

ارایه یک مدل دوهدفه‌ی ادغامی تحلیل پوششی داده و مکان‌یابی-تخصیص تک منبعی چند محصولی بدون محدودیت ظرفیت

مازیار صلاحی^{۱*}، علی جمالیان^۲

۱- دانشیار، دانشگاه گیلان، دانشکده علوم ریاضی، رشت، ایران

۲- دانشجوی دکتری، دانشگاه گیلان، دانشکده علوم ریاضی، رشت، ایران

رسید مقاله: ۲۹ مرداد ۱۳۹۳

پذیرش مقاله: ۱۸ آذر ۱۳۹۳

چکیده

مکان‌یابی سرویس‌دهندگان یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین مباحث در حوزه مسایل تصمیم‌گیری است که معیارهای زیادی در تحلیل آن موثر می‌باشد. هزینه‌ها و کارایی سیستم از مهم‌ترین معیارهای موثر در فرایند تصمیم‌گیری است. لحاظ نمودن این معیارها به صورت همزمان در مدل مسایل مکان‌یابی به تصمیم‌گیران کمک کند تا با اطلاعات بیش‌تر و تحلیل عمیق‌تر با موضوع مواجه شده و نتایجی را که به طور مستقیم از ابزارهای تحلیلی دیگر به دست نمی‌آیند در اختیار قرار دهد. در این مقاله، مفهوم کارایی با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها در مدل مساله مکان‌یابی-تخصیص تک منبعی چند محصولی بدون محدودیت ظرفیت ادغام شده و یک مدل دوهدفه برنامه‌ریزی خطی صفر و یک آمیخته برای آن ارایه شده است. برای حل مدل ترکیبی جدید از روش ILP-متریک استفاده شده است. جواب بهینه‌ی این مدل، الگوی مکان‌یابی-تخصیص کارا و بهینه را به طور همزمان در اختیار قرار می‌دهد. در پایان نیز یک مثال عددی برای توصیف تاثیر مدل ترکیبی ارایه شده است.

کلمات کلیدی: مکان‌یابی، چند محصولی، تحلیل پوششی داده، دو هدفه، برنامه‌ریزی صفر و یک آمیخته.

۱ مقدمه

مکان‌یابی یکی از شاخه‌های تحقیق در عملیات است که در مسایل آن به دنبال یافتن بهترین محل برای احداث یا استقرار سرویس‌دهندگان و نیز چگونگی تخصیص و انجام عملیات سرویس‌دهی به مشتریان است به گونه‌ای که متحمل کمترین هزینه شود. از کاربردهای مهم این موضوع می‌توان به استفاده در زمینه طراحی زنجیره‌ی تامین، شبکه‌های ارتباطی، مسایل نظامی و امنیتی، تحلیل داده‌ها و داده کاوی، حمل و نقل و زنجیره‌ی توزیع و غیره اشاره کرد [۱-۳].

* عهده دار مکاتبات

پست الکترونیکی: salahim@guilan.ac.ir

در مسایل مکان یابی، هر چقدر الگوی مکان یابی (شامل انتخاب مکان و تخصیص منابع) بتواند در ازای مقداری مشخص و ثابت از نهاده ها و منابع، ستانده ها و خدمات بیش تری را تولید کند، کارا تر است. شاخصه هایی نظیر در دسترس بودن زیر ساخت ها، استفاده از منابع، مقبول بودن و پذیرش در بین سرویس گیرندگان بر کارایی الگوی مکان یابی موثر است؛ بنابراین با لحاظ کردن معیار کارایی در مدل های مکان یابی می توان الگو هایی ارایه کرد که علاوه بر در نظر گرفتن معیار های اقتصادی، کارایی نیز به طور مشخص و مستقل در جواب لحاظ شده است. در این مطالعه یک مدلی ترکیبی از تحلیل پوششی داده ها و مکان یابی با رویکردی جدید ارایه می شود تا بر اساس آن بتوان به الگوی مکان یابی کارا و در عین حال کم هزینه دست یافت.

کرباسیان و دشتی [۴] در مطالعه ای چهار مدل ترکیبی تحلیل پوششی داده با مسایل مکان یابی پراکندگی پیشنهاد نموده اند. این مدل بیش تر محیط های رقابتی و برای سرویس دهندگان مزبور نظیر فروشگاه ها و مراکز خرید استفاده می شود. در این شرایط، تصمیمات مدیریتی در خصوص کارایی و اثربخشی الگوی مکان یابی و تخصیص تاثیر مهمی در سودآوری و ادامه ی فعالیت بنگاه دارد؛ لذا در نظر گرفتن معیار هزینه به تنهایی کافی نیست. آن ها در مقاله ی خود چهار مدل ترکیبی برای یافتن جواب بهینه و کارا در الگوی مکان یابی-تخصیص ارایه نمودند و از روش برنامه ریزی آرمانی فازی برای حل مدل های چند هدفه ی پیشنهادی استفاده کردند. کوک و گرین [۵] از مدل تحلیل پوششی داده برای مکان یابی تک منبعی سرویس دهندگان با لحاظ نمودن محدودیت های بودجه ای و هزینه ای استفاده کردند و یک مدل برنامه ریزی ریاضی برای یافتن مکان خرده فروشان با هدف بیشینه ساختن نسبت سود به هزینه ارایه نمودند. کلایمبرگ و راتیک [۶] از مفهوم تحلیل پوششی داده ها برای مدل سازی مساله و یافتن الگوی بهینه و کارا مکان یابی-تخصیص استفاده کردند. در مدل پیشنهادی آن ها، از مدل CCR مضربی استفاده شده است و مدلی برای یافتن نمره ی کارایی همه ی واحدهای تصمیم گیرنده به طور همزمان ارایه کرده اند. در نهایت دو مدل ترکیبی دو هدفه برای مسایل مکان یابی سرویس دهندگان با محدودیت ظرفیت و مکان یابی سرویس دهندگان بدون محدودیت ظرفیت ارایه نمودند. توابع هدف در این مسایل شامل کمینه سازی هزینه ی کل (شامل هزینه ی ثابت تاسیس و هزینه ی حمل و نقل) و بیشینه سازی میانگین نمرات کارایی واحدها است. کرباسیان و دشتی [۴] مدل تحلیل پوششی داده ی پیشنهادی کلایمبرگ [۶] را برای چهار مدل مکان یابی از دسته مسایل پراکندگی به کار گرفتند و چهار مدل چند هدفه برای مساله ی p-defense، مساله ی پراکندگی p-dispersion، مساله ی پراکندگی MaxMinSum و MaxSumSum و مساله ی مکان یابی پوشش ارایه نمودند. همچنین از روشی مبتنی بر برنامه ریزی آرمانی فازی برای حل مدل های پیشنهادی استفاده کرده اند. در مطالعه ی دیگری [۷]، یک مدل ترکیبی از تحلیل پوششی داده و مکان یابی تسهیلات حساس با ملاحظه ی اصل پراکندگی در پدافند غیرعامل ارایه گردیده است که در آن مساله به صورت چند هدفه مدل سازی و با روش برنامه ریزی آرمانی فازی حل شده است. مدل پراکندگی مورد استفاده در این پژوهش با معیار MaxMinMin بوده؛ شامل انتخاب p مکان از بین n مکان برای تاسیس سرویس دهندگان می باشد. باستانی و همکاران [۸] یک مدل تلفیقی زنجیره ی تامین و تحلیل پوششی داده ها برای تخصیص محصولات به توزیع کنندگان با استفاده از برنامه ریزی آرمانی پیشنهاد دادند. در این تحقیق، ابتدا عملکرد توزیع کنندگان در

زنجیره‌ی تأمین بر اساس آرمان‌های مربوط و معیارهای موثر و با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی می‌شود. سپس با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها نمره‌ی کارایی توزیع‌کنندگان محاسبه می‌شوند و در نهایت نحوه‌ی توزیع محصولات بین توزیع‌کنندگان، با توجه به آرمان‌های موجود و بنابر حداکثر نمودن کارایی تعیین شده است. شاهرودی و تدریس حسنی [۹] یک رویکرد تلفیقی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها برای انتخاب تأمین‌کنندگان ارایه کردند. آنها با بهره‌گیری از رویکرد هزینه‌ی کل مالکیت، معیارهای ارزیابی را تعیین و با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها به ارزیابی عملکرد و انتخاب تأمین‌کنندگان پرداخته‌اند. مطالعه‌ی موردی این تحقیق ارزیابی شرکت‌های تأمین‌کننده قطعات خودرو می‌باشد. توماس و همکاران [۱۰] دو رویکرد برای استفاده از مدل تحلیل پوششی داده در مکان‌یابی سرویس‌دهندگان مضر ارایه نمودند. در رویکرد اول، ابتدا مکان بهینه‌ی سرویس‌دهندگان با حل مدل مکان‌یابی پیدا می‌شود و جواب به عنوان ورودی مدل تحلیل پوششی در نظر گرفته می‌شود. در رویکرد دوم، یک فرایند سلسله‌مراتبی از تحلیل پوششی داده‌ها در قالب حل یک مدل برنامه‌ریزی خطی که کارایی الگوی مکان‌یابی برای p سرویس‌دهنده را بهینه می‌کند، پیشنهاد شده است. در این پژوهش، نزدیک بودن سرویس‌دهندگان به مشتریان و نیز نمره‌ی کارایی به عنوان معیارهای کارایی در نظر گرفته شده است. آزاده و همکاران [۱۱] یک رویکرد سلسله‌مراتبی یکپارچه با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها برای پیدا کردن کاراترین و بهترین محل ممکن در احداث نیروگاه‌های خورشیدی ارایه کردند. در این رویکرد، ابتدا مکان‌های بهینه‌ی ممکن برای احداث نیروگاه محاسبه و سپس با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها رتبه‌بندی می‌شود. در نهایت از روش‌های تحلیل مولفه‌ی اساسی (PCA) و روش طبقه‌بندی برای بررسی اعتبار جواب‌های حاصل از مدل استفاده شده است. میتروپولس و همکاران [۱۲] از رویکرد ترکیبی تحلیل پوششی داده برای برنامه‌ریزی مکانی و تخصیص موثر تجهیزات، منابع مالی و منابع انسانی در بخش خدمات سلامت استفاده نمودند. در این تحقیق، چارچوبی برای ارزیابی کارایی فنی مراکز موجود و همچنین مکان‌یابی مراکز جدید برای بیشینه‌سازی سطح دسترسی، کارآمدی، کارایی و تعداد مناسب برای احداث مراکز درمانی جدید ارایه شده است. محب‌علیزاده [۱۳] ادغام مدل‌های تحلیل پوششی داده و مکان‌یابی-تخصیص را با پارامترهای فازی بررسی کردند. در این تحقیق مسایل مکان‌یابی و تخصیص منابع به صورت همزمان در نظر گرفته شده است و در آن تعداد سرویس‌دهندگان جدیدی که قرار است مکان‌یابی شوند از پیش تعریف شده نیست. میزان تقاضای مشتریان از هر محصول، میزان منابع مورد استفاده در هر سرویس‌دهنده و میزان خروجی سرویس‌دهندگان در هر مکان کاندیدا به صورت اعداد فازی در نظر گرفته شده‌اند. ادبی و عمرانی [۱۴] یک مدل برنامه‌ریزی دوهدفه‌ی عدد صحیح خطی برای بررسی اثر کارایی در طراحی زنجیره تأمین ارایه کردند که در آن یک تابع هدف کارایی شبکه را بیشینه می‌کند و تابع هدف دیگر به کمینه‌سازی هزینه‌ی کل (شامل هزینه‌ی ثابت تاسیس و هزینه‌ی حمل و نقل) می‌پردازد.

در این مقاله، تاثیر لحاظ نمودن معیار کارایی در الگوی مکان‌یابی-تخصیص در مساله‌ی مکان‌یابی-تخصیص تک منبعی بدون محدودیت ظرفیت چند محصولی بررسی می‌شود و یک مدل ادغامی مکان‌یابی-تخصیص با تحلیل پوششی داده‌ها و به صورت مدل برنامه‌ریزی دوهدفه‌ی صفر و یک آمیخته ارایه می‌شود. مدل

تحلیل پوششی مورد استفاده در این تحقیق فرم مضربی مدل CCR می باشد. مساله ی مکان یابی-تخصیص در مساله ی مکان یابی-تخصیص تک منبعی بدون محدودیت ظرفیت چند محصولی تعمیمی از مساله ی مکان یابی سرویس دهنده بدون محدودیت ظرفیت است که در آن تقاضای مشتریان از محصولات مختلف مشخص است و به جای یک محصول، برنامه ریزی مکان یابی سرویس دهندگان و تخصیص مشتریان به آنها برای چند نوع محصول انجام می شود.

ساختار مقاله به این صورت است که در بخش ۲ مساله ی مکان یابی سرویس دهنده ی تک منبعی بدون محدودیت ظرفیت چند محصولی معرفی می گردد. در بخش ۳ مدل پیشنهادی ادغامی تحلیل پوششی داده و مساله ی مکان یابی سرویس دهنده ی تک منبعی بدون محدودیت ظرفیت چند محصولی ارایه می گردد. در بخش های ۴ و ۵ به ترتیب روش حل مدل و نتایج حل یک مثال بیان می گردد. در نهایت، نتیجه گیری و پیشنهادات در بخش ۶ ارایه می شود.

۲ مساله ی مکان یابی سرویس دهنده ی تک منبعی بدون محدودیت ظرفیت چند محصولی

فرض کنیم $L = \{1, \dots, L\}$ مجموعه ی مشتریان، $I = \{1, \dots, I\}$ مجموعه ی نقاط کاندیدا برای احداث کارخانه های بدون محدودیت ظرفیت و $K = \{1, \dots, K\}$ مجموعه ی انواع محصولات باشد. هر مشتری میزان مشخصی تقاضا دارد که باید توسط کارخانه ها برآورده گردد. پیش فرض های مساله به شرح ذیل است:

- تعداد کارخانه ها از قبل مشخص نیست
- کارخانه ها محدودیت ظرفیت ندارد
- چند محصول توسط کارخانه ها تولید می شود
- میزان تقاضا مشتریان از هر نوع محصول مشخص است
- هر مشتری باید تنها به یک کارخانه تخصیص داده شود
- هر کارخانه ای که تاسیس می شود تنها یک نوع محصول را باید تولید کند

تابع هدف این مساله به صورت کمینه سازی هزینه های حمل و نقل، تولید و احداث کارخانه ها می باشد. در این مدل، تعداد کارخانه هایی که باید مکان یابی شود از پیش تعیین شده نیست و با حل مدل تعداد بهینه ی آنها مشخص می گردد. همچنین برنامه ریزی تولید محصولات در کارخانه ها نیز به طور همزمان در این مدل مشخص می گردد. هر کارخانه تنها یک نوع محصول می تواند تولید کند و اینکه کدام محصول توسط کدام کارخانه تولید شود، با توجه به سایر محدودیت ها و معیار تابع هدف تعیین می شود. در نهایت تخصیص مشتریان به کارخانه ها با لحاظ نمودن محدودیت تک منبعی بودن مساله که هر مشتری برای تامین تقاضای خود از هر نوع محصول تنها به یک کارخانه تخصیص داده می شود، تعیین می گردد. پارامترها و متغیرهای مورد استفاده در مدل این مساله به شرح ذیل می باشد:

پارامترها

q_{jk} :	میزان تقاضای مشتری j ام به محصول نوع k ام
c_{ijk} :	هزینه حمل و نقل محصول نوع k ام از کارخانه i ام به مشتری j ام
f_{ik} :	هزینه ثابت تاسیس و تولید محصول نوع k ام در کارخانه i ام
p_{ik} :	هزینه تولید هر واحد محصول نوع k ام در کارخانه i ام

متغیرهای تصمیم:

$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{اگر مشتری } j \text{ ام محصول نوع } k \text{ ام از کارخانه } i \text{ ام دریافت کند} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$	
$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر محصول نوع } k \text{ ام در کارخانه } i \text{ ام تولید شود} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$	

مدل مسالهی مکانیابی سرویس دهندهی تک منبعی بدون محدودیت ظرفیت چند محصولی به صورت زیر است:

$$\min \sum_i \sum_k f_{ik} y_{ik} + \sum_i \sum_j \sum_k g_{ijk} x_{ijk} \quad (1)$$

$$s.t. \sum_i x_{ijk} = 1 \quad \forall j, k \quad (2)$$

$$x_{ijk} \leq y_{ik} \quad \forall i, j, k \quad (3)$$

$$\sum_k y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \quad (4)$$

$$x_{ijk}, y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k \quad (5)$$

که در آن $g_{ijk} = (c_{ijk} + p_{ik})q_{jk}$. تابع هدف (۱) هزینه کل را کمینه می کند. دسته ی محدودیت (۲) تضمین می کند که هر مشتری به ازای هر نوع محصول تنها از یک کارخانه سرویس بگیرد. دسته ی محدودیت (۳) تخصیص مشتریان به کارخانه های تاسیس شده را کنترل و تضمین می کند. دسته ی محدودیت (۴) بیانگر تولید حداکثر یک محصول در هر کارخانه است. محدودیت (۵) نوع متغیرهای مدل را که از نوع صفر و یک می باشد نشان می دهد. تعداد محدودیت ها و متغیرهای آن به شرح ذیل است:

• تعداد متغیرهای صفر و یک: $IJK + IK$

• تعداد محدودیت ها: $IJK + JK + I$

از آنجایی که مسالهی مکانیابی سرویس دهنده بدون قید ظرفیت یک حالت خاص از این مساله است (با در نظر گرفتن مجموعه تک عضوی برای محصولات)؛ لذا مسالهی مکانیابی سرویس دهنده تک منبعی بدون محدودیت ظرفیت چند محصولی سخت تر از مسالهی مکانیابی سرویس دهنده بدون قید ظرفیت است. در نتیجه

این مساله از دسته مسایل ان-پی سخت است [۱۵]. این مساله کاربردهای زیادی در مسایل تولید دارد. برای مثال، در کمپانی‌هایی که چند نوع محصول مختلف را تولید می‌کنند (مانند تولیدی محصولات دارای تکنولوژی پیشرفته)، عواملی مثل هزینه‌های تولید، هزینه کیفیت، آموزش نیروی انسانی، تنوع محصول و هزینه‌ی بالا و کمبود ماشین آلات موجب می‌شود تا مدیریت تصمیم به تمرکز تولید هر محصول در یک کارخانه مجزا بگیرد. بر این اساس، سوال راهبردی تصمیم گیرندگان این است که کارخانه‌ها در چه محلی و با چه سطح سرویس دهی و طرح تخصیصی باید احداث شوند تا مجموعه هزینه‌های راه‌اندازی و حمل و نقل محصولات به مشتریان کمینه شود؛ لذا مدل (۵)-(۱) می‌تواند پاسخگوی نیاز برنامه‌ریزان برای این منظور باشد.

۳ مدل یکپارچه SSUMPELP/DEA

تحلیل پوششی داده‌ها یک روش غیرپارامتری مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی است که برای اندازه‌گیری نمره‌ی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ی همگن با نهاده‌ها و ستانده‌های مشابه به کار می‌رود. در ابتدا فارل [۱۶] یک روش غیرپارامتری برای ارزیابی کارایی یک واحد تصمیم‌گیرنده با دو ورودی و یک خروجی ارایه کرد و بعدها چارنز و همکاران [۱۷] این رویکرد را برای ارزیابی چند واحد و با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه گسترش دادند. برای ارزیابی واحد از معیار کارایی نسبی که عبارت است از نسبت مجموع وزن‌دار خروجی‌ها به مجموع وزن‌دار ورودی‌ها، استفاده می‌شود. این روش در سال‌های گذشته به طور گسترده مورد توجه محققان قرار گرفته و تحقیقات زیادی در بسط و توسعه‌ی آن صورت گرفته است [۱۸].

در این تحقیق از مدل CCR برای ارزیابی استفاده می‌گردد. این مدل، هر یک از واحدهای تصمیم‌گیرنده را نسبت به سایر واحدها ارزیابی نموده و نمره‌ی کارایی نسبی آن را محاسبه می‌کند؛ لذا برای هر یک از واحدهای تصمیم‌گیرنده باید یک مدل تحلیل پوششی حل شود. نمره‌های محاسبه شده بین صفر و یک است و واحدهایی که دارای نمره‌ی کارایی یک باشند، کارا و در غیر این صورت ناکارا نامیده می‌شوند.

در این تحقیق، برای بررسی کارایی طرح مکان‌یابی کارخانه‌ها و نحوه تخصیص منابع با استفاده از ابزار تحلیل پوششی داده، هر یک از یال‌های ارتباطی بین کارخانه‌ها و مشتریان برای هر محصول را در شبکه به عنوان یک واحد تصمیم‌گیرنده در نظر می‌گیریم و در مدل ادغامی، علاوه بر کمینه‌سازی هزینه‌ی کل، کارایی حاصل از مکان‌یابی کارخانه‌ها و تخصیص آن‌ها به مشتریان را بیشینه می‌کنیم. با توجه به نوع انتخاب واحدهای تصمیم‌گیرنده برای ارزیابی کارایی طرح مکان‌یابی-تخصیص نیازمند یک مدل یکپارچه و یک مرحله‌ای برای مکان‌یابی و تخصیص مشتریان هستیم. به این منظور از مدل تحلیل پوششی که کلایمبرگ و راتیک [۶]، ارایه کردند استفاده می‌کنیم. این مدل نمره‌ی کارایی نسبی تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده را در یک مرحله و با حل یک مدل محاسبه می‌کند. تابع هدف آن مدل پیشنهادی آن‌ها بیشینه‌سازی مجموع نمره‌ی کارایی واحدها تحت ارزیابی است. فرم مضربی این مدل به صورت ذیل می‌باشد:

$$\max \sum_j \sum_r O_{rj} u_{rj} \quad (6)$$

$$s.t. \sum_i I_{ij} v_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (7)$$

$$\sum_r O_{rk} u_{rj} - \sum_i I_{ik} v_{ij} \leq 0 \quad \forall j, k, j \neq k \quad (8)$$

$$v_{ij}, u_{rj} \geq \varepsilon \quad \forall i, j, r \quad (9)$$

که در آن ε یک عدد غیر ارشمیدسی، u_{rj} وزن خروجی r ام و u_{rj} وزن ورودی i ام در واحد تصمیم گیرنده j ام است. O_{rk} خروجی r ام و I_{ik} ورودی i ام واحد تصمیم گیرنده j ام می باشد.

برای دستیابی به طرح مکان یابی-تخصیص کارا در مدل مکان یابی SSUMPFLP از روش تحلیل پوششی داده استفاده نموده، آن را در قالب یک تابع هدف به مساله اضافه می نماییم. با این رویکرد، یک طرح مکان یابی بهینه با حداکثر نمره کارایی و حداقل هزینه های تاسیس و حمل و نقل حاصل می شود. مدل پیشنهادی ادغامی تحلیل پوششی داده و SSUMPFLP که آن را SSUMPFLP/DEA می نامیم به صورت برنامه ریزی دوهدفه خطی آمیخته می باشد. پارامترهای و متغیرهای تصمیم مورد استفاده در مدل سازی این مساله به شرح ذیل است:

پارامترها

f_{hk}	هزینه ثابت تاسیس و تولید محصول نوع k ام در کارخانه h ام
g_{hlk}	هزینه تولید و ارسال محصول نوع k ام از کارخانه h ام به مشتری l ام
O_{hlkj}	خروجی j ام مرتبط با ارسال محصول نوع k ام از کارخانه h ام به مشتری l ام
I_{hlki}	ورودی i ام مرتبط با ارسال محصول نوع k ام از کارخانه h ام به مشتری l ام

متغیرهای تصمیم

u_{hlkj}	وزن خروجی j ام مرتبط با ارسال محصول نوع k ام از کارخانه h ام به مشتری l ام
v_{hlki}	وزن ورودی i ام مرتبط با ارسال محصول نوع k ام از کارخانه h ام به مشتری l ام
$x_{hlk} = \begin{cases} 1 & \text{اگر مشتری } l \text{ ام محصول نوع } k \text{ ام از کارخانه } h \text{ ام دریافت کند} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$	
$y_{hk} = \begin{cases} 1 & \text{اگر محصول نوع } k \text{ ام در کارخانه } h \text{ ام تولید شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$	

مدل مساله SSUMPFLP/DEA به صورت زیر است:

$$Z_1 = \min \sum_h \sum_k f_{hk} y_{hk} + \sum_h \sum_l \sum_k g_{hlk} x_{hlk} \quad (10)$$

$$Z_2 = \max \sum_h \sum_l \sum_k \sum_j O_{hlkj} u_{hlkj} \quad (11)$$

$$\sum_h x_{hlk} = 1 \quad \forall l, k \quad (12)$$

$$x_{hlk} \leq y_{hk} \quad \forall h, l, k \quad (13)$$

$$\sum_k y_{hk} \leq 1 \quad \forall h \quad (14)$$

$$\sum_i I_{hlki} v_{hlki} = x_{hlk} \quad \forall h, l, k \quad (15)$$

$$\sum_j O_{hlkj} u_{hlkj} \leq x_{hlk} \quad \forall h, l, k \quad (16)$$

$$\sum_j O_{hlkj} u_{pqkj} - \sum_i I_{hlki} v_{pqri} \leq 0 \quad \forall h, l, k, p, q, r \quad (17)$$

$$h \neq p, l \neq q, k \neq r$$

$$u_{hlkj} \geq \varepsilon x_{hlk} \quad \forall h, l, k, j \quad (18)$$

$$v_{hlki} \geq \varepsilon x_{hlk} \quad \forall h, l, k, i \quad (19)$$

$$x_{hlk}, y_{hk} \in \{0, 1\} \quad \forall h, l, k \quad (20)$$

تابع هدف (۱۰) و قیدهای (۱۴)–(۱۲) و (۲۰) مربوط به مساله SSUMPLP در (۵)–(۱) است و تابع هدف (۱۱) به همراه قیدهای (۱۹)–(۱۵) مرتبط با مدل تحلیل پوششی داده در (۹)–(۶) می باشد. تابع هدف (۱۰) بیانگر مجموع هزینه ثابت تاسیس کارخانه ها در مکان های کاندیدا و نیز هزینه حمل و نقل از کارخانه ها به مشتریان می باشد. تابع هدف (۱۱) بیانگر مجموع وزن دار خروجی های واحدهای تصمیم گیرنده در شبکه است. محدودیت (۱۲) تضمین می کند که هر مشتری به ازای هر نوع محصول تنها از یک کارخانه سرویس بگیرد. محدودیت (۱۳) تخصیص مشتریان به کارخانه های تاسیس شده را کنترل می کند. محدودیت (۱۴) بیانگر این است که هر کارخانه می تواند حداکثر یک محصول تولید کند. در محدودیت (۱۵) در صورتی که تخصیص محصول نوع k از کارخانه h به مشتری l صورت نگرفته باشد، ضرایب مربوطه صفر می شود و در غیر این صورت تضمین می کند که مجموع وزن دار ورودی های آن برابر با یک باشد. محدودیت (۱۶) تضمین می کند در صورتی که تخصیص محصول نوع k از کارخانه h به مشتری l صورت نگرفته باشد، ضرایب خروجی مربوط به آن صفر شود. محدودیت (۱۷) واحدهای تصمیم گیرنده را نسبت به هم مورد ارزیابی قرار می دهد و حداکثر نمره ی کارایی هر کدام را برابر با یک در نظر می گیرد. محدودیت های (۱۸) و (۱۹) در صورتی که محصول نوع k از کارخانه h به مشتری l صورت گرفته باشد، ضرایب ورودی و خروجی مربوط را با عدد غیر ازشمیدسی ε کنترل می نماید. محدودیت (۲۰) نوع متغیرهای مرتبط با مکان یابی در مدل را که از نوع صفر و یک می باشد نشان می دهد. محدودیت های (۱۵) و (۱۶) نقشی محوری در کنترل و ارتباط مساله ی مکان یابی با روش تحلیل پوششی داده ها در مدل ارایه شده دارند. در صورتی که تخصیص محصول نوع k از کارخانه h به مشتری l صورت نگیرد، محدودیت های (۱۵) و (۱۶) صفر شدن ضرایب ورودی و خروجی مربوط به آن تخصیص را تضمین می کند.

مدل ارایه شده از نوع دوهدفه و برنامه‌ریزی خطی صفر و یک آمیخته می‌باشد و تعداد محدودیت‌ها و متغیرهای آن به شرح ذیل می‌باشد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تعداد محدودیت‌ها و متغیرها در مقایسه با مدل اصلی رشد بسیار قابل توجهی داشته است، لذا حل این مدل ترکیبی خود یکی از چالش‌های محاسباتی است:

- تعداد متغیرها: $HKL(I + J + 1) + HK$
- 0 متغیرهای صفر و یک: $HKL + KH$
- 0 متغیرهای نامنفی: $HKL(I + J)$
- تعداد محدودیت‌ها: $H^*K^*L^* + HKL(J + I + 3) + KL - K - L$

۴ روش حل مدل

با توجه به اینکه مدل ادغامی پیشنهاد شده در بخش قبل از نوع دوهدفه با توابع هدف ناسازگار می‌باشد، برای حل آن از روش LP-متریک استفاده می‌کنیم [۱۹]. روش LP-متریک یکی از روش‌های معروف حل مسایل برنامه‌ریزی چند هدفه است که دارای اهداف متضاد و ناسازگار می‌باشد. در این روش مساله با در نظر گرفتن هر یک از اهداف به صورت جداگانه و یک مدل تک هدفه حل می‌شود و با استفاده از مقدار بهینه‌ی مساله‌ی تحت اهداف متناظر، تابع هدف جدیدی مبتنی بر تفاضل نرمال شده‌ی توابع هدف را برای مساله در نظر گرفته، جواب بهینه مساله را تحت آن تابع هدف می‌یابد. بر این اساس، تابع هدف مورد نظر در مدل پیشنهادی این تحقیق به این صورت است که ابتدا مدل را به طور جداگانه با توابع هدف Z_1, Z_2 حل کرده، مقادیر بهینه‌ی مساله‌ی Z_1^*, Z_2^* را می‌یابیم. سپس تابع هدف روش LP-متریک را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\min Z_3 = \omega \frac{Z_1 - Z_1^*}{Z_1^*} + (1 - \omega) \frac{Z_2 - Z_2^*}{Z_2^*}$$

که در آن $0 \leq \omega \leq 1$ وزن نسبی اجزا است. با استفاده از تابع هدف روش LP-متریک، Z_3 ، مدل تک هدفه‌ی مساله با استفاده از ابزارهایی نظیر CPLEX [۲۰] قابل حل خواهد بود.

۵ مثال عددی

در این بخش مثالی برای مدل SSUMPFLP/DEA ارایه می‌شود. مدل مساله در این مثال سه مرتبه با توابع هدف Z_1, Z_2 و Z_3 حل می‌شود. تابع هدف Z_1 هزینه ثابت تاسیس سرویس‌دهندگان و حمل نقل را کمینه می‌کند. تابع هدف Z_2 مجموع نمره‌ی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده را بیشینه می‌کند و Z_3 تابع هدف روش LP-متریک است که با استفاده از جواب‌های بهینه توابع هدف Z_1, Z_2 ارتباط بین تغییرات هزینه‌ها و نمره‌ی کارایی واحدها را برقرار می‌کند. مدل‌ها با استفاده از بسته‌ی نرم‌افزاری IBM ILOG CPLEX 12.5 بر روی یک کامپیوتر با پردازنده‌ی ۲GHz و ۲GB حافظه‌ی رم حل شده است.

برای این منظور یک مثال با سه سرویس دهنده ($h=3$)، دو مشتری ($l=2$)، دو نوع محصول ($k=2$)، سه ورودی ($I_1 - I_3$) و دو خروجی ($O_1 - O_2$) در نظر گرفته شده است که داده‌های آن در جداول ۱ تا ۴ ارائه شده است. ورودی و خروجی‌ها در این مثال به صورت زیر تعریف شده است:

ورودی ۱: ریسک حاصل از انجام تخصیص

ورودی ۲: زمان آرایه‌ی خدمات در تخصیص

ورودی ۳: مالیات حاصل از تخصیص

خروجی ۱: رضایت مشتریان از کیفیت خدمات در تخصیص

خروجی ۲: سود حاصل از تخصیص

هزینه‌ی ثابت تأسیس تمام سرویس دهندگان $f_{hk} = 300$ در نظر گرفته شده است. سایر پارامترهای مدل به قرار زیر است [۱۵]:

جدول ۱. هزینه تولید محصولات در هر سرویس دهنده‌ی (p)

سرویس دهنده	محصول	هزینه تولید
۱	۱	۹/۲
۱	۲	۸/۷
۲	۱	۹/۶
۲	۲	۸/۷
۳	۱	۸/۳
۳	۲	۶/۹

جدول ۲. تقاضای مشتریان از هر محصول (q)

مشتری	محصول	تقاضا
۱	۱	۲۵
۱	۲	۲۶
۲	۱	۱۰
۲	۲	۵

جدول ۳. هزینه‌ی حمل و نقل محصولات بین سرویس دهندگان و مشتریان (C)

سرویس دهنده	مشتری	محصول	هزینه
۱	۱	۱	۵/۲
۱	۱	۲	۹
۱	۲	۱	۸/۹
۱	۲	۲	۶/۷۹
۲	۱	۱	۱۹/۷
۲	۱	۲	۱۲/۵
۲	۲	۱	۱۱/۵
۲	۲	۲	۱۵/۵

سرویس دهنده	مشتری	محصول	هزینه
۳	۱	۱	۱۷/۸
۳	۱	۲	۱۹/۴
۳	۲	۱	۱۰/۴
۳	۲	۲	۶/۵

جدول ۴. داده‌های ورودی و خروجی متناظر با هر یال در شبکه

شماره واحد	سرویس دهنده	مشتری	محصول	I_1	I_2	I_3	O_1	O_2
۱	۱	۱	۱	۶۹	۶۳	۷۸	۷۳	۴
۲	۱	۱	۲	۹۲	۷۵	۹۸	۸۰	۳۵
۳	۱	۲	۱	۷۶	۶۴	۹۴	۶۹	۳۷
۴	۱	۲	۲	۲۵	۲۴	۸۶	۲۱	۷۱
۵	۲	۱	۱	۹۴	۹۸	۵۵	۴۷	۴۰
۶	۲	۱	۲	۹۰	۵۷	۶۹	۵۲	۲۲
۷	۲	۲	۱	۹۱	۲۱	۸۴	۶۴	۶۱
۸	۲	۲	۲	۴۳	۲۳	۷۳	۱۷	۱۰
۹	۳	۱	۱	۹۸	۷۳	۵۴	۱۴	۴۲
۱۰	۳	۱	۲	۶۵	۲۴	۹۳	۱۸	۱۹
۱۱	۳	۲	۱	۸۳	۲۹	۳۲	۴۹	۲۸
۱۲	۳	۲	۲	۷۴	۹۲	۵۲	۵۶	۶۰

نتایج حاصل از حل مدل SSUMPFLP/DEA با داده‌های فوق در جدول ۵ خلاصه شده است. با توجه به اینکه سطح عملیات و نمره‌ی کارایی واحدها در مدل SSUMPFLP/DEA تاثیر متقابل بر روی هم ندارد، این مدل برای مقادیر مختلف $\omega > 0$ جواب بهینه‌ی یکسانی خواهد داشت؛ لذا تنها برای $\omega = 1$ و $\omega = 0$ مساله حل و نتایج تجزیه و تحلیل می‌شود. به عبارت دیگر، یک بار مساله تحت معیار کمینه‌سازی هزینه‌ی کل و یک بار هم تحت معیار بیشینه‌سازی مجموع کارایی واحدها ارزیابی می‌شود. الگوی مکان‌یابی-تخصیص بهینه بدست آمده در این مدل دارای بالاترین نمره‌ی کارایی ممکن در بین الگوی‌های ممکن است. نتایج حاصل از این مدل به مدیران و تصمیم‌گیران کمک می‌کند تا به طرح‌های مکان‌یابی-تخصیص بهینه با حداکثر کارایی دست یابند که در مقایسه با حل تنها مدل‌های مکان‌یابی، بسیار کاربردی‌تر و کارآمدتر است. مقدار متغیرها در جواب بهینه‌ی این مثال به شرح جداول ۶ و ۷ می‌باشد. بر این اساس، با معیار بیشینه‌ی کارایی محصول نوع ۱ توسط سرویس‌دهنده‌ی شماره ۱ و محصول نوع ۲ توسط سرویس‌دهنده‌ی شماره ۲ عرضه خواهد شد. در حل مساله با معیار کمینه‌ی هزینه، محصول نوع ۱ توسط سرویس‌دهندگان شماره ۱ و شماره ۳ و محصول نوع ۲ توسط سرویس‌دهنده‌ی شماره ۱ عرضه خواهد شد. همان‌طور که در جدول ۵ دیده می‌شود با لحاظ کردن معیار کارایی در مساله، هزینه‌های تاسیس و حمل و نقل نسبت به حالتی که این معیار در نظر گرفته نمی‌شود، افزایش یافته؛ ولی در قبال انجام این هزینه، کارایی شبکه را به میزان قابل توجهی افزایش داده است. همان‌طور که در جدول ۷

ملاحظه می شود، متوسط نمره ی کارایی تخصیص ها از ۰/۰۷۱ به ۰/۹۹۴۵ و مجموع نمرات کارایی الگوی مکان یابی-تخصیص از ۰/۲۸۴ به ۳/۹۷۸۱ افزایش یافته است. بر این اساس، اضافه کردن معیار کارایی الگو در مدل مکان یابی هزینه ای برای تصمیم گیرندگان ایجاد می کند؛ ولی در عوض ارزش زیادی را در میزان کارایی الگو در اختیار قرار می دهد. به عبارت دیگر تنها با ۲۶/۸٪ افزایش هزینه ها، ۱۳۰۰٪ افزایش کارایی در الگوی حاصل خواهیم داشت؛ لذا لحاظ کردن کارایی در مدل های مکان یابی می تواند در قبال هزینه ای بسیار اندک، معیارهای مدیریتی بیش تری را در جواب تامین نماید. در جواب بهینه ی مساله ی تحت معیار پیشینه سازی کارایی، پارامتر سودآوری تخصیص ها (خروجی دوم) اهمیت بیش تری نسبت به پارامتر رضایت مشتری (خروجی اول) دارد و ضریب مربوط به آن برای تمام محصولات بالاتر است. همچنین در بین پارامترهای ورودی، به ترتیب پارامترهای زمان سرویس، مالیات و ریسک دارای اهمیت می باشند. در جواب بهینه ی مساله ی تحت معیار کمینه سازی هزینه ی کل، پارامترهای سودآوری و رضایت مشتری دارای اهمیت و ضریب برابر هستند. در بین پارامترهای ورودی، ریسک دارای ضریب بالاتر و پارامترهای زمان سرویس و مالیات دارای اهمیت یکسان می باشند.

جدول ۵. خلاصه نتایج حل مدل SSUMPFLP/DEA

ω	۰	۱
توابع هدف		
هزینه ی ثابت	۹۰۰	۶۰۰
هزینه ی حمل و نقل	۱۳۹۸/۷	۱۲۱۳/۲
کل هزینه ها	۲۲۹۸/۷	۱۸۱۳/۲
مجموع نمره ی کارایی یال ها	۳/۹۷۸۱	۰/۲۸۴
واحدها		
تعداد سرویس دهندگان فعال	۳	۲
تعداد یال های فعال	۴	۴
میانگین نمره ی کارایی یال ها	۰/۹۹۴۵	۰/۰۷۱

جدول ۶. برنامه تاسیس سرویس دهندگان (y)

سرویس دهنده	محصول	$\omega = 0$	$\omega = 1$
۱	۱	۰	۱
۱	۲	۱	۰
۲	۱	۱	۰
۲	۲	۰	۱
۳	۱	۱	۰
۳	۲	۰	۰

جدول ۷. نحوه‌ی تخصیص محصولات از سرویس دهندگان به مشتریان (X)

$\omega = 1$	$\omega = 0$	محصول	مشتری	سرویس دهنده
۱	۰	۱	۱	۱
۰	۱	۲	۱	۱
۱	۰	۱	۲	۱
۰	۱	۲	۲	۱
۰	۰	۱	۱	۲
۱	۰	۲	۱	۲
۰	۱	۱	۲	۲
۱	۰	۲	۲	۲
۰	۱	۱	۱	۳
۰	۰	۲	۱	۳
۰	۰	۱	۲	۳
۰	۰	۲	۲	۳

۶ نتیجه‌گیری

در این مقاله مفهوم کارایی در قالب روش تحلیل پوششی داده‌ها در مدل‌سازی مساله‌ی مکان‌یابی-تخصیص تک منبعی چند محصولی بدون محدودیت ظرفیت به کار گرفته شده است. مدل مورد استفاده برای ارزیابی کارایی فرم مضربی مدل CCR می‌باشد که تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده را به طور همزمان بررسی و مجموع نمرات کارایی آن‌ها را بیشینه می‌کند. یک مدل دوهدفه‌ی برنامه‌ریزی خطی صفر و یک آمیخته برای این منظور پیشنهاد شده است. در مدل مکان‌یابی تخصیص به کار گرفته شده، تعداد سرویس دهندگان از قبل مشخص نیست و سرویس دهندگان محدودیتی برای ظرفیت خود ندارند. همچنین میزان تقاضای مشتریان از محصولات مختلف مشخص است. مدل پیشنهادی در این مقاله، الگوی مکان‌یابی که شامل برنامه‌ی تاسیس سرویس دهندگان برای تولید و عرضه‌ی محصولات مختلف و نیز تخصیص مشتریان به آن‌ها با کمترین هزینه را ارائه می‌کند. عوامل مختلفی همچون هزینه‌های حمل و نقل، مالیات، ریسک جابجایی، پوشش و سطح دسترسی مشتریان بر تخصیص و پیاده‌سازی این الگو در دنیای واقعی موثر هستند و لذا در نظر گرفتن هزینه به تنهایی جواب بهینه را تعیین نخواهد کرد؛ بنابراین با در نظر گرفتن هر کدام از یال‌های شبکه‌ی بین مشتریان و سرویس دهندگان به ازای محصولات مختلف به عنوان واحدهای تصمیم‌گیرنده و اعمال عوامل مذکور به عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های آن، اضافه کردن معیار کارایی به صورتی که گفته شد در مدل ادغامی پیشنهاد شده است. در این پژوهش، کارایی واحدها به عنوان تابع هدف دوم در مساله‌ی مدل و با روش LP-متریک حل شده است. یک مثال عددی در ابعاد کوچک برای این مدل مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی اطلاعات بیش‌تری را در اختیار تصمیم‌گیرندگان قرار می‌دهد. نتایج حاصل از آن الگوی مکان‌یابی-تخصیص کاراتر و قابل اطمینان‌تری نسبت به مدل‌هایی که کارایی را در نظر نمی‌گیرند، ارائه می‌کند. بر اساس نتایج،

لحاظ کردن معیار کارایی در مدل موجب افزایش هزینه‌ها می‌شود؛ ولی این افزایش بسیار کم بوده؛ در قبال آن کارایی به عنوان یک معیار مهم در برنامه‌ریزی‌ها افزایش زیادی خواهد داشت.

منابع

- [۷] کرباسیان، م.، دشتی، م.، اسداللهی، ا.، (۱۳۹۰). مدل ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها و مکان‌یابی تسهیلات حساس با ملاحظه اصل پراکندگی، علوم و فناوری‌های پدافند غیرعامل، ۲ (۳)، ۱۶۷-۱۶۱.
- [۸] باستانی، م.، کتابی، س.، قندهاری، م.، (۱۳۹۳). ارایه یک مدل تلفیقی برای تخصیص محصولات به توزیع‌کنندگان در زنجیره تامین با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و برنامه‌ریزی آرمانی، مطالعه موردی صنعت خودرو، مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۱ (۱)، پیاپی ۴۰، ۱۳۱-۱۱۹.
- [۹] شاهرودی، ک.، تدریس حسنی، م.، (۱۳۹۰). ارایه مدلی ریاضی به منظور انتخاب تامین‌کنندگان با استفاده از رویکرد تلفیقی تحلیل پوششی داده‌ها و هزینه کل مالکیت (مورد مطالعه: زنجیره ارزش ساز در صنعت خودرو ایران)، مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۸ (۳)، پیاپی ۳۰، ۸۱-۷۱.
- [1] Farahani, R. Z., Hekmatfar, M. (2009). Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies. Physica.
- [2] Drezner, Z., Hamacher, H.W. (2001). Facility Location: Theory and Algorithms. Berlin: Springer.
- [3] Daskin, M. S. (1995). Network and Discrete Location, Models, Algorithms, and Applications. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Karbasian, M., Dashti, M., (2011). Designing four multi-objective models for dispersion facilities location problems considering Data Envelopment Analysis and maximum covering. International Journal of Management Science and Engineering Management, 6, 298-306.
- [5] Cook, W. D., Green, R. H., (2003). Selecting Sites for New Facilities Using Data Envelopment Analysis. Journal of Productivity Analysis, 19, 77-91.
- [6] Klimberg, R. K., Ratick, S. J., (2008). Modeling data envelopment analysis (DEA) efficient location/allocation decision. Computer & Operation Research, 35, 474-457.
- [10] Thomas, P., Chan, Y., Lehmkuhl, L., Nixon, W., (2002). Obnoxious-facility location and data envelopment analysis: A combined distance-based formulation. European Journal of Operational Research, 141, 495-514.
- [11] Azadeh, A., Ghaderi, S.F., Maghsoudi, A., (2008). Location optimization of solar plants by an integrated hierarchical DEA PCA approach. Energy Policy, 36, 3993-4004.
- [12] Mitropoulos, P., Mitropoulos, I., Giannikos, I., (2013). Combining DEA with location analysis for the effective consolidation of services in the health sector. Computers & Operations Research, 40, 2241-2250.
- [13] Moheb-Alizadeh, M., Rasouli, S. M., Tavakkoli-Moghaddam, R., (2011). The use of multi-criteria data envelopment analysis (MCDEA) for location-allocation problems in a fuzzy environment. Expert Systems with Applications, 38, 5687-5695.
- [14] Adabi, F., Omrani, H., (2014). Designing a supply chain management based on distributors efficiency measurement. Uncertain Supply Chain Management, 3, 87-96.
- [15] Mohammad Nezhad, A., Manzour, H., Salhi, S., (2013). Lagrangian relaxation heuristics for the uncapacitated single-source multi-product facility location problem. International journal of Production Economics, 145, 713-723.
- [16] Farrell, M. J., (1957). The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistic Society, 120, 253-281.
- [17] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research, 2, 429-444.
- [18] Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K. (2007). Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software. Second editions, Springer.

- [19] Deb, K. (2001). Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- [20] IBM ILOG CPLEX optimization studio reference manual, (2013). Available at: <http://www-01.ibm.com/software/in/websphere/products/optimisation/index.html>.