن استفاده می‌شود. با استفاده از این تقریب مدل خرده‌فروش‌ها دقیقاً مانند مدل تک سطحی بخش ۳-۱ می‌شود. در این صورت احتمال فاسد شدن کالاها در خرده‌فروش  $i$ ،  $\alpha_i$ ، با استفاده از رابطه (۱) به صورت زیر است.

$$\alpha_i = \frac{e^{-\mu_i \bar{m}_i}}{1 + \sum_{j=1}^{\bar{N}_i} (-\mu_i)^j e^{-j\mu_i T_i} \frac{(\bar{m}_i - jT_i)^j}{j!}} \quad (16)$$

که در آن  $\bar{N}_i = \lceil \frac{\bar{m}_i}{T_i} \rceil$ . همچنین نرخ ورود کالا به خرده فروش نام،  $\frac{1}{T_i}$  و احتمال فاسد شدن کالا  $\alpha_i$  است. بنابراین هزینه فاسد شدن کالا در این خرده فروش از رابطه زیر تعیین می شود.

$$OC_i = \frac{p_i \alpha_i}{T_i} = \frac{p_i e^{-\mu_i \bar{m}_i}}{T_i \left( 1 + \sum_{j=1}^{\bar{N}_i} (-\mu_i)^j e^{-j\mu_i T_i} \frac{(\bar{m}_i - jT_i)^j}{j!} \right)} \quad (17)$$

درصد تقاضای از دست رفته به دلیل کمبود موجودی در خرده فروش نام - که با  $P_i^0$  نشان داده می شود - با استفاده از رابطه (۲) به صورت زیر خواهد بود.

$$P_i^* = 1 - \frac{1 - \alpha_i}{\mu_i T_i} \quad (18)$$

بنابراین هزینه کمبود در این خرده فروش به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\Pi_i = \pi_i \mu_i P_i^* = \pi_i \mu_i - \frac{\pi_i (1 - \alpha_i)}{T_i} \quad (19)$$

به علاوه هزینه نگهداری در خرده فروش نام با استفاده از رابطه (۳) به صورت زیر خواهد بود.

$$H_i^r = h_i I_i^r = \frac{h_i}{T_i} (\bar{m}_i \alpha_i + \Theta_i) \quad (20)$$

که در آن  $\Theta_i = \int_0^{\bar{m}_i} y h_i(y) dy$  و  $\alpha_i$  از رابطه (۱۶) به دست می آید. همچنین تابع  $h_i(y)$  با توجه به رابطه نظیر آن در بخش ۳-۱ به صورت زیر است.

$$h_i(y) = \begin{cases} \alpha_i e^{\mu_i (\bar{m}_i - y)} \left( \mu_i \sum_{j=0}^{\bar{N}_i} \frac{(-\mu_i)^j}{j!} e^{-j\mu_i T_i} (\bar{m}_i - y - jT_i)^j + \sum_{j=1}^{\bar{N}_i} \frac{(-\mu_i)^j}{(j-1)!} e^{-j\mu_i T_i} (\bar{m}_i - y - jT_i)^{j-1} \right) & ; 0 \leq y < \bar{m}_i - \bar{N}_i T_i \\ \alpha_i e^{\mu_i (\bar{m}_i - y)} \left( \mu_i \sum_{j=0}^n \frac{(-\mu_i)^j}{j!} e^{-j\mu_i T_i} (\bar{m}_i - y - jT_i)^j + \sum_{j=1}^n \frac{(-\mu_i)^j}{(j-1)!} e^{-j\mu_i T_i} (\bar{m}_i - y - jT_i)^{j-1} \right) & ; \bar{m}_i - (n+1)T_i \leq y < \bar{m}_i - nT_i ; n = 1, \dots, \bar{N}_i - 1 \\ \alpha_i \mu_i e^{\mu_i (\bar{m}_i - y)} & ; \bar{m}_i - T_i \leq y \end{cases}$$

در نتیجه هزینه کل در خرده فروش نام از مجموع هزینه های فاسد شدن، نگهداری موجودی و فروش از دست رفته به صورت زیر خواهد بود.

$$C_i^r = OC_i + \Pi_i + H_i^r = p_i e^{-\mu_i \bar{m}_i} \left/ \left( T_i \left( 1 + \sum_{j=1}^{\bar{N}_i} (-\mu_i)^j e^{-j\mu_i T_i} \frac{(\bar{m}_i - jT_i)^j}{j!} \right) \right) \right. \\ \left. + \pi_i \mu_i - \frac{\pi_i (1 - \alpha_i)}{T_i} + \frac{h_i}{T_i} (\bar{m}_i \alpha_i + \Theta_i) \right. \quad (21)$$

در نهایت هزینه کل سیستم از مجموع هزینه کل انبار مرکزی و خرده فروش ها به صورت زیر است.

$$TC = C_c + \sum_{i=1}^N C_i^r \quad (22)$$

با توجه به روابط به دست آمده، می توان گفت که سیاست مطرح شده مستقل از زمان تحویل تامین کننده خارجی عمل می کند و این یکی از مزایای استفاده از سیاست  $(1, T)$  است.

#### ۴ روش حل

با حل یک مثال عددی می توان نشان داد که رابطه (۲۲)، بر حسب  $T_i$  ها محدب نیست. لذا رسیدن به جواب دقیق نیازمند جستجوی کامل فضای جواب است که به دلیل غیریکسان بودن خرده فروش ها زمان مورد نیاز برای چنین کاری، انجام آن را غیرمنطقی می سازد. بنابراین استفاده از یک الگوریتم متاهیورستیک برای رسیدن به حل مدل توجیه پذیر است. از میان الگوریتم های متاهیورستیک موجود در ادبیات، الگوریتم تفاضل تکاملی بنابه مزیت هایی از قبیل جمعیت محور بودن، سریع بودن و ساده بودن پیاده سازی آن انتخاب شد.

الگوریتم تفاضل تکاملی (DE) برای بار اول توسط استورن و پرایس [۱۶] ارائه شد. سپس به دلیل مزیت هایی که داشت کاربردهای زیادی پیدا کرد. الگوریتم تفاضل تکاملی یک الگوریتم جمعیت محور است. در این الگوریتم در ابتدا به تعداد  $NP$  عضو به طور تصادفی در بازه مجاز متغیرها انتخاب می شود. سپس با اعمال اپراتورهای جهش، تقاطع و انتخاب، نسل بعدی جمعیت به وجود می آید. در ادامه اپراتورها بر روی نسل جدید اعمال می شوند و نسل بعدی را به وجود می آورند و این فرآیند تا تحقق شرط پایان الگوریتم ادامه می یابد. برای توضیح نحوه کارکرد الگوریتم DE فرض کنیم مساله مورد نظر به صورت زیر باشد.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(X) \\ \text{s.t.} \quad & X^l \leq X \leq X^u \end{aligned}$$

که در آن  $f(X)$  تابع هدف مساله،  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  بردار  $n$  بعدی متغیرهای تصمیم مساله و  $X^l = (x_1^l, x_2^l, \dots, x_n^l)$  و  $X^u = (x_1^u, x_2^u, \dots, x_n^u)$  به ترتیب شامل بردار کران های پایین و کران های بالای متغیرهای تصمیم است. جمعیت اولیه به صورت تصادفی و به روش زیر ایجاد می شود.

$$x_{i,j}^{(c)} = x_j^l + r_{i,j} (x_j^u - x_j^l); i = 1, \dots, NP, j = 1, \dots, n$$

که در آن  $r_{i,j}$  یک مقدار تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 1]$  است.

در الگوریتم تکامل تفاضلی ابتدا عملگر جهش اعمال می شود. این کار به این صورت انجام می گیرد که ابتدا یک بردار هدف<sup>۱</sup> انتخاب می شود. سپس ضربی از تفاضل دو بردار تصادفی به آن اضافه می شود. بردار حاصل پس از اعمال عملگر جهش را بردار آزمون<sup>۲</sup> می نامند. برای انتخاب بردار هدف، روش های مختلفی وجود دارد؛ یکی از روش های معمول که در این مطالعه مورد استفاده قرار می گیرد، استفاده از یک بردار ترکیبی از یک

<sup>1</sup> Target vector

<sup>2</sup> Trial vector

عضو تصادفی و بهترین عضو جمعیت است. بنابراین اگر فرض کنید بردار هدف عضو  $\lambda$ ام جمعیت نسل  $g$ ام با  $X_{T_i}^g$  نشان داده می‌شود؛ این بردار از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$X_{T_i}^g = \gamma X_{best}^g + (1-\gamma)X_{i_i}^g$$

که در آن  $X_{best}^g$  بهترین جواب موجود در نسل فعلی،  $X_{i_i}^g$  یک عضو تصادفی از جمعیت و  $\gamma$  یک عدد در بازه  $[0,1]$  است که میزان حریصانه بودن را نشان می‌دهد. برای تکمیل عملگر جهش و به دست آوردن بردار آزمون باید دو بردار دیگر ( $X_{i_+}^g$  و  $X_{i_-}^g$ ) نیز به طور تصادفی از جمعیت موجود انتخاب شوند، به طوری که سه بردار  $X_{i_+}^g$ ،  $X_{i_-}^g$  و  $X_{i_i}^g$  غیریکسان باشند. در نهایت بردار آزمون از جمع بردار هدف و ضربی از تفاضل دو بردار تصادفی انتخاب شده، به صورت زیر به دست می‌آید.

$$U_i^g = X_{T_i}^g + F(X_{i_+}^g - X_{i_-}^g) = \gamma X_{best}^g + (1-\gamma)X_{i_i}^g + F(X_{i_+}^g - X_{i_-}^g)$$

در این رابطه  $F$  را ضریب مقیاس می‌نامند و مقدار آن یک عدد در بازه  $(0,2)$  در نظر گرفته می‌شود. به ازای همه اعضای جمعیت باید بردار آزمون تولید شود. بعد از اعمال عملگر جهش، عملگر تقاطع برای به دست آوردن یک فرزند از ترکیب بردار آزمون و بردار والد اعمال می‌شود. عملگر تقاطع به دو روش دوجمله‌ای و هندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این پژوهش مانند اکثر مطالعات موجود در ادبیات از روش دو جمله‌ای استفاده می‌شود. در روش دوجمله‌ای عضو فرزند از ترکیب بردار والد و بردار آزمون مطابق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$x_{i,j}^{g'} = \begin{cases} u_{i,j}^g & \text{if } r_{i,j} \leq CR \text{ or } j = r_i' \\ x_{i,j}^g & \text{otherwise} \end{cases} ; i = 1, \dots, NP, j = 1, \dots, n$$

که در آن  $r_{i,j}$  یک مقدار تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه  $[0,1]$  است.  $r_i'$  یک اندیس است که به طور تصادفی از بین  $1, \dots, n$  انتخاب می‌شود و تضمین می‌کند که عضو فرزند حداقل یک متغیر خود را از بردار آزمون به ارث می‌برد. همچنین  $CR$  ثابت تقاطع و یک عدد در بازه  $(0,1)$  است و باید توسط کاربر مقداردهی شود؛ این ثابت در واقع احتمال به ارث بردن یک متغیر از بردار والد توسط فرزند است.

در الگوریتم تکامل تفاضلی تعداد اعضای جمعیت در هر نسل ثابت است، به همین دلیل بعد از اعمال دو عملگر جهش و تقاطع، فقط یکی از عضوهای فرزند و والد باید برای ورود به جمعیت نسل بعدی انتخاب شوند. این کار با استفاده از عملگر انتخاب و به صورت حریصانه انجام می‌شود. یعنی مطابق رابطه زیر هر کدام از والد یا فرزند که مقدار تابع هدف آن‌ها بهتر بود به نسل بعدی راه پیدا می‌کنند.

$$X_i^{g+1} = \begin{cases} X_i^{g'} & \text{if } f(X_i^{g'}) \leq f(X_i^g) \\ X_i^g & \text{otherwise} \end{cases} ; i = 1, \dots, NP$$

الگوریتم تفاضل تکاملی در حالت اولیه خود برای فضاهای پیوسته توسعه داده شد. اما کارایی مطلوب این الگوریتم باعث شد که از آن در حل مسایل با متغیرهای صحیح و گسسته نیز استفاده شود. برای این منظور دو رویکرد مستقیم و غیرمستقیم وجود دارد [۱۷]. در رویکرد غیرمستقیم از الگوریتم به همان شیوه اصلی خود

استفاده می‌شود و متغیرهای غیرپیوسته در ابتدای الگوریتم در صورت نیاز با یک عملگر به مقادیر پیوسته تبدیل شده و در نهایت بعد از بهینه‌سازی دوباره با یک عملگر به حالت عدد صحیح یا گسسته تبدیل می‌شوند. در رویکرد مستقیم اعداد صحیح یا گسسته معمولاً به صورت باینری کد می‌شوند و عملیات الگوریتم بر روی بردارهای باینری انجام می‌شود. در این مطالعه برای متناسب‌سازی الگوریتم برای حل متغیرهای عدد صحیح از رویکرد غیرمستقیم استفاده می‌شود. به این صورت که ما در فرآیند الگوریتم متغیرها را به همان صورتی که تغییر می‌کنند تغییر می‌دهیم، یعنی دقیقاً مانند متغیرهای پیوسته با آن‌ها برخورد می‌شود با این تفاوت که هنگام به دست آوردن مقدار تابع هدف در طول الگوریتم رُند آن‌ها را به تابع هدف می‌دهیم. تابع رُند یک مقدار به صورت رابطه  $Round(x) = \lceil x + 0.5 \rceil$  تعریف می‌شود. که در آن  $\lceil x \rceil$ ، نشان دهنده مقدار جزء صحیح  $x$  است. از این روش در مقالات زیادی از جمله [۱۸] و [۱۹] استفاده شده است.

بردارهای آزمون به دست آمده بعد از عملگر جهش و تقاطع ممکن است امکان‌پذیر نباشند؛ یعنی بعضی از متغیرهای بردار آزمون ممکن است از دامنه مجاز خود خارج شده باشند. در صورت رخداد چنین اتفاقی متغیر مذکور در بردار آزمون به این صورت درست می‌شود که اگر یک متغیر بردار آزمون کمتر از حد پایین آن شود یعنی  $u_{i,j} < x_j^l$ ، قرار می‌دهیم  $x_j^l := u_{i,j}$  و اگر یک متغیر بردار آزمون بیشتر از حد بالای آن شود یعنی  $u_{i,j} > x_j^u$ ، قرار می‌دهیم  $x_j^u := u_{i,j}$ .

متغیرهای تصمیم در مساله مورد بررسی مقادیر  $T_i$  برای انبار مرکزی و  $T_i$  برای خرده‌فروش  $i$  که  $(i = 1, \dots, N)$  است. بنابراین بردار جواب‌ها در الگوریتم مورد استفاده به صورت  $X = (T_1, T_2, \dots, T_N)$  خواهد بود همچنین تابع هدف، هزینه کل سیستم است که از رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود.

پارامترهای اصلی الگوریتم تفاضل تکاملی شامل تعداد جمعیت هر نسل ( $NP$ )، ضریب مقیاس ( $F$ )، ثابت تقاطع یا ضریب تلفیق دو بردار آزمون و والد ( $CR$ ) است. از آنجا که در بسیاری از مقالات ضریب کنترل حریصانه انتخاب کردن بردار هدف ( $f$ ) را در نظر نمی‌گیرند و بردار هدف را یا کاملاً تصادفی و یا بهترین جواب در نظر می‌گیرند این پارامتر به عنوان پارامتر کنترلی اصلی الگوریتم مطرح نمی‌شود. در این مطالعه ضریب  $\gamma$  برابر ۰/۵ در نظر گرفته شده است تا حد وسط حریصانه کامل و غیرحریصانه برای انتخاب بردار هدف انتخاب شود.

برای پارامترهای کنترلی اصلی استورن و پرایس [۱۶] چند قانون سرانگشتی برای اندازه پارامترها ارائه دادند. آن‌ها اظهار کردند که در نظر گرفتن مقدار  $NP$  بین ۵ تا ۱۰ برابر تعداد متغیرهای تصمیم (ابعاد مساله) انتخاب مناسبی خواهد بود. همچنین مقدار ۰/۵ برای  $F$  جواب‌های قابل قبولی ارائه می‌دهد. آن‌ها همچنین مقدار مناسب  $CR$  را در شروع الگوریتم ۰/۱ و در صورت تمایل به همگرایی سریع ۰/۹ اعلام کردند. در این پژوهش به روش آزمون و خطا، الگوریتم با مقادیر مختلف پارامترها اجرا شد و در نهایت با توجه به نتیجه اجراهای انجام شده و استفاده از قوانین سرانگشتی مقدار  $NP$  برابر ۳۰ ( $7/5$  برابر تعداد متغیرهای مساله) و مقدار  $F$  برابر ۰/۵ و مقدار  $CR$  نیز ۰/۵ در نظر گرفته شده است.

شرط پایان الگوریتم را می توان به صورت حداکثر تعداد تکرارها و یا حداکثر تعداد تکرارهایی که در آن بهترین جواب پیدا شده بهتر نشود، قرار داد. در این پژوهش شرط پایان الگوریتم به این صورت تعریف می شود که اگر در ۵۰ تکرار متوالی الگوریتم، بهترین جواب بهبود نیابد، یا تعداد کل تکرارها ۱۵۰ شود، الگوریتم متوقف شود.

## ۵ نتایج محاسباتی

در این بخش به منظور بررسی دقت تقریب انجام شده در تابع هزینه و همچنین تحلیل حساسیت مدل نسبت به پارامترهای مهم آن، یک تحلیل عددی انجام می شود. بدین منظور یک مساله با یک انبار مرکزی و سه خرده فروش  $N=3$  در نظر گرفته می شود. پارامترهای ثابت مدل نیز به صورت زیر در نظر گرفته می شوند.

$$A=10, c=5, h_1=1, h_2=h_3=h_4=2$$

از آنجایی که علاقه مند به بررسی تاثیر پارامترهای  $\mu, m, \tau, p$  و  $\pi$  بر روی نتایج هستیم، به شیوه ای منطقی آن ها را در مسایل مختلف تغییر می دهیم. مقادیر این پارامترها به همراه نتایج در جدول ۱ ارایه شده است. در تمامی محاسبات واحدهای اندازه گیری واحدهای معمول در نظر گرفته می شوند بدین معنی که واحد  $h_i$  ها، واحد پول بر واحد کالا در واحد موجودی، واحد  $A, c$  و  $TC$  واحد پولی، واحد  $\pi$  و  $p$  واحد پولی بر واحد کالا و واحد  $m$  و  $\tau$  واحد زمان هستند.

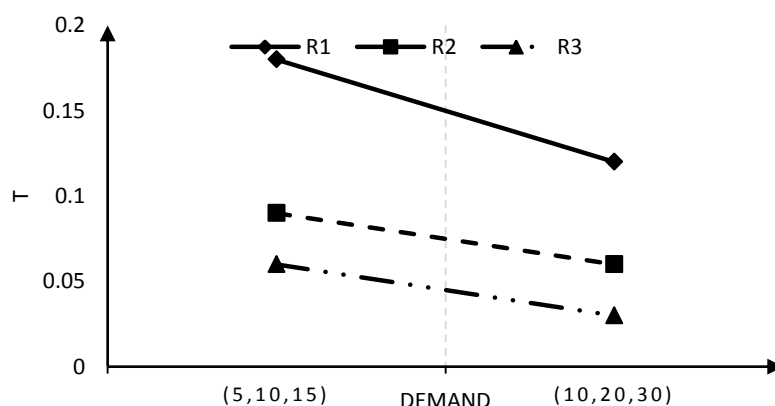
همان طور که در بخش های قبلی بیان شد، طول عمر کالاها از زمان رسیدن آن ها به انبار مرکزی شروع می شود. در نتیجه عمر کالاهایی که به یک خرده فروش می رسند می توانند متفاوت باشند. با توجه به پیچیدگی زیادی که در مساله وجود داشت برای به دست آوردن تابع هزینه کل سیستم، عمر کالاهای رسیده به یک خرده فروش با امید ریاضی عمر آن ها در لحظه رسیدن به خرده فروش تقریب زده شده است. در تحلیل عددی علاقه مند به بررسی خطای این تقریب هستیم. برای این منظور بعد از تعیین بهترین جواب بر اساس الگوریتم تفاضل تکاملی، هزینه سیستم با استفاده از شبیه سازی در جواب مورد نظر به دست آورده می شود و با هزینه به دست آمده از تابع تقریبی در آن نقطه مقایسه می شود. جهت شبیه سازی از روش گسسته-پیشامد استفاده کرده و زمان شبیه سازی ۱۰۰۰ واحد زمانی و هر مساله ۱۰ بار شبیه سازی شده است. میانگین کل هزینه به دست آمده در این ۱۰ بار به عنوان هزینه به دست آمده از شبیه سازی،  $TC^{sim}$ ، گزارش می شود.

با توجه به مقادیر متفاوتی که برای  $\mu, m, \tau, p$  و  $\pi$  در نظر گرفته شده است در کل ۳۲ مساله مختلف با استفاده از الگوریتم تفاضل تکاملی حل شده و نتایج آن در جدول ۱ ارایه شده است. در این مسایل  $\tau, p$  و  $\pi$  برای هر سه خرده فروش یکسان در نظر گرفته شده اما نرخ تقاضای آن ها متفاوت است به همین دلیل  $\mu$  به صورت برداری بیان شده است که درایه های آن به ترتیب نرخ تقاضای خرده فروش ها است. در ستون "بهترین جواب به دست آمده" بهترین جوابی که از سه بار اجرای الگوریتم تکامل تفاضلی برای هر مساله به دست آمده، ارایه شده است و در ستون "زمان" متوسط زمانی که برای اجرای الگوریتم تا رسیدن به شرط توقف و ارایه بهترین جواب مساله مورد نظر طول کشیده، ارایه شده است. ستون  $TC$  هزینه کل به دست آمده برای بهترین

جواب با استفاده از رابطه (۲۲) است و ستون  $TC^{sim}$  هزینه کل به دست آمده برای بهترین جواب با استفاده از شبیه سازی است. مقدار  $\Delta\%$  از فرمول  $\Delta\% = \frac{TC^{sim} - TC}{TC^{sim}} \times 100$  به دست آمده است و نشان دهنده درصد خطای ناشی از تقریب انجام شده نسبت به شبیه سازی است. میانگین خطا در ۳۲ مساله مورد بررسی در جدول ۱ برابر ۳/۵۲ درصد است که قابل قبول است و نشان می دهد که تقریب انجام شده تقریبی غیرمنطقی نیست. به علاوه متوسط زمان اجرای الگوریتم جهت ارایه جواب در ۳۲ مساله حدود ۳۶ ثانیه بوده است که بنابه غیریکسان بودن خرده فروشان می تواند منطقی باشد. اما هنگامی که طول عمر کالاها نسبت به زمان حمل از انبار مرکزی به خرده فروشها زیاد می شود، این زمان بیشتر می شود که یکی از نقاط ضعف الگوریتم محسوب می شود.

با توجه به نتایج به دست آمده می توان گفت که افزایش نرخ تقاضا باعث کاهش دوره سفارش دهی هم در انبار مرکزی و هم در خرده فروشها می شود. این رابطه برای خرده فروشها بر اساس نتایج جدول ۱ در شکل ۵ نمایش داده شده است. این نتیجه از نظر شهودی هم قابل توجیه است زیرا با زیاد شدن تقاضا، موجودی در خرده فروشها زودتر مصرف می شود و در نتیجه آنها باید زودتر از قبل سفارش گذاری کنند.

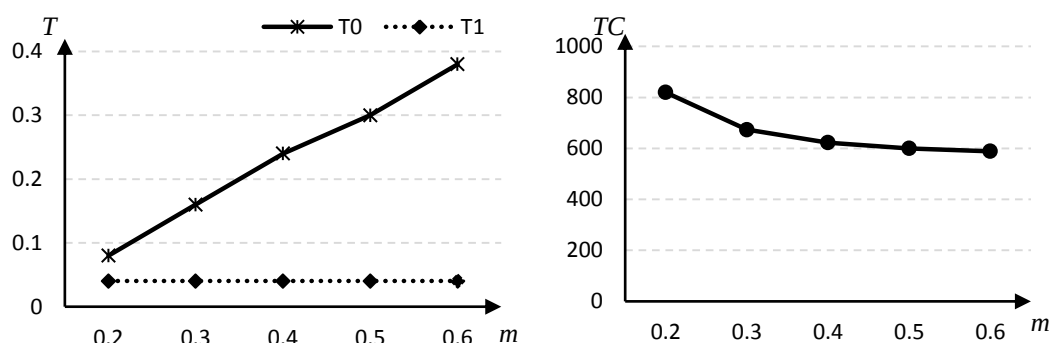
تاثیرات طول عمر کالا بر روی هزینه کل و متغیرهای تصمیم مساله در شکل ۶ ارایه شده است. همچنان که مشاهده می شود، افزایش طول عمر کالا باعث کاهش هزینه کل سیستم می شود که از لحاظ شهودی هم قابل توجیه است. زیرا زیاد شدن طول عمر منجر به نرخ فاسد شدن کمتر و در نتیجه هزینه کمتر می شود. نکته دیگری که از شکل ۶ می توان برداشت نمود، حساسیت زیاد دوره سفارش دهی در انبار مرکزی و حساسیت کم دوره سفارش دهی خرده فروشها نسبت به طول عمر کالا است. می توان گفت که افزایش طول عمر کالاها باعث کاهش نرخ فساد آنها می شود و در نتیجه دوره سفارش دهی انبار مرکزی بیشتر شده است. اما به دلیل این که خرده فروشها در هر دوره سفارش دهی خود صرفاً یک واحد سفارش می دهند و تقاضای آنها نسبتاً زیاد است، به منظور برآورد تقاضا و جلوگیری از کمبود دوره سفارش دهی آنها بزرگ تر نشده است.



شکل ۵. تغییرات دوره سفارش دهی با تغییر تقاضا در هر سه خرده فروش

با توجه به مسایل مورد بررسی رابطه خاصی بین جوابها و طول زمان تحویل از انبار مرکزی به خرده فروشها وجود ندارد. در واقع در اکثر مسایل با افزایش مقدار  $\tau_1$ ، مقدار  $T_1$  کم می شود، اما در تعداد کمی از مسایل با افزایش مقدار  $\tau_1$ ، مقدار  $T_1$  بیشتر شده است. از طرفی بنابر رابطه (۲۲) تابع هزینه مستقل از زمان

تحويل از تامین کننده خارجی به انبار مرکزی است، به همین دلیل تحلیلی در مثال های عددی روی این پارامتر انجام نشده است. در نهایت در غالب مسایل با زیاد شدن هزینه فاسد شدن و هزینه فروش از دست رفته، فواصل زمانی بین سفارش دهی کم شده است که از نظر شهودی منطقی به نظر می رسد زیرا با زیاد شدن این هزینه ها سیستم به دنبال کاهش تعداد فاسد شده ها و یا کمبودها است و به همین منظور دوره سفارش دهی را کمتر می کند.



شکل ۶. تغییرات هزینه کل و دوره های سفارش دهی با تغییر طول عمر کالا با فرض  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 30$ ،  $\tau_1 = 0/1$ ،  $p = 5$  و  $\pi = 10$ .

## ۶ جمع بندی و نتیجه گیری

سیاست  $(1, T)$  یکی از سیاست هایی است که در صورت ناچیز بودن هزینه سفارش دهی، مورد استفاده قرار می گیرد. این سیاست مزیت های فراوانی نسبت به سیاست سنتی  $(S-1, S)$  دارد. از طرفی بنابه پیچیدگی های زیادی که در سیستم های دو سطحی موجودی برای کالاهای فاسدشدنی وجود دارد این مسایل در ادبیات موضوع کمتر مورد پژوهش قرار گرفته است، در حالی که در عمل کاربردهای فراوانی برای این گونه سیستم ها وجود دارد. در این مطالعه یک سیستم دوسطحی موجودی برای کالاهای فاسدشدنی در نظر گرفته شد که از یک انبار مرکزی و تعدادی خرده فروش غیریکسان تشکیل شده است. فرض شده است که هزینه سفارش دهی در خرده فروش ها ناچیز است و به همین دلیل برای آن ها سیاست سفارش دهی  $(1, T)$  در نظر گرفته شد.

هزینه های مختلف سیستم دوسطحی مورد نظر از نظر تحلیلی به دست آمد و با توجه به تقریبی که در طول عمر کالاهای رسیده به خرده فروش ها در نظر گرفته شد، تابع هزینه تقریبی کل سیستم ارایه گردید. در نهایت با توجه به پیچیدگی تابع هدف مساله از الگوریتم متاهیورستیک تکامل تفاضلی برای حل آن استفاده شد و یک تحلیل عددی روی مساله انجام شد. نتایج عددی نشان دادند که تقریب به کار گرفته شده به طور متوسط منجر به خطای  $3/52$  درصدی نسبت به هزینه شبیه سازی می گردد که مقدار قابل قبولی است و استفاده از این تقریب را منطقی می سازد. یکی دیگر از نتایج قابل توجه مقاله این است که تابع هزینه به دست آمده و در نتیجه آن، سیاست سفارش دهی تعیین شده نسبت به زمان تحويل تامین کننده خارجی مستقل است و این مساله یکی از مزایای این سیاست محسوب می شود. نتیجه جالب دیگر به این صورت است که دوره سفارش دهی انبار مرکزی نسبت به

طول عمر کالا حساسیت بالایی دارد و با افزایش طول عمر افزایش می‌یابد اما برعکس، خرده‌فروش‌ها حساسیت کمی نسبت به این پارامتر دارند و وقتی که تقاضای آن‌ها نسبتاً زیاد باشد با افزایش طول عمر کالا دوره سفارش‌دهی آن‌ها تغییری نمی‌کند. در نهایت نتایج عددی نشان دادند که رابطه یکنوایی بین جواب‌ها و طول زمان تحویل از انبار مرکزی به خرده‌فروش‌ها وجود ندارد.

**جدول ۱.** نتایج عددی به دست آمده برای مقادیر  $A=10$ ,  $c=5$ ,  $h_1=1$ ,  $h_2=h_3=h_4=2$

| شماره مساله | $\mu$        | $m$ | $\tau_1$ | $P$ | $\pi$ | بهترین جواب به دست آمده |                    |        |            |             | زمان<br>(ثانیه) |
|-------------|--------------|-----|----------|-----|-------|-------------------------|--------------------|--------|------------|-------------|-----------------|
|             |              |     |          |     |       | $T_1$                   | $(T_1, T_2, T_3)$  | $TC$   | $TC^{sim}$ | $\% \Delta$ |                 |
| ۱           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۳ | ۰/۱      | ۵   | ۱۵    | ۰/۱۸                    | (۰/۱۸, ۰/۰۹, ۰/۰۶) | ۳۶۷/۵۲ | ۳۸۲/۸۷     | ۴/۰۱        | ۱۲/۷۳           |
| ۲           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۳ | ۰/۱      | ۵   | ۳۰    | ۰/۱۲                    | (۰/۱۲, ۰/۰۸, ۰/۰۶) | ۴۵۳/۱۶ | ۴۶۷/۳۹     | ۳/۰۴        | ۱۲/۸۳           |
| ۳           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۳ | ۰/۱      | ۱۰  | ۱۵    | ۰/۱۴                    | (۰/۲۸, ۰/۱۴, ۰/۰۷) | ۳۹۷/۹۳ | ۴۰۳/۶۸     | ۱/۴۲        | ۱۰/۸۲           |
| ۴           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۳ | ۰/۱      | ۱۰  | ۳۰    | ۰/۱۲                    | (۰/۱۲, ۰/۰۸, ۰/۰۶) | ۵۰۹/۸۲ | ۵۲۴/۹۲     | ۲/۸۸        | ۱۲/۵۵           |
| ۵           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۳ | ۰/۲      | ۵   | ۱۵    | ۰/۱۵                    | (۰/۰۳, ۰/۱۵, ۰/۱۵) | ۴۷۱/۲۹ | ۴۷۲/۳۵     | ۰/۲۲        | ۱۰/۹            |
| ۶           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۳ | ۰/۲      | ۵   | ۳۰    | ۰/۱                     | (۰/۱, ۰/۱, ۰/۰۵)   | ۶۲۳/۶۵ | ۷۱۶/۰۲     | ۱۲/۹۰       | ۹/۹۳            |
| ۷           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۳ | ۰/۲      | ۱۰  | ۱۵    | ۰/۱۵                    | (۰/۳, ۰/۱۵, ۰/۱۵)  | ۵۰۱/۱  | ۵۰۰/۵۶     | -۰/۱۱       | ۷/۴۸            |
| ۸           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۳ | ۰/۲      | ۱۰  | ۳۰    | ۰/۱                     | (۰/۲, ۰/۱, ۰/۰۵)   | ۷۱۴/۷۳ | ۷۵۶/۸۱     | ۵/۵۶        | ۱۰/۱۸           |
| ۹           | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۶ | ۰/۱      | ۵   | ۱۵    | ۰/۳۵                    | (۰/۲۱, ۰/۱, ۰/۰۷)  | ۲۷۰/۸۶ | ۲۸۴/۳۹     | ۴/۷۶        | ۵۲/۷۲           |
| ۱۰          | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۶ | ۰/۱      | ۵   | ۳۰    | ۰/۳۶                    | (۰/۱۸, ۰/۰۹, ۰/۰۶) | ۳۰۹/۷۹ | ۳۳۵/۳۲     | ۷/۶۱        | ۵۵/۳۶           |
| ۱۱          | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۶ | ۰/۱      | ۱۰  | ۱۵    | ۰/۳۶                    | (۰/۳۶, ۰/۱۲, ۰/۰۸) | ۲۸۸/۰۸ | ۳۰۱/۶۰     | ۴/۴۸        | ۳۸/۴۶           |
| ۱۲          | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۶ | ۰/۱      | ۱۰  | ۳۰    | ۰/۲۷                    | (۰/۱۸, ۰/۰۹, ۰/۰۶) | ۳۳۶/۹  | ۳۵۴/۱۷     | ۴/۸۸        | ۵۳/۴۹           |
| ۱۳          | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۶ | ۰/۲      | ۵   | ۱۵    | ۰/۲۷                    | (۰/۲۷, ۰/۰۹, ۰/۰۶) | ۲۹۲/۴۴ | ۳۰۵/۳۸     | ۴/۲۴        | ۳۲/۸۳           |
| ۱۴          | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۶ | ۰/۲      | ۵   | ۳۰    | ۰/۲۴                    | (۰/۱۶, ۰/۰۸, ۰/۰۶) | ۳۳۴/۲۶ | ۳۵۰/۹۱     | ۴/۷۴        | ۲۷/۵            |
| ۱۵          | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۶ | ۰/۲      | ۱۰  | ۱۵    | ۰/۲۴                    | (۰/۲۴, ۰/۱۲, ۰/۰۸) | ۳۰۴/۵۹ | ۳۱۰/۹۹     | ۲/۰۶        | ۲۵/۸۳           |
| ۱۶          | (۵, ۱۰, ۱۵)  | ۰/۶ | ۰/۲      | ۱۰  | ۳۰    | ۰/۱۸                    | (۰/۱۸, ۰/۰۹, ۰/۰۶) | ۳۶۳/۹۶ | ۳۷۲/۹۴     | ۲/۴۱        | ۳۴/۲۱           |
| ۱۷          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۳ | ۰/۱      | ۵   | ۱۵    | ۰/۱۲                    | (۰/۱۲, ۰/۰۶, ۰/۰۳) | ۵۷۱/۶۱ | ۵۸۵/۵۲     | ۲/۳۸        | ۱۷/۲            |
| ۱۸          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۳ | ۰/۱      | ۵   | ۳۰    | ۰/۱۲                    | (۰/۰۸, ۰/۰۴, ۰/۰۳) | ۶۴۸/۷۵ | ۶۸۴/۵۸     | ۵/۲۳        | ۱۵/۵۱           |
| ۱۹          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۳ | ۰/۱      | ۱۰  | ۱۵    | ۰/۱۲                    | (۰/۱۲, ۰/۰۶, ۰/۰۴) | ۵۹۸/۲  | ۶۱۱/۸۱     | ۲/۲۲        | ۱۶/۴۲           |
| ۲۰          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۳ | ۰/۱      | ۱۰  | ۳۰    | ۰/۱                     | (۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)  | ۷۱۹/۲۸ | ۷۵۱/۱۴     | ۴/۲۴        | ۱۵/۹۲           |
| ۲۱          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۳ | ۰/۲      | ۵   | ۱۵    | ۰/۰۹                    | (۰/۰۹, ۰/۰۹, ۰/۰۳) | ۷۳۶/۳۴ | ۷۵۹/۹۷     | ۳/۱۱        | ۱۴/۷۳           |
| ۲۲          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۳ | ۰/۲      | ۵   | ۳۰    | ۰/۰۶                    | (۰/۰۶, ۰/۰۴, ۰/۰۳) | ۸۹۵/۶۲ | ۹۲۴/۲۱     | ۳/۰۹        | ۹/۸۲            |
| ۲۳          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۳ | ۰/۲      | ۱۰  | ۱۵    | ۰/۰۸                    | (۰/۱۶, ۰/۰۸, ۰/۰۴) | ۷۸۵/۲۱ | ۷۹۱/۸۷     | ۰/۸۴        | ۱۰/۷۸           |
| ۲۴          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۳ | ۰/۲      | ۱۰  | ۳۰    | ۰/۰۶                    | (۰/۰۶, ۰/۰۴, ۰/۰۳) | ۱۰۰۸/۹ | ۱۰۳۷/۹۰    | ۲/۷۹        | ۱۲/۵۵           |
| ۲۵          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۶ | ۰/۱      | ۵   | ۱۵    | ۰/۳۵                    | (۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)  | ۴۵۹/۳۶ | ۴۷۳/۶۷     | ۳/۰۲        | ۱۰/۹/۶۱         |
| ۲۶          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۶ | ۰/۱      | ۵   | ۳۰    | ۰/۳                     | (۰/۰۹, ۰/۰۵, ۰/۰۳) | ۵۰۳/۲۶ | ۵۲۳/۴۸     | ۳/۸۶        | ۱۰۳/۴۲          |
| ۲۷          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۶ | ۰/۱      | ۱۰  | ۱۵    | ۰/۳                     | (۰/۱۲, ۰/۰۵, ۰/۰۴) | ۴۷۶/۲۷ | ۴۸۴/۲۵     | ۱/۶۵        | ۷۹/۸۲           |
| ۲۸          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۶ | ۰/۱      | ۱۰  | ۳۰    | ۰/۲۵                    | (۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)  | ۵۳۵/۲۶ | ۵۴۹/۴۷     | ۲/۵۹        | ۱۰۱/۵۳          |
| ۲۹          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۶ | ۰/۲      | ۵   | ۱۵    | ۰/۲۵                    | (۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)  | ۴۷۸/۲  | ۴۹۵/۷۳     | ۳/۵۴        | ۶۵/۱۹           |
| ۳۰          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۶ | ۰/۲      | ۵   | ۳۰    | ۰/۲                     | (۰/۰۸, ۰/۰۵, ۰/۰۳) | ۵۲۵/۷۱ | ۵۴۱/۵۰     | ۲/۹۲        | ۶۱/۳۳           |
| ۳۱          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۶ | ۰/۲      | ۱۰  | ۱۵    | ۰/۲۴                    | (۰/۱۲, ۰/۰۶, ۰/۰۴) | ۴۹۶/۹۹ | ۵۱۰/۵۳     | ۲/۶۵        | ۳۸/۹۱           |
| ۳۲          | (۱۰, ۲۰, ۳۰) | ۰/۶ | ۰/۲      | ۱۰  | ۳۰    | ۰/۲                     | (۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)  | ۵۶۱/۷۳ | ۵۸۱/۱۳     | ۳/۳۴        | ۵۸/۵۹           |

جهت های تحقیقاتی جذابی برای این مقاله وجود دارد از جمله اینکه سیستم مورد نظر برای کالاهای فاسدشدنی با عمر تصادفی توسعه داده شود. از طرفی با توجه به پیچیدگی های زیاد مساله هنوز سیاست  $(S-1, S)$  برای مساله مورد نظر این پژوهش بررسی نشده است، ارایه تابع هدف مساله با در نظر گرفتن سیاست  $(S-1, S)$  و مقایسه آن با نتایج مقاله حاضر و سیاست  $(1, T)$  می تواند یکی دیگر از جهت های مفید تحقیقات آتی باشد.

## منابع

- [۱۴] رضایی، س.، خاکستری م.، (۱۳۹۸). ارایه مدل ترکیبی کنترل موجودی تحت کنترل فروشنده همراه با انتخاب تأمین کننده سبز در شرایط عدم قطعیت. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۶ (۴)، ۷۳-۸۷.
- [۱۵] وحدانی ب.، الهویرنلو ت.، سلطانی م.، (۱۳۹۴). ارایه مدلی برای مساله مکانیابی - موجودی سه سطحی با در نظر گرفتن کمبود موجودی و تقاضا همبسته و حل آن با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۲ (۳)، ۱۱۵-۱۳۶.

- [1] Haji, R., Haji, A., (2007). One-for-one period policy and its optimal solution, Journal of Industrial and Systems Engineering., 1, 200-217.
- [2] Haji, R., Neghab, M. P., Baboli, A., (2009). Introducing a new ordering policy in a two-echelon inventory system with Poisson demand, International Journal of Production Economics, 117(1), 212-218.
- [3] Mahmoodi, A., Haji, A., Haji, R., (2015). One for one period policy for perishable inventory, Computers & Industrial Engineering, 79, 10-17.
- [4] Tayebi, H., Haji, R., Jeddi, B. G., (2018). Joint order  $(1, T)$  policy for a two-echelon, single-item, multi-retailer inventory system with Poisson demand, Computers & Industrial Engineering, 119, 353-359.
- [5] Fan, D., Xu, Q., Fan, T., Cheng, F., (2019). Inventory optimization model considering consumer shift and inventory transshipment in dual-channel supply chains, RAIRO-Operations Research, 53(1), 59-79.
- [6] van Wingerden, E., Tan, T., Van Houtum, G. J., (2019). The impact of an emergency warehouse in a two-echelon spare parts network, European Journal of Operational Research, 276(3), 983-997.
- [7] Huang, H., He, Y., Li, D., (2018). Coordination of pricing, inventory, and production reliability decisions in deteriorating product supply chains, International Journal of Production Research, 56(18), 6201-6224.
- [8] Abdel-Malek, L. L., Ziegler, H., (1988). Age dependent perishability in two-echelon serial inventory systems, Computers & operations research, 15(3), 227-238.
- [9] Fujiwara, O., Soewandi, H., Sedarage, D., (1997). An optimal ordering and issuing policy for a two-stage inventory system for perishable products, European Journal of Operational Research, 99(2), 412-424.
- [10] Kanchanasuntorn, K., Techanitisawad, A., (2006). An approximate periodic model for fixed-life perishable products in a two-echelon inventory-distribution system, International Journal of Production Economics, 100(1), 101-115.
- [11] Olsson, F., (2010). Modelling two-echelon serial inventory systems with perishable items, IMA Journal of Management Mathematics, 21(1), 1-17.
- [12] Mahmoodi, A., Haji, A., (2014).  $(1, T)$  policy for a Two-echelon Inventory System with Perishable-on-the-Shelf Items, Journal of Optimization in Industrial Engineering, 7(16), 31-40.
- [13] Mahmoodi, A., Haji, A., Haji, R., (2016). A two-echelon inventory model with perishable items and lost sales, Scientia Iranica. Transaction E, Industrial Engineering, 23(5), 2277-2286.
- [16] Storn, R., Price, K., (1997). Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, Journal of global optimization, 11(4), 341-359.
- [17] Datta, D., Figueira, J. R., (2013). A real-integer-discrete-coded differential evolution. Applied Soft Computing, 13(9), 3884-3893.
- [18] Mahmoodi, A., (2020). Stackelberg-Nash equilibrium of pricing and inventory decisions in duopoly supply chains using a nested evolutionary algorithm. Applied Soft Computing, 86, 105922.
- [19] Liao, T. W., (2010). Two hybrid differential evolution algorithms for engineering design optimization. Applied Soft Computing, 10(4), 1188-1199.