مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال چهاردهم، شماره اول (پیاپی ۵۲)، بهار ۹۶، ص ص ۱۳۵-۱۱۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

مدلسازی خطی برای تعیین مجموعه وزن‌های مشترک در ساختار شبکه‌ای

جعفر پورمحمود*[۱]، زینال زینالی [۲]
۱- دانشیار، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، گروه ریاضی کاربردی، تبریز، ایران
۲- دانشجوی دکترای، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، گروه ریاضی کاربردی، تبریز، ایران

رسید مقاله: ۳ شهریور ۱۳۹۵
پذیرش مقاله: ۹ بهمن ۱۳۹۵

چکیده
برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیری در مدل‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها چالش صفر شدن وزن‌ها و غیریکسان بودن وزن‌ها وجود دارد. ازطرف دیگر در تحلیل پوششی داده‌های سنتی برای اندازه‌گیری کارآیی، سیستم را به عنوان جعبه سیاه در نظر می‌گیرند و بخش‌های داخلی آن را درنظر نمی‌گیرند. یکی از راهکارهای مقابله با این مشکل استفاده از مجموعه وزن‌های مشترک برای ورودی‌ها و خروجی‌ها در تمامی واحدهای تصمیم‌گیری است. در عملاکثر واحدهای که با هم مورد ارزیابی قرار می‌گیرند، شامل بخش‌های داخلی با ساختارهای مختلف هستند که اصطلاحاً به آن‌ها ساختار شبکه‌ای اطلاق می‌شود. مشابه چنین چالش تحلیل پوششی داده‌های سنتی، چالشی برای ساختارهای شبکه‌ای نیز وجود دارد. مجموعه وزن‌های مشترک در ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای در بعضی مواقع مطرح شده است که شامل ساختارهای عمومی شبکه نمی‌شود. این مقاله چالش ذکر شده را برای ساختارهای عمومی شبکه مطرح کرده و با ارایه مدلی جدید مساله مجموعه وزن‌های مشترک برای ساختار عمومی شبکه حل می‌شود. برای تشریح نتایج، مدل‌ها روی مثال‌های کائو به کارگرفته می‌شود.

کلمات کلیدی: وزن مشترک، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، برنامه‌ریزی چندهدفه، برنامه‌ریزی آرمانی.

۱مقدمه
تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)[۱] معرفی شده توسط چارنز و همکاران [۱] ابزار مهمی برای اندازه‌گیری کارآیی واحدهای تصمیم‌گیری (DMU)[۲] است. در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به هر یک از شاخص‌های ورودی و خروجی وزن‌هایی را نسبت می‌دهد که کارآیی نسبی هر واحد تصمیم‌گیری مورد ارزیابی در مقایسه با سایر واحدها ماکسیمم شود؛ لذا وزن‌های تعیین شده برای هر شاخص در بهترین وضعیت برای آن DMU محاسبه شده و از هر واحد نسبت به واحد دیگر تغییر می‌کند.

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی:Pourmahmoud@azaruniv.ac.ir

[1] Data Envelopment Analysis
[2] Decision Making Unit

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

با توجه به مقاله چانز و همکاران [۲] کنترل بیشتر روی وزن‌ها را می‌توان در سه حالت ۱) صفر قرار دادن وزن بعضی فاکتورها، ۲) نظرات مدیر ۳) تعداد شاخص‌های ارزیابی نسبت به تعداد واحدهای تصمیم‌گیری، مورد بررسی قرار داد.

وزن‌های مشترک در DEA ابتدا در سال ۱۹۹۰ توسط کوک و همکاران[۳] و در سال ۱۹۹۱ توسط رول و همکاران [۴] معرفی شد که به عنوان یکی از روش‌های مناسب برای ارزیابی تمام DMUها با وزن‌های منحصربفرد شناخته شده است. پژوهشگران دیگر برای رسیدن به مجموعه وزن‌های مشترک روش‌های متفاوتی از جمله رول و همکاران [۴] وزن مشترک را با استفاده از کراندار کردن وزن‌ها و باریک کردن دامنه وزن‌ها و میانگین وزنی وزن‌ها را به کار گرفتند. ساعتی و همکار [۵] چند روش را برای رتبه بندی واحدها به کمک تحلیل پوششی داده‌ها را معرفی کردند. در سال ۱۹۹۵ دویال [۶] میانگین وزن‌های بهینه همه DMUها را به عنوان وزن مشترک انتخاب کرد. در سال ۲۰۱۳ حسین‌زاده و همکاران [۷] برای رسیدن به وزن مشترک از روش برنامه‌ریزی چندهدفه (MOP) استفاده کردند. در سال ۲۰۰۵ کائو و هانگ [۸] با استفاده از امتیازهای کارآیی محاسبه شده از مدل DEA و کوتاه‌ترین تابع فاصله، بهترین وزن مشترک را برای مدل‌های تحلیل پوششی کلاسیک ارایه دادند.

از طرف دیگر در عمل واحدهای تصمیم‌گیری شامل بخش‌های داخلی هستند که هریک از بخش‌ها، ورودی‌هایی را برای تولید خروجی‌هایی به کار می‌گیرند که قسمتی یا همه خروجی تولید شده به صورت ورودی بخش دیگر در داخل واحد برای تولید خروجی اصلی یا ورودی واسط بکار گرفته می‌شود. برای اولین بار در سال ۱۹۹۶ فار و گروسکف [۹] برای چنین واحدهایی عنوان واحدهایی با ساختار شبکه‌ای را نامگذاری کردند. اگر در ارزیابی چنین واحدهایی، از مدل‌های سنتی استفاده شود واحد تحت ارزیابی به عنوان جعبه سیاه به کار گرفته می‌شود که در آن فقط ورودی‌ها و خروجی‌های اصلی در اندازه‌گیری کارآیی به کار گرفته می‌شود و بخش‌های داخلی واحدها در ارزیابی آن‌ها تاثیری ندارد. برای اینکه تاثیر بخش‌های داخلی را در ارزیابی DMUها در نظر گرفته شود باید مدل با ساختار شبکه‌ای طراحی گردد. مدل‌های سنتی را می‌توان برای اندازه‌گیری کارآیی هریک از بخش‌ها به طور مستقل به کار گرفت به طوری‌که نقش هر یک از شاخص‌های داخلی ورودی و خروجی به صورت مستقل در نظرگرفته شود و تاثیری در سایر بخش‌های مرتبط با آن نداشته باشد. پس در این حالت برای بهبود واحد، خروجی بخش میانی باید از یک طرف افزایش یابد و از طرف دیگر به خاطر ورودی بخش دیگری است، باید کاهش یابد. درنهایت نتایج ارزیابی‌ها برای کل واحد نتیجه معنی‌دار نخواهد داشت.

مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای عموماً به دسته‌های سری، موازی و کلی تقسیم‌بندی می‌شوند. ساختارهایی که بخش‌های آن به صورت سری به هم متصل هستند به مدل‌های شبکه سری معروفند. یکی از پرکاربردترین ساختار شبکه‌ای دومرحله‌ای است که به طور مثال می‌توان به کارهای کائو و هوانگ۲۰۰۸ [۱۰]، فوکویاما و وبر ۲۰۱۰ [۱۱] و تن و تسوتسی ۲۰۰۹ [۱۲] اشاره کرد.

مدل‌های شبکه موازی بیانگر رفتار ساختارهای موازی است که در آن بخش‌ها به حالت موازی با هم در ارتباط هستند. در این رابطه می‌توان به مدل فرم مضربی کائو ۲۰۰۹ [۱۳] و مدل‌های مطرح شده توسط تن و تسوتسی ۲۰۰۹ [۱۲] و لوزانو ۲۰۱۱ [۱۴] به فرم پوششی اشاره کرد. واحدهای تصمیم‌گیری در جهان واقعی وجود

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

دارد که بخش‌های داخلی آن‌ها مختلط هستند، این نوع واحدها دارای ساختار شبکه‌ای عمومی هستند. کائو مدلش را برای ساختار شبکه‌ای عمومی تعمیم داد. در مقالات ذکر شده کارآیی DMUها مورد بحث قرار گرفته است و تاکنون در زمینه به دست آوردن وزن مشترک در ساختار شبکه‌ای مطالعات محدودی انجام شده است. در مورد وزن‌های مشترک می‌توان به مقاله کائو و هانگ ۲۰۰۵ [۸] و یانگ و لیی ۲۰۱۲[۱۵] اشاره کرد که هر یک از آن‌ها حالت خاصی در نظر گرفته‌اند. در این مقاله سعی می‌شود مدلی برای ساختار شبکه عمومی ارایه شود. ضمن به دست آوردن وزن یکسان به هر یک از شاخص‌های ورودی، خروجی و واسط در تمامی بخش‌های همه واحدها، امتیاز کارآیی واحدها بیش‌ترین مقدار را داشته باشند.

بخش ۲ به بررسی ادبیات مدل مضربی با ساختار شبکه‌ای و مدل وزن مشترک می‌پردازد. در بخش ۳ مدلی را برای تعیین مجموعه مشترک وزن‌ها در ساختار شبکه‌ای عمومی پیشنهاد می‌گردد. مدل پیشنهادی برای ساختار شبکه‌ای عمومی مجموعه وزن مشترک را به دست آورده و مشکل وجود جواب بهینه چندگانه را حل می‌کند. مثال‌های عددی برای یافتن وزن مشترک در ساختار شبکه‌ای عمومی در بخش ۴ آورده شده است. نهایتا بخش ۵ تجزیه و تحلیل و نتیجه‌گیری است.

۲ مروری بر ادبیات

در این بخش کار حسین زاده و همکاران[۷] برای تعیین وزن مشترک و مدل مضربی شبکه‌ای کائو[۱۳] به خاطر استفاده در مدل پیشنهادی یادآوری می‌شود.

۲-۱ تعیین وزن مشترک با استفاده از برنامه‌ریزی چندهدفه

برای تعیین وزن‌های مشترک حسین‌زاده و همکاران در سال۲۰۱۳ [۷] بهینه‌سازی چندهدفه را برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیری استفاده کردند. آن‌ها برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه

$$Max\left(f_1(x), f_2(x), \cdots, f_K(x) \right)$$
$$s.t.$$
$$x \in X$$

را در نظر گرفتند که در آن $f_1, f_2, \cdots, f_K$ توابع هدف و X ناحیه شدنی است. آن‌ها با الگو قرار دادن مدل فوق، مدل زیر را برای تعیین وزن‌های مشترک همه DMUها جهت حداکثر کردن کارایی همزمان تمامی DMUها معرفی کردند.

$$Max \left\{ \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \mid j = 1, 2, \cdots, n \right\}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1, \quad \forall j;$$
$$u_r, v_i \ge \varepsilon, \quad \forall r, i.$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

که در آن n، تعداد DMUها $i=1,2,\ldots,m$; x_{ij} ورودی‌ها و $r=1,2,\ldots,s$; y_{rj} خروجی‌های DMU_j ; $j=1,2,\ldots,n$ ، $i=1,2,\ldots,m$; v_i وزن ورودی‌ها و $r=1,2,\ldots,s$; u_r وزن خروجی‌ها هستند. روش‌های زیادی برای حل مساله فوق وجود دارد. برنامه‌ریزی آرمانی یکی از روش‌های حل مسایل بهینه‌سازی چندهدفه است[۱۶].

در روش برنامه‌ریزی آرمانی، تصمیم‌گیرنده مجموعه سطوح آرمانی برای توابع هدف درنظر می‌گیرد؛ بنابراین مجموع انحرافات از این سطوح آرمانی به عنوان تابع هدف مساله برنامه‌ریزی، مینیمم‌سازی می‌شود. پس هرگاه A_j ; j = ۱, ۲, …, n تابع هدف آرمانی DMU_j و φ_j^- و φ_j^+ به ترتیب انحراف منفی (زیردستیابی) و انحراف مثبت(فوق‌دستیابی) به آرمان DMU_j باشند آنگاه مدل فوق را براساس مینیمم سازی انحراف‌ها می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$
\begin{aligned}
&Min \sum_{j=1}^{n}(\varphi_j^- + \varphi_j^+) \\
&s.t. \\
&\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} + \varphi_j^- - \varphi_j^+ = A_j, \quad \forall j, \qquad (1a) \\
&\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1, \qquad \forall j, \qquad (1b) \\
&u_r, v_i \ge \varepsilon, \qquad \forall r, i.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

از طرف دیگر بنا به محدودیت $(1b)$ انحراف مثبت (φ_j^+) نمی‌تواند مقدار مثبتی داشته باشد پس $\varphi_j^+ = 0$. بنابراین با در نظر گرفتن $A_j = 1$ محدودیت $(1b)$ زائد است. مدل حاصل از جایگذاری $\varphi_j^+ = 0$ یک مدل غیرخطی می‌شود و به راحتی قابل تبدیل به برنامه ریزی خطی نیست؛ بنابراین حسین‌زاده و همکاران با استفاده از مفهوم برنامه‌ریزی آرمانی مدل (۱) را به شرح زیر خطی‌سازی نمودند.

با توجه به محدودیت $(1b)$ برای رسیدن امتیازکارایی به آرمان یک، باید صورت کسر افزایش، یا مخرج کسر کاهش و یا به صورت هم زمان صورت کسر افزایش و مخرج کسر کاهش یابد؛ بنابراین برای رسیدن به هدف، مجموع شکاف های موجود در صورت کسر (φ_j^+) و مخرج کسر (φ_j^-) را مینیمم نمودند، که مدل زیر حاصل می‌شود.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

$$
\begin{aligned}
&Min \sum_{j=1}^{n}(\varphi_j^- + \varphi_j^+) \\
&s.t. \\
&\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + \varphi_j^+}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - \varphi_j^-} = 1, \qquad \forall j, \qquad (2a) \\
&\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1, \qquad \forall j, \qquad (2b) \\
&\varphi_j^+, \varphi_j^- \ge 0 \ , \qquad \forall j, \\
&u_r, v_i \ge \varepsilon, \qquad \forall r, i.
\end{aligned} \tag{2}
$$

با توجه به محدودیت $(2a)$، محدودیت $(2b)$ زائد است و می‌تواند حذف شود؛ لذا با حذف محدودیت $(2b)$ و ساده سازی محدودیت $(2a)$ می‌توان مدل (۲) را به صورت زیر خطی کرد:

$$
\begin{aligned}
&Min \sum_{j=1}^{n}(\varphi_j^- + \varphi_j^+) \\
&s.t. \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \varphi_j^+ + \varphi_j^- = 0, \qquad \forall j, \\
&\varphi_j^+, \varphi_j^- \ge 0 \ , \qquad \forall j, \\
&u_r, v_i \ge \varepsilon, \qquad \forall r, i.
\end{aligned} \tag{3}
$$

مدل (۳) با تغییر متغیر $\varphi_j = \varphi_j^+ + \varphi_j^-$ به صورت مدل زیر تبدیل می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&Min \sum_{j=1}^{n} \varphi_j \\
&s.t. \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \varphi_j = 0, \qquad \forall j, \\
&\varphi_j \ge 0 \ , \qquad \forall j, \\
&u_r, v_i \ge \varepsilon, \qquad \forall r, i.
\end{aligned} \tag{4}
$$

که در آن φ_j انحراف از آرمان مورد نظر است. مدل فوق مجموعه وزن‌های مشترک را برای مجموعه تمامی واحدهای تصمیم‌گیری به دست می‌آورد. پس با استفاده از مجموعه وزن‌های مشترک به دست آمده از مدل (۴) واحدهای تصمیم‌گیری مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

فرض کنید $\left(u_r^*, v_i^*, \varphi_j^*\right)$ جواب بهینه مدل (۴) باشد. پس امتیاز کارایی DMU_j به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$E_j = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{ij}}$$

در حالت خاص هرگاه مدل (۴) دارای جواب بهینه چندگانه باشد، آنگاه برای DMU_j امتیاز کارایی‌های متفاوتی بر حسب مجموعه وزن‌های مشترک چندگانه به دست می‌آید. پس ممکن است رتبه‌بندی منحصر به فردی برای واحدهای تصمیم‌گیری به دست نیاید، که در این حالت خواهیم گفت رتبه‌بندی DMUها پایدار نیست که این یکی از چالش‌های رتبه بندی DMUها در DEA سنتی است.

در ادامه بخش ۲ به خاطر این که کار اصلی مقاله در مورد مدل مضربی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای است، این مدل از [۱۳] یادآوری می‌شود.

۲-۲ مدل مضربی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای

کائو[۱۳] در سال ۲۰۰۹ مدل مضربی تحلیل پوششی داده‌ها را برای ساختار شبکه‌ای به صورت گسترده برای حالت‌های سری، موازی و عمومی معرفی نمود. کائو چگونگی تبدیل سیستم با ساختار شبکه‌ای کلی به ساختار دومرحله‌ای که هر بخش آن دارای ساختار موازی است را نشان داد. ساختار شبکه‌ای عمومی کائو متشکل از سه بخش به صورت شکل (۱) است. ورودی اصلی سیستم X_1 و X_2 و خروجی‌های آن Y_1، Y_2 و Y_3 هستند، بخش ۱ برخی مقادیر X_1 و X_2 را جهت تولید Y_1 مصرف می‌کند. قسمتی از Y_1 در بخش ۳ به عنوان ورودی استفاده می‌شود. بخش ۲ مقدار مشخصی از X_1 و X_2 برای تولید Y_2 مصرف می‌کند. بخشی از Y_2 ورودی بخش ۳ است. بخش ۳ باقی‌مانده X_1 و X_2 را همراه با بخش‌هایی از Y_1 و Y_2 تولیدی از بخش‌های ۱ و ۲ را برای تولید Y_3 مصرف می‌کند. فرض کنید $X_{ij}^{(k)}$ و $Y_{rj}^{(k)}$ بترتیب نشان دهنده iامین ورودی و rامین خروجی از بخش $k(k=1,2,3)$ در DMU_j باشند. واضح است برای $j=1,2,\ldots,n$ داریم:

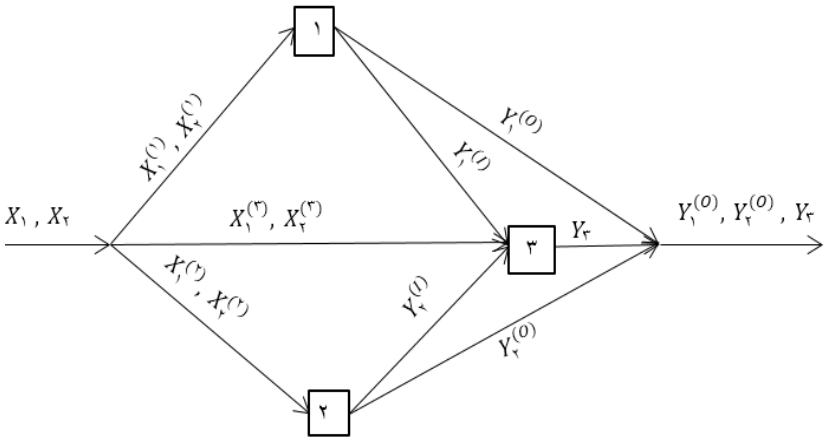
$$X_{ij}^{(1)} + X_{ij}^{(2)} + X_{ij}^{(3)} = X_{ij}\ , \qquad \forall i,$$

$$Y_{rj}^{(I)} + Y_{rj}^{(O)} = Y_{rj}\ , \qquad \forall r.$$

لازم به ذکر است که بخش۳ فقط خروجی نهایی تولید می‌کند.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]



شکل ۱. سیستم شبکه ای با سه فرآیند

مدل مضربی ساختار شبکه‌ای عمومی شکل (۱) به صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
E_o = Max\ & u_1 y_{1o}^{(O)} + u_2 y_{2o}^{(O)} + u_3 y_{3o} \\
s.t.\ & \\
& v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} = 1, \\
& \left(u_1 y_{1j}^{(O)} + u_2 y_{2j}^{(O)} + u_3 y_{3j}\right) - \left(v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
& u_1 y_{1j} - \left(v_1 x_{1j}^{(1)} + v_2 x_{2j}^{(1)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
& u_2 y_{2j} - \left(v_1 x_{1j}^{(2)} + v_2 x_{2j}^{(2)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
& u_3 y_{3j} - \left(v_1 x_{1j}^{(3)} + v_2 x_{2j}^{(3)} + u_1 y_{1j}^{(I)} + u_2 y_{2j}^{(I)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
& u_1, u_2, u_3, v_1, v_2 \ge \varepsilon.
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

که در آن u_r نشان دهنده وزن خروجی rام $(r = 1,2,3)$ و v_i وزن ورودی iام $(i = 1,2)$ است که در محاسبه کارآیی واحد تحت ارزیابی DMU_o استفاده می‌شود. دقت شود که وزن‌های حاصل از حل مدل (۵) از یک واحد تصمیم‌گیری به واحد تصمیم‌گیری دیگر متفاوت خواهد بود. پس در این حالت مقایسه واحدهای تصمیم‌گیری با اشکال مواجه می‌شود.

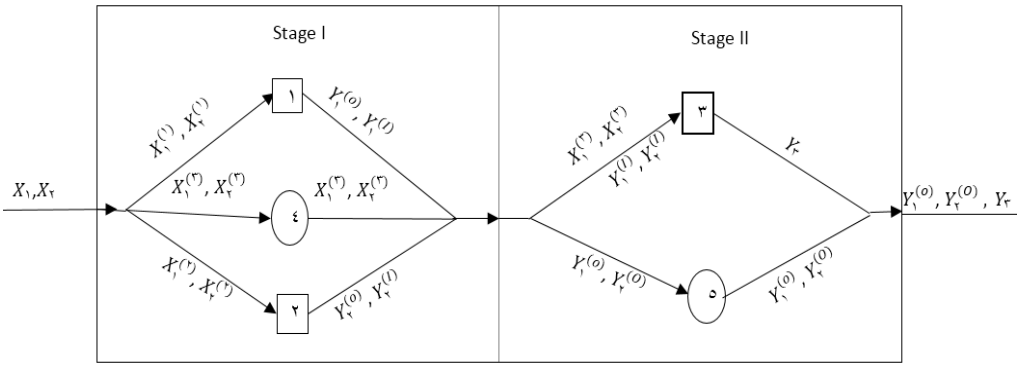
دقت شود که در مدل (۵) وزن ورودی‌ها در هرسه بخش مجزا ثابت است به عنوان مثال v_1 وزن ورودی x_1 در هرسه بخش است، مشابه این در خروجی ها هم برقرار است. به عنوان مثال وزن خروجی Y_1 همواره u_1 است و فرقی ندارد که توسط بخش ۳ به عنوان ورودی استفاده شود یا خروجی نهایی واحد تصمیم‌گیری باشد.

کائو همچنین نشان داد که هر ساختار شبکه‌ای عمومی را می‌توان با معرفی بخش‌های مصنوعی به ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای تبدیل کرد که هر مرحله آن دارای ساختار موازی است. به عنوان مثال ساختارشبکه‌ای

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

عمومی شکل(۱) را به صورت شکل (۲) تبدیل کرد که در آن بخش‌های ۴ و۵ به عنوان بخش‌های مجازی[1] معرفی شده‌اند.



شکل۲. ساختار شبکه‌ای دومرحله‌ای که هر مرحله آن دارای ساختار موازی است.

فرض کنید u_1^* , u_2^* u_3^* v_1^*, v_2^* جواب‌های بهینه مدل (۵) در ارزیابی DMU_o باشند. آنگاه مقادیر کارآیی بخش‌ها در شکل (۱) و مقادیر کارآیی مراحل در شکل (۲) برای DMU_o را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد:

$$E_o^{(1)} = u_1^* Y_{1o} / \left(v_1^* X_{1o}^{(1)} + v_2^* X_{2o}^{(1)} \right), \qquad (۶a)$$

$$E_o^{(2)} = u_1^* Y_{2o} / \left(v_1^* X_{1o}^{(2)} + v_2^* X_{2o}^{(2)} \right), \qquad (۶b)$$

$$E_o^{(3)} = u_1^* Y_{3o} / (v_1^* X_{1o}^{(3)} + v_2^* X_{2o}^{(3)} + u_1^* Y_{1o}^{(I)} + u_2^* Y_{2o}^{(I)})), \qquad (۶c) \qquad (۶)$$

$$E_o^I = \left[u_1^* Y_{1o} + \left(v_1^* X_{1o}^{(3)} + v_2^* X_{2o}^{(3)} \right) + u_2^* Y_{2o} \right] / \left(v_1^* X_{1o} + v_2^* X_{2o} \right), \qquad (۶d)$$

$$E_o^{II} = \left(u_1^* Y_{1o}^{(O)} + u_2^* Y_{2o}^{(O)} + u_3^* Y_{3o} \right) / \left[u_1^* Y_{1o} + \left(v_1^* X_{1o}^{(3)} + v_2^* X_{2o}^{(3)} \right) + u_2^* Y_{2o} \right]. \qquad (۶e)$$

به طوری‌که از (۶d) و (۶e) نتیجه می‌شود کارآیی کل DMU_o برابر حاصل ضرب کارآیی‌های دو مرحله است؛ یعنی:

$$E_O = E_O^I \times E_O^{II} \qquad (۶f)$$

در ارزیابی DMU_o در حالت ساختار شبکه ای با مدل (۵) برای هر یک از شاخص‌های ورودی و خروجی، وزن یا اهمیت هر یک از شاخص‌های ورودی و خروجی مختص DMU_o به دست می آید که ممکن است با وزن یا اهمیت شاخص‌ها در بقیه DMUها متفاوت باشد. این چالش وزن مشترک برای هر یک از شاخص‌های ورودی و خروجی برای ساختارهای شبکه‌ای مشابه چالش وزن مشترک در DEA سنتی است. پس برای رفع این چالش، مدل مجموعه وزن‌های مشترک در ساختارهای شبکه‌ای پیشنهاد می‌شود.

[1] Dummy

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

۳ مدل پیشنهادی مجموعه وزن‌های مشترک در ساختارهای شبکه‌ای عمومی

ساختار شبکه‌ای با $j = ۱,۲,\ldots,n$ واحد تحت ارزیابی را متشکل از $k = ۱,۲,\ldots,K$ بخش مرتبط با همدیگر را در نظر بگیرید، به عنوان مثال در شکل (۱)، $K = ۳$. در حالت کلی هر بخش می‌تواند ورودی‌هایی از سایر بخش‌ها و یا از خارج دریافت کند و آن‌ها را برای تولید خروجی‌هایی که ورودی بخش دیگر است و یا به عنوان خروجی‌های اصلی مصرف کند. فاکتورهایی که بین بخش‌ها رد و بدل می‌شوند، فاکتور واسط و فاکتورهایی که از خارج به واحد وارد می‌شوند ورودی اصلی و فاکتورهایی که به خارج از واحد ارسال می‌شوند، خروجی اصلی گفته می‌شود.

در حالت کلی واحد تصمیم‌گیری با ساختار شبکه‌ای عمومی را می‌توان به شکل (۱) بیان کرد. بنابراین مدل پیشنهادی را روی DMUی که دارای ساختاری به شکل (۱) است، بیان می‌شود و بقیه حالت‌ها، حالت خاصی از این خواهد بود. مدل پیشنهادی تعیین مجموعه وزن مشترک در ساختار شبکه‌ای عمومی با توجه به مدل (۵) با هدف مینیم‌سازی مجموع انحراف‌های کارآیی کل واحدهای ارزیابی از مقدار آرمانی، به صورت زیر است:

$$Min \sum_{j=۱}^{n} \varphi_j$$

$$s.t.$$

$$\begin{aligned}
&\left(u_۱y_{۱j}^{(O)} + u_۲y_{۲j}^{(O)} + u_۳y_{۳j}\right) - \left(v_۱x_{۱j} + v_۲x_{۲j}\right) + \varphi_j = ۰, && \forall j,\\
&u_۱y_{۱j} - \left(v_۱x_{۱j}^{(۱)} + v_۲x_{۲j}^{(۱)}\right) \le ۰, && \forall j,\\
&u_۲y_{۲j} - \left(v_۱x_{۱j}^{(۲)} + v_۲x_{۲j}^{(۲)}\right) \le ۰, && \forall j,\\
&u_۳y_{۳j} - \left(v_۱x_{۱j}^{(۳)} + v_۲x_{۲j}^{(۳)} + u_۱y_{۱j}^{(I)} + u_۲y_{۲j}^{(I)}\right) \le ۰, && \forall j,\\
&\varphi_j \ge ۰, && \forall j,\\
&u_۱, u_۲, u_۳, v_۱, v_۲ \ge \varepsilon \quad .
\end{aligned} \tag{۷}$$

که در آن φ_j مقدار انحراف کارآیی کل DMU_j را نشان می‌دهد. هدف در این مدل مینیمم کردن مجموع انحراف‌های کارآیی کل تمام واحدهای ارزیابی از مقدار آرمانی است مشروط به اینکه حداکثر کارآیی واحدها و بخش‌ها یک شود.

حال اگر $\left(v_r^*, u_i^*, \varphi_j^*\right)$ جواب بهینه مدل(۷) باشد در این صورت امتیاز کارآیی $\mathrm{DMU_j}$ از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$E_j^* = \frac{\sum_{r=۱}^{s} u_r^* y_{rj}}{\sum_{i=۱}^{m} u_i^* x_{ij}}$$

پس می‌توان DMUها را براساس امتیازهای کارآیی به دست آمده از فرمول فوق رتبه بندی کرد؛ اما در حالتی که مدل (۷) دارای جواب بهینه چندگانه برای مجموعه وزن‌های مشترک در ساختار شبکه‌ای مشابه DEA سنتی باشد، برای DMU_j امتیازهای کارایی متفاوتی بر حسب مجموعه وزن‌های مشترک چندگانه حاصل می‌شود.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

پس بازای مقادیر مختلف جواب‌های بهینه چندگانه رتبه‌بندی متفاوتی برای DMUها در ساختار شبکه‌ای مشابه DEA سنتی به دست می‌آید که در این حالت خواهیم گفت رتبه‌بندی DMUها پایدار نیست. برای رفع این مشکل دراین حالت، مساله به یک مساله دو فازی تبدیل می‌شودکه فاز اول آن حل مدل (۷) و فاز دوم حل مدل زیر است:

$$
\begin{aligned}
&Max \ \left(u_1 y_{1o}^{(O)} + u_2 y_{2o}^{(O)} + u_3 y_{3o}\right) / \left(v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o}\right) \\
&s.t. \\
&\left(u_1 y_{1j}^{(O)} + u_2 y_{2j}^{(O)} + u_3 y_{3j}\right) - \left(v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j}\right) + \varphi_j^* = 0, \qquad \forall j, \\
&u_1 y_{1j} - \left(v_1 x_{1j}^{(1)} + v_2 x_{2j}^{(1)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
&u_2 y_{2j} - \left(v_1 x_{1j}^{(2)} + v_2 x_{2j}^{(2)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
&u_3 y_{3j} - \left(v_1 x_{1j}^{(3)} + v_2 x_{2j}^{(3)} + u_1 y_{1j}^{(I)} + u_2 y_{2j}^{(I)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
&u_1, u_2, u_3, v_1, v_2 \ge \varepsilon \ .
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

مدل (۸) یک مدل غیرخطی است. برای راحتی حل می‌توان با استفاده از تغییر متغیرهای $v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} = \frac{1}{t}$ و $u'_r = t u_r$,$v'_i = t v_i$ و $\varphi_j = \varphi_j^* . t$ مدل (۸) را به یک مدل خطی تبدیل کرد. پس با جایگذاری مدل خطی زیر را خواهیم داشت:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad u'_1 y_{1o}^{(O)} + u'_2 y_{2o}^{(O)} + u'_3 y_{3o} \\
&s.t. \\
&v'_1 x_{1o} + v'_2 x_{2o} = 1, \qquad \forall j, \\
&\left(u'_1 y_{1j}^{(O)} + u'_2 y_{2j}^{(O)} + u'_3 y_{3j}\right) - \left(v'_1 x_{1j} + v'_2 x_{2j}\right) + \varphi_j = 0, \qquad \forall j, \\
&u'_1 y_{1j} - \left(v'_1 x_{1j}^{(1)} + v'_2 x_{2j}^{(1)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
&u'_2 y_{2j} - \left(v'_1 x_{1j}^{(2)} + v'_2 x_{2j}^{(2)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
&u'_3 y_{3j} - \left(v'_1 x_{1j}^{(3)} + v'_2 x_{2j}^{(3)} + u'_1 y_{1j}^{(I)} + u'_2 y_{2j}^{(I)}\right) \le 0, \qquad \forall j, \\
&\varphi_j \ge \varepsilon, \qquad \forall j, \\
&u'_1, u'_2, u'_3, v'_1, v'_2 \ge \varepsilon \ .
\end{aligned}
\tag{۹}
$$

قضیه زیر نشان می‌دهد در به دست آوردن مجموعه وزن مشترک در حالت وجود جواب‌های بهینه چندگانه بجای حل مدل غیرخطی (۸) می‌توان مدل خطی (۹) را برای به کار برد.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

قضیه ۱:

الف) متناظر با هر جواب شدنی مدل (۸) برای مدل (۹) جوابی وجود دارد و برعکس.

ب)مقدار بهینه هر دومدل (۸) و (۹) باهم برابرند.

اثبات:

الف) فرض کنید S_1 و S_2 بترتیب فضاهای جواب شدنی مدل‌های (۸) و (۹) باشند. فرض کنید $(v,u)\in S_1$ جواب شدنی مدل (۸) باشد. پس می‌توان مخرج کسر تابع هدف در مدل (۸) را بازای این جواب شدنی برابر با k فرض کرد؛ یعنی $v_1x_{1o}+v_2x_{2o}=k$.

پس با فرض $\forall j$; $\varphi_j^{'}=\frac{\varphi_j^*}{k}$, $v'=\frac{1}{k}v,u'=\frac{1}{k}u$ با توجه به $(v,u)\in S_1$ جواب شدنی مدل (۸) خواهیم داشت: بردار (v',u',φ') جواب شدنی مدل (۹) است. پس بازای $(v,u)\in S_1$ یک جواب شدنی مانند (v',u',φ') برای مدل (۹)وجود دارد.

حال فرض کنید $(v',u',\varphi')\in S_2$ جواب شدنی دلخواه مدل (۹) باشد. در این صورت با توجه به مثبت بودن اسکالر φ' و با فرض $k=\frac{\varphi_o^*}{\varphi'}$, $v=kv',u=ku'$ ، بردار (v,u) در تمام محدودیت‌های مدل (۸) صدق می‌کند. پس $(v,u)\in S_1$ یک جواب شدنی متناظر مدل (۸) خواهد بود.

ب) فرض کنید $(v^*,u^*)\in S_1$ جواب بهینه مدل (۸) باشد که متناظر با این جواب خواهیم داشت:

$\theta^*=\frac{u_1^*y_{1o}^{(o)}+u_2^*y_{2o}^{(o)}+u_3^*y_{3o}}{v_1^*x_{1o}+v_2^*x_{2o}}$ و $k^*=v_1^*x_{1o}+v_2^*x_{2o}$. پس باید نشان داده شود که $(v^{'*},u^{'*},\varphi^{'*})$ جواب بهینه مدل (۹) با مقدار بهینه $\theta^*=u_1^{'*}y_{1o}^{(o)}+u_2^{'*}y_{2o}^{(o)}+u_3^{'*}y_{3o}$ است.

هرگاه فرض شود $\varphi^{'*}=\frac{\varphi_j^*}{k^*}$, $u^{'*}=\frac{1}{k^*}u^*$, $v^{'*}=\frac{1}{k^*}v^*$ آنگاه بردار $(v^{'*},u^{'*},\varphi^{'*})$ در تمام محدودیت‌های مدل (۹) صدق می‌کند. پس $(v^{'*},u^{'*},\varphi^{'*})\in S_2$. حال کافیست نشان داده شود که $(v^{'*},u^{'*},\varphi^{'*})\in S_2$ جواب بهینه مدل (۹) است. برای اثبات فرض کنید (فرض خلف) $(\tilde{v},u,\varphi)\in S_2$ موجود باشد به طوری که

$u_1y_{1o}^{(o)}+u_2y_{2o}^{(o)}+u_3y_{3o}>\theta^*$

از $(\tilde{v},u,\varphi)\in S_2$ داریم: $\tilde{v}_1x_{1o}+\tilde{v}_2x_{2o}=1$ پس

$$\frac{u_1y_{1o}^{(o)}+u_2y_{2o}^{(o)}+u_3y_{3o}}{\tilde{v}_1x_{1o}+\tilde{v}_2x_{2o}}>\theta^* \qquad (۱۰)$$

از طرف دیگر از $(\tilde{v},u,\varphi)\in S_2$ نتیجه می‌شود $\left(\frac{\varphi_j^*}{\varphi}\tilde{v},u\right)\in S_1$، که مقدار تابع هدف مدل (۸) متناظر با این جواب به صورت $\theta=\frac{\tilde{u}_1y_{1o}^{(o)}+\tilde{u}_1y_{2o}^{(o)}+\tilde{u}_1y_{3o}}{\tilde{v}_1x_{1o}+\tilde{v}_2x_{2o}}$ می‌شود. پس از رابطه (۱۰) نتیجه می‌شود $\tilde{\theta}>\theta^*$، که این

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

هم با بهینگی $\left(v^*,u^*\right)\in S_1$ درتناقض است؛ لذا فرض خلف باطل و $\frac{1}{k^*}\left(v^*,u^*,k^*\varphi_j^*\right)\in S_2$ جواب بهینه مدل (۹) با مقدار بهینگی θ^* است.

به طور مشابه ثابت می‌شود اگر $\left(v^*,u^*,t^*\varphi^*\right)\in S_2$ جواب بهینه مدل (۹) با مقدار بهینگی θ^* باشد، آنگاه $\frac{1}{k^*}\frac{\varphi_j^*}{\varphi^*}\left(v^*,u^*\right)\in S_1$ جواب بهینه مدل (۸) با مقدار بهینگی θ^* خواهدبود. درنتیجه مقدار بهینه هر دومدل (۸) و (۹) باهم برابرند. □

از طرف دیگر بردار $(v,u,\varphi)=(0,0,0)$ در چهار محدودیت اول مدل (۷) صدق می‌کند. پس با توجه به محدودیت پنجم و تابع هدف، جواب بهینه وزن‌ها می‌تواند نزدیک به صفر به دست آید. از طرف دیگر با توجه به حافظه محدود کامپیوترها جواب‌ها شدیداً به مقدار اپسیلون وابسته هستند و بعضی مواقع بدلیل انتشار خطا جواب‌های نامعقول حاصل می‌شود.

برای به دست آوردن مقدار مناسب ε در ساختار شبکه‌ای عمومی، مدل طلوع [۱۷] توسط پورمحمود و زینالی [۱۸] به ساختار شبکه‌ای عمومی به صورت مدل (۱۱) تعمیم داده می‌شود. در این مقاله برای جلوگیری از انتخاب نامناسب ε مقدار بهینه مدل (۱۱) را در مدل‌های (۷) تا (۹) استفاده می‌شود.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \varepsilon \\
&s.t. \\
&v_1x_{1j}+v_2x_{2j}\le 1, && \forall j,\\
&\left(u_1y_{1j}^{(O)}+u_2y_{2j}^{(O)}+u_3y_{3j}\right)-\left(v_1x_{1j}+v_2x_{2j}\right)\le 0, && \forall j,\\
&u_1y_{1j}-\left(v_1x_{1j}^{(1)}+v_2x_{2j}^{(1)}\right)\le 0, && \forall j,\\
&u_2y_{2j}-\left(v_1x_{1j}^{(2)}+v_2x_{2j}^{(2)}\right)\le 0, && \forall j,\\
&u_3y_{3j}-\left(v_1x_{1j}^{(3)}+v_2x_{2j}^{(3)}+u_1y_{1j}^{(I)}+u_2y_{2j}^{(I)}\right)\le 0, && \forall j,\\
&u_r-\varepsilon\ge 0, && r=1,2,3,\\
&v_i-\varepsilon\ge 0, && i=1,2.
\end{aligned}
\qquad (11)
$$

با توجه به اینکه $\forall i$ $v_i=\frac{1}{x_{1j}+x_{2j}}$; $u_r=0\,\forall r$; $\varepsilon=0$ در تمام محدودیت‌های مدل (۱۱) صدق می‌کند؛ لذا مدل (۱۱) شدنی بوده و با توجه به نوع تابع هدف خواهیم داشت: $\varepsilon\ge 0$. همچنین اگرطرفین محدودیت آخر مدل (۱۱) را در x_{ij} بازای $i=1,2$ ضرب و روی i جمع ببندیم با توجه به محدودیت اول مدل (۱۱) خواهیم داشت: رابطه $\varepsilon\le\frac{1}{x_{1j}+x_{2j}}$ نتیجه می‌شود. پس همواره $\varepsilon\le\min_j\left\{\frac{1}{x_{1j}+x_{2j}}\right\}$ و در نتیجه همواره مدل (۱۱) جواب بهینه متناهی دارد.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

تذکر: در تمامی مدل‌ها بجای ε از مقدار بهینه مدل (۱۱) یعنی ε^* استفاده خواهد شد. به عنوان مثال محدودیت پنجم مدل (۷) به شکل زیر نوشته خواهد شد:

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2 \geq \varepsilon^* \ , \varphi_j \geq 0 \ ; \ \forall j.$$

دقت شود هرگاه در محاسبه کارآیی کلی و کارآیی بخش‌ها، از جواب بهینه مدل (۱۱) استفاده شود آنگاه حاصل از مدل‌ها اندکی متفاوت با جواب‌های کائو خواهد شد؛ بنابراین استفاده از مدل (۱۱) دقت محاسبه کارآیی را بیش‌تر می‌کند.

٤ مثال عددی

برای نشان دادن عملکرد مدل پیشنهادی، دو مثال کائو [۱۳] و [۱۰] بکار گرفته می‌شود. مثال اول، مثالی ساده شامل ۵ واحد تصمیم گیری A,B,C,D,E با سه بخش واسط است که ساختار آن درشکل (۱) نشان داده شده است. مثال دوم یک مطالعه موردی کائو روی ۲۴ شرکت بیمه تایوان است که هرکدام از واحدهای تصمیم‌گیری دارای دو بخش واسط هستند.

مثال ۱. پنج واحد تصمیم گیری A,B,C,D,E با سه بخش واسط را در نظر بگیرید که ساختار هر یک از آن‌ها به صورت شکل (۱) هستند[۱۳]. داده‌های دو ورودی اصلی و سه خروجی اصلی و واسط در جدول (۱) لیست شده‌اند.

جدول ۱. داده‌های ورودی و خروجی مثال کائو در سال ۲۰۰۹

DMU	Process	x_1	x_2	$y_1^{(o)}$	$y_1^{(I)}$	$y_2^{(o)}$	$y_2^{(I)}$	y_3
A		۱۱	۱۴	۲	–	۲	–	۱
	۱	۳	۵	۲	۲	–	–	–
	۲	۴	۳	–	–	۲	۱	–
	۳	۴	۶	–	۲	–	۱	۱
B		۷	۷	۱	–	۱	–	۱
	۱	۲	۳	۱	۱	–	–	–
	۲	۲	۱	–	–	۱	۱	–
	۳	۳	۳	–	۱	–	۱	۱
C		۱۱	۱۴	۱	–	۱	–	۲
	۱	۳	۴	۱	۱	–	–	–
	۲	۵	۳	–	–	۱	۱	–
	۳	۳	۷	–	۱	–	۱	۲
D		۱۴	۱۴	۲	–	۳	–	۱
	۱	۴	۶	۲	۱	–	–	–
	۲	۵	۵	–	–	۳	۱	–
	۳	۵	۳	–	۱	–	۱	۱
E		۱۴	۱۵	۳	–	۲	–	۳
	۱	۵	۶	۳	۱	–	–	–
	۲	۵	۴	–	–	۲	۲	–
	۳	۴	۵	–	۱	–	۲	۳

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

برای داده‌های جدول (۱) مدل (۱۴) اجرا شده تا مقدار اپسیلون بهینه محاسبه شود که عبارت است از:

$\varepsilon = ۰/۰۳۴۴۸۲۸$

حال اگر مدل (۱۰) برای داده‌های جدول (۱) اجرا شود، مجموعه وزن مشترک به دست می‌آید. نتایج اجرای مدل کائو و مدل (۱۰) برای به دست آوردن وزن‌ها در جدول (۲) لیست شده‌اند. در جدول(۲) سطرهای دوم الی ششم وزن شاخص‌ها برای هر یک از واحدها محاسبه شده از مدل شبکه‌ای کائو و سطر آخر وزن مشترک هریک از شاخص‌ها محاسبه شده از مدل (۱۰) را نشان می‌دهد.

جدول۲. وزن‌های محاسبه شده از طریق مدل کائو و مدل (۱۰)

DMU	v_1	v_2	w_1	w_2	w_3
A	۰/۰۴۷۰۲۱۹	۰/۰۳۴۴۸۲۸	۰/۰۷۸۳۶۹۹	۰/۰۶۴۲۶۳۳	۰/۱۸۹۱۳۲۷
B	۰/۰۳۴۴۸۲۸	۰/۱۰۸۳۷۴۴	۰/۱۶۱۳۳۰۰	۰/۰۸۸۶۷۰۰	۰/۳۳۹۴۹۱۰
C	۰/۰۴۷۰۲۱۹	۰/۰۳۴۴۸۲۸	۰/۰۷۸۳۶۹۹	۰/۰۶۴۲۶۳۳	۰/۱۸۹۱۳۲۷
D	۰/۰۳۶۹۴۵۸	۰/۰۳۴۴۸۲۸	۰/۰۷۰۸۱۲۸	۰/۰۵۴۱۸۷۲	۰/۱۶۶۴۶۱۴
E	۰/۰۳۴۴۸۲۸	۰/۰۳۴۴۸۲۸	۰/۰۶۸۹۶۵۵	۰/۰۵۱۷۲۴۱	۰۹/۱۶۰۹۱۹۵
CWS	۰/۰۷۱۴۲۸۰	0/۰۰۰۰۰۰۵	۰/۰۵۳۵۷۱۷	۰/۰۷۱۴۲۸۳	۰/۰۵۳۵۷۱۷

مقادیر کارآیی کل واحدهای تصمیم‌گیری با استفاده از مدل CCR سنتی، مدل کائو و مدل پیشنهادی (۱۰) به همراه رتبه بندی آنها در جدول (۳) آورده شده است. ستون‌های دوم، سوم و پنجم مقادیر کارآیی کل واحدهای تصمیم‌گیری به ترتیب با مدل‌های CCR سنتی، مدل کائو و مدل پیشنهادی و ستون‌های چهارم و ششم جدول رتبه هریک از واحدها را به ترتیب با مدل‌های کائو و مدل پیشنهادی نشان می‌دهد.

جدول۳. مقایسه کارآیی‌های پنج *DMU* محاسبه شده توسط مدل‌های *CCR* سنتی، کائو و مدل پیشنهادی

DMU	E_CCR	EN_kao	Rank-Kao	EN_csw	Rank-ON-CSW
A	۱	۰/۵۲۲۷	۴	۰/۴۶۶۷	۵
B	۰/۸۹۸۰	۰/۵۹۵۲	۲	۰/۵۸۳۳	۲
C	۰/۸۴۸۵	۰/۵۶۸۲	۳	۰/۵۱۳۳	۳
D	۱	۰/۴۸۲۱	۵	۰/۴۷o۲	۴
E	۱	۰/۸	۱	۰/۷۹۳۱	۱

مقادیر کارآیی بخش‌های ۱، ۲ و ۳، مرحله‌های ۱ و ۲ از پنج واحد مورد ارزیابی بر حسب مدل کائو و مدل (۱۰) در جدول (۴) آورده شده است. به طوری که ملاحظه می‌شود با اعمال مجموعه وزن مشترک رتبه‌های DMU_A و DMU_D نسبت به رتبه حاصل از امتیازهای کارآیی ساختار شبکه‌ای کائو جابه جا شده‌اند که نتیجه اعمال مجموعه وزن‌های مشترک برای ارزیابی واحدهای تحت ارزیابی است. همچنین با توجه به محاسبه اپسیلون با استفاده از مدل (۱۴) مقادیر حاصل برای کارآیی‌های CCR مدل شبکه‌ای اندکی با جواب کائو [۱۳] متفاوت است، از جمله در مدل CCR، DMU_A دارای مقدار کارآیی یک بوده و از نظر این مدل‌ها واحد

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

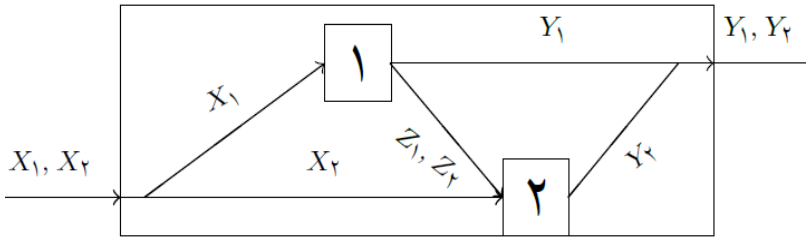
کاراست. ولی اگر با مقدار اپسیلون حاصل از مدل (۱۴)، مدل CCR اجرا شود مقدار کارآیی DMU_A برابر با ۰/۹۲۶۶ به دست می‌آید و جزو واحدهای ناکارآ خواهد شد.

جدول ٤. مقادیر کارآیی‌های بخش‌ها و مرحله‌ها بر حسب مدل کائو و مدل (۷)

	Process efficiency of kao			Stage efficiency by Kao		Process efficiency by csw			Stage efficiency by CSW	
DMU	E۱	E۲	E۳	E_S۱	E_S۲	E۱	E۲	E۳	E_S۱	E_S۲
A	۱/۰۰۰۰	۰/۷۵	۰/۳۴۶۲	۰/۹۰۹۱	۰/۵۷۵۰	۱/۰۰۰۰	۰/۶۴۲۹	۰/۳۰۱۱	۰/۹۰۰۰	۰/۵۱۸۵
B	۰/۸۳۳۳	۱/۰۰۰۰	۰/۵۰۸۸	۰/۹۲۸۶	۰/۶۴۱۰	۰/۸۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۰/۴۹۱۲	۰/۹۲۸۶	۰/۶۲۸۲
C	۰/۵	۰/۴	۰/۹۴۷۴	۰/۵۹۰۹	۰/۹۶۱۵	۰/۵۷۱۴	۰/۳۷۵۰	۰/۶۹۱۴	۰/۶۸۰۰	۰/۷۵۴۹
D	۰/۵۶۲۵	۰/۸	۰/۳۳۳۳	۰/۸۰۳۶	۰/۶	۰/۶۰۰۰	۰/۶۰۰۰	۰/۴۰۵۸	۰/۷۱۴۳	۰/۶۵۸۳
E	۰/۸۳۳۳	۰/۵	۱/۰۰۰۰	۰/۸	۱/۰۰۰۰	۰/۷۲۷۳	۰/۶۶۶۷	۱/۰۰۰۰	۰/۷۹۳۱	۱/۰۰۰۰

همچنین از ستون‌های $E\_S۱$ و $E\_S۲$ مربوط به نتایج کائو و مدل پیشنهادی از جدول ۴ و ستون سوم و پنجم جدول ۳ بترتیب، برقراری رابطه (6.f) در هر دو مدل نشان داده می‌شود.

مثال۲: تعداد۲۴ شرکت بیمه تایوانی را از مقاله کائو[۱۰] را در نظر بگیرید که هریک از واحدها با دو ورودی $X_۱$, $X_۲$ به همراه دو محصول واسط $Z_۱$, $Z_۲$ خروجی‌های $Y_۱$, $Y_۲$ را تولید می‌کند شکل (۳).



شکل۳. ساختار شبکه‌ای هر یک از شرکت‌های بیمه

همان طوری که در شکل (۳) مشخص است در هریک از واحدها بخش اول ورودی‌های $X_۱$ را گرفته و خروجی‌های $Y_۱$, $Z_۱$, $Z_۲$ را تولید و بخش دوم ورودی‌های $X_۲$, $Z_۱$, $Z_۲$ را مصرف می‌کند تا خروجی $Y_۲$ را تولید کند. اطلاعات مربوط به هر یک از ۲۴ شرکت بیمه‌ای در جدول ۵ لیست شده‌اند.

جدول ٥. داده های ورودی و خروجی ۲۴ شرکت بیمه تایوانی

DMU	$X_۱$	$X_۲$	$Z_۱$	$Z_۲$	$Y_۱$	$Y_۲$
DMU۱	۱۱۷۸۷۴۴	۶۷۳۵۱۲	۷۴۵۱۷۵۷	۸۵۶۷۳۵	۹۸۴۱۴۳	۶۸۱۶۸۷
DMU۲	۱۳۸۱۸۲۲	۱۳۵۲۷۵۵	۱۰۰۲۰۲۷۴	۱۸۱۲۸۹۴	۱۲۲۸۵۰۲	۸۳۴۷۵۴
DMU۳	۱۱۷۷۴۹۴	۵۹۲۷۹۰	۴۷۷۶۵۴۸	۵۶۰۲۴۴	۲۹۳۶۱۳	۶۵۸۴۲۸
DMU۴	۶۰۱۳۲۰	۵۹۴۲۵۹	۳۱۷۴۸۵۱	۳۷۱۸۶۳	۲۴۸۷۰۹	۱۷۷۳۳۱
DMU۵	۶۶۹۹۰۶۳	۳۵۳۱۶۱۴	۳۷۳۹۲۸۶۲	۱۷۵۳۷۹۴	۷۸۵۱۲۲۹	۳۹۲۵۲۷۲
DMU۶	۲۶۲۷۷۰۷	۶۶۸۳۶۳	۹۷۴۷۹۰۸	۹۵۲۳۲۶	۱۷۱۳۵۹۸	۴۱۵۰۵۸

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

DMU	X_1	X_2	Z_1	Z_2	Y_1	Y_2
DMU۷	۱۹۴۲۸۳۳	۱۴۴۳۱۰۰	۱۰۶۸۵۴۵۷	۶۴۳۴۱۲	۲۲۳۹۵۹۳	۴۳۹۰۳۹
DMU۸	۳۷۸۹۰۰۱	۱۸۷۳۵۳۰	۱۷۲۶۷۲۶۶	۱۱۳۴۶۰۰	۳۸۹۹۵۳۰	۶۲۲۸۶۸
DMU۹	۱۵۶۷۷۴۶	۹۵۰۴۳۲	۱۱۴۷۳۱۶۲	۵۴۶۳۳۷	۱۰۴۳۷۷۸	۲۶۴۰۹۸
DMU۱۰	۱۳۰۳۲۴۹	۱۲۹۸۴۷۰	۸۲۱۰۳۸۹	۵۰۴۵۲۸	۱۶۹۷۹۴۱	۵۵۴۸۰۶
DMU۱۱	۱۹۶۲۴۴۸	۶۷۲۴۱۴	۷۲۲۲۳۷۸	۶۴۳۱۷۸	۱۴۸۶۰۱۴	۱۸۲۵۹
DMU۱۲	۲۵۹۲۷۹۰	۶۵۰۹۵۲	۹۴۳۴۴۰۶	۱۱۱۸۴۸۹	۱۵۷۴۱۹۱	۹۰۹۲۹۵
DMU۱۳	۲۶۰۹۹۴۱	۱۳۶۸۸۰۲	۱۳۹۲۱۴۶۴	۸۱۱۳۴۳	۳۶۰۹۲۳۶	۲۲۳۰۴۷
DMU۱۴	۱۳۹۶۰۰۲	۹۸۸۸۸	۷۳۹۶۳۹۶	۴۶۵۵۰۹	۱۴۰۱۲۰۰	۳۳۲۲۸۳
DMU۱۵	۲۱۸۴۹۴۴	۶۵۱۰۶۳	۱۰۴۲۲۲۹۷	۷۴۹۸۹۳	۳۳۵۵۱۹۷	۵۵۵۴۸۲
DMU۱۶	۱۲۱۱۷۱۶	۴۱۵۰۷۱	۵۶۰۶۰۱۳	۴۰۲۸۸۱	۸۵۴۰۵۴	۱۹۷۹۴۷
DMU۱۷	۱۴۵۳۷۹۷	۱۰۸۵۰۱۹	۷۶۹۵۴۶۱	۳۴۲۴۸۹	۳۱۴۴۴۸۴	۳۷۱۹۸۴
DMU۱۸	۷۵۷۵۱۵	۵۴۷۹۹۷	۳۶۳۱۴۸۴	۹۹۵۶۲۰	۶۹۲۷۳۱	۱۶۳۹۲۷
DMU۱۹	۱۵۹۴۲۲	۱۸۲۳۳۸	۱۱۴۱۹۵۰	۴۸۳۲۹۱	۵۱۹۱۲۱	۴۶۸۵۷
DMU۲۰	۱۴۵۴۴۲	۵۳۵۱۸	۳۱۶۸۲۹	۱۳۱۹۲۰	۳۵۵۶۲۴	۲۶۵۳۷
DMU۲۱	۸۴۱۷۱	۲۶۲۲۴	۲۲۵۸۸۸	۴۰۵۴۲	۵۱۹۵۰	۶۴۹۱
DMU۲۲	۱۵۹۹۳	۱۰۵۰۲	۵۲۰۶۳	۱۴۵۷۴	۸۲۱۴۱	۴۱۸۱
DMU۲۳	۵۴۶۹۳	۲۸۴۰۸	۲۴۵۹۱۰	۴۹۸۶۴	۰/۱	۱۸۹۸۰
DMU۲۴	۱۶۳۲۹۷	۲۳۵۰۹۴	۴۷۶۴۱۹	۶۴۴۸۱۶	۱۴۲۳۷۰	۱۶۹۷۶

برای داده‌های جدول ۵ مقدار اپسیلون محاسبه شده از مدل (۱۱) برابر است با $\varepsilon^* = ۱/۰۴۵۷۳e-۸$.

حال اگر مدل (۷) رابا ε^* به‌دست آمده فوق، روی داده‌های جدول ۵ اجرا شود، مجموعه وزن مشترک شاخص‌ها به صورت جدول ۶ به دست می‌آیند.

جدول ۶: مجموعه وزن مشترک حاصل از مدل (۷)

v_1	v_2	w_1	w_2	u_1	u_2
۲/۳۳۳۴e-۷	۱/۰۴۶e-۸	۱/۰۴۶e-۸	۱/۰۴۶e-۸	۱/۰۴۶e-۸	۱/۰۳۴۶e-۷

همان طوری که در متن مقاله اشاره شده است، انتظار نزدیک به صفر برای وزن‌ها وجود دارد، در جدول ۶ ملاحظه می‌شود چهار وزن شاخص‌ها از شش وزن شاخص‌ها نزدیک مقدار ε حاصل شده است. با استفاده از جدول ۶ می‌توان مقادیر کارآیی واحدها را به دست آورد که این مقادیر به همراه مقادیر کارآیی حاصل از CCR سنتی و مدل کائو با رتبه‌بندی واحدها در جدول ۷ آورده شده است.

جدول۷: مقادیر کارآیی مدل‌های CCR سنتی، مدل کائو و مدل (۷)

DMU	E_CCR	R_CCR	E_Kao	R_Kao	E_ON_CSW	R_ON-CSW
DMU۱	۰/۹۸۴	۶	۰/۹۶۲	۴	۰/۴۷۷	۵
DMU۲	۱/۰۰۰	۱-۱	۱/۰۰۰	۱-۱	۰/۳۰۱	۹
DMU۳	۰/۹۸۸	۵	۰/۹۳۶	۵	۰/۴۷۳	۶

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

DMU	E_CCR	R_CCR	E_Kao	R_Kao	E_ON_CSW	R_ON-CSW
DMU۴	۰/۴۸۸	۱۴	۰/۴۸۸	۱۱	۰/۱۴۵	۲۲
DMU۵	۱/۰۰۰	۱-۲	۰/۹۷۹	۳	۰/۵۴۶	۲
DMU۶	۰/۵۹۴	۱۳	۰/۳۹۰	۱۴	۰/۳۳۲	۸
DMU۷	۰/۴۷۰	۱۶	۰/۳۷۴	۱۶	۰/۱۹۳	۱۷
DMU۸	۰/۴۱۵	۱۹	۰/۲۹۵	۲۰	۰/۲۲۱	۱۵
DMU۹	۰/۳۲۷	۲۲	۰/۲۸۰	۲۲	۰/۱۶۱	۲۱
DMU۱۰	۰/۷۸۱	۱۰	۰/۷۰۵	۹	۰/۲۳۷	۱۳
DMU۱۱	۰/۲۸۳	۲۳	۰/۲۸۳	۲۱	۰/۰۹۸	۲۳
DMU۱۲	۱/۰۰۰	۱-۳	۰/۷۱۴	۸	۰/۶۱۸	۱
DMU۱۳	۰/۳۵۳	۲۰	۰/۳۳۷	۱۸	۰/۱۷۵	۱۹
DMU۱۴	۰/۴۷۰	۱۷	۰/۳۹۴	۱۵	۰/۲۰۰	۱۶
DMU۱۵	۰/۹۷۹	۷	۰/۷۳۷	۷	۰/۵۳۰	۳
DMU۱۶	۰/۴۷۲	۱۵	۰/۳۲۱	۱۹	۰/۲۶۹	۱۱
DMU۱۷	۰/۶۳۵	۱۱	۰/۴۲۷	۱۳	۰/۲۶۶	۱۲
DMU۱۸	۰/۴۲۷	۱۸	۰/۳۵۸	۱۷	۰/۱۷۸	۱۸
DMU۱۹	۰/۸۲۲	۹	۰/۴۸۷	۱۲	۰/۲۳۲	۱۴
DMU۲۰	۰/۹۳۵	۸	۰/۸۵۰	۶	۰/۴۶۱	۷
DMU۲۱	۰/۳۳۳	۲۱	۰/۲۶۸	۲۳	۰/۱۷۴	۲۰
DMU۲۲	۱/۰۰۰	۱-۴	۱/۰۰۰	۱-۲	۰/۴۹۳	۴
DMU۲۳	۰/۵۹۹	۱۲	۰/۵۸۰	۱۰	۰/۲۷۳	۱۰
DMU۲۴	۰/۲۵۷	۲۴	۰/۱۷۲	۲۴	۰/۰۵۷	۲۴

براساس نتایج جدول ۷ ملاحظه می‌شود $MDU_{۱۲}$, $MDUM_{۵}$ U $DMU_{۲۲}$ در مدل CCR سنتی کارآ هستند، درصورتی‌که در مدل شبکه‌ای کائو فقط $DMU_{۲۲}$ مقدار کارآیی یک دارد ولی با مدل (۱۰) واحدی با مقدار کارآیی یک وجود ندارد. همچنین رتبه $DMU_{۱۵}$ در مدل(۱۰) نسبت به دو مدل شبکه‌ای کائو و CCR سنتی ارتقای چشم‌گیری داشته است. $DMU_{۲۴}$ در مدل‌های CCR سنتی، شبکه‌ای کائو و مدل (۱۰) پایین‌ترین مقدار کارآیی و رتبه را دارد.

برای مقایسه بهتر واحدها کارآیی بخش‌ها و مراحل نیز محاسبه می‌شود جدول ۸ نشان دهنده نتایج مدل‌های مربوطه است.

جدول۸. کارآیی بخش‌ها و مرحله‌ها

DMUs	Process Eff. Of Kao		Stage Eff. Of Kao		Process Eff. Of CSW		Stage Eff. Of CSW	
	۱	۲	I	II	۱	۲	I	II
DMU۱	۰/۷۵۲	۰/۹۷۴	۰/۹۶۲	۰/۹۷۴	۰/۶۱۸	۰/۷۱۱	۰/۶۴۶	۰/۷۳۸
DMU۲	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۴۳۳	۰/۶۲۵	۰/۴۵۸	۰/۶۵۷
DMU۳	۰/۵۵۳	۰/۹۵۳	۰/۹۸۱	۰/۹۵۳	۰/۴۲۶	۱/۰۰۰	۰/۴۷۳	۱/۰۰۰
DMU۴	۱/۰۰۰	۰/۴۸۸	۱/۰۰۰	۰/۴۸۸	۰/۲۸۶	۰/۴۲۳	۰/۳۱۷	۰/۴۵۶

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

DMUs	Process Eff. Of Kao		Stage Eff. Of Kao		Process Eff. Of CSW		Stage Eff. Of CSW	
	۱	۲	I	II	۱	۲	I	II
DMU۵	۰/۵۰۵	۱/۰۰۰	۰/۹۷۹	۱/۰۰۰	۰/۵۹۶	۰/۸۴۷	۰/۶۲۸	۰/۸۶۹
DMU۶	۰/۴۰۷	۰/۷۳۶	۰/۳۲۴	۰/۷۳۶	۰/۸۳۲	۰/۳۰۸	۰/۸۵۸	۰/۳۸۷
DMU۷	۰/۳۷۴	۱/۰۰۰	۰/۳۷۴	۱/۰۰۰	۰/۴۲۱	۰/۳۲۷	۰/۴۵۴	۰/۴۲۴
DMU۸	۰/۶۱۹	۰/۴۷۸	۰/۲۶۲	۰/۴۷۸	۰/۵۳۳	۰/۲۷۸	۰/۵۷۲	۰/۳۸۶
DMU۹	۰/۶۰۰	۰/۲۸۷	۰/۲۸۵	۰/۹۷۷	۰/۶۱۶	۰/۱۹۲	۰/۶۴۲	۰/۲۵۰
DMU۱۰	۱/۰۰۰	۰/۷۰۵	۰/۷۰۵	۱/۰۰۰	۰/۳۵۹	۰/۵۴۸	۰/۳۸۷	۰/۶۱۳
DMU۱۱	۰/۲۸۳	۱/۰۰۰	۰/۲۸۳	۱/۰۰۰	۰/۶۲۳	۰/۰۱۸	۰/۶۶۷	۰/۱۴۷
DMU۱۲	۱/۰۰۰	۰/۶۹۶	۱/۰۰۰	۰/۷۱۴	۰/۸۳۵	۰/۶۸۴	۰/۸۶۰	۰/۷۱۸
DMU۱۳	۰/۳۳۷	۱/۰۰۰	۰/۳۳۷	۱/۰۰۰	۰/۶۰۱	۰/۱۲۷	۰/۶۳۲	۰/۲۷۸
DMU۱۴	۱/۰۰۰	۰/۳۹۴	۱/۰۰۰	۰/۳۹۴	۰/۴۲۰	۰/۳۵۵	۰/۴۵۴	۰/۴۴۰
DMU۱۵	۱/۰۰۰	۰/۳۸۷	۱/۰۰۰	۰/۷۳۷	۱/۰۰۰	۰/۴۱۱	۱/۰۰۰	۰/۵۳۰
DMU۱۶	۰/۶۲۱	۰/۲۸۷	۰/۶۲۱	۰/۵۱۶	۰/۷۴۱	۰/۲۷۱	۰/۷۷۱	۰/۳۴۸
DMU۱۷	۰/۴۸۶	۰/۴۳۸	۰۹۲۰	۰/۴۶۵	۰/۴۶۲	۰/۳۸۸	۰/۴۹۲	۰/۵۴۰
DMU۱۸	۱/۰۰۰	۰/۳۵۸	۱/۰۰۰	۰/۳۵۸	۰/۴۳۵	۰/۳۰۱	۰/۴۶۸	۰/۳۸۱
DMU۱۹	۱/۰۰۰	۰/۴۸۷	۱/۰۰۰	۰/۴۸۷	۰/۵۲۷	۰/۲۶۰	۰/۵۴۵	۰/۴۲۷
DMU۲۰	۰/۸۵۰	۱/۰۰۰	۰/۸۵۰	۱/۰۰۰	۰/۶۷۴	۰/۴۴۲	۰/۷۰۹	۰/۶۵۱
DMU۲۱	۰/۴۵۰	۰/۲۰۸	۰/۴۵۰	۰/۵۹۵	۰/۵۴۴	۰/۱۸۳	۰/۶۰۱	۰/۲۸۹
DMU۲۲	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۳۵	۰/۵۰۱	۰/۶۵۸	۰/۷۵۰
DMU۲۳	۰/۸۱۴	۰/۵۸۵	۰/۹۹۲	۰/۵۸۵	۰/۴۶۷	۰/۵۳۶	۰/۵۰۹	۰/۵۳۶
DMU۲۴	۱/۰۰۰	۰/۱۷۲	۱/۰۰۰	۰/۱۷۲	۰/۲۴۱	۰/۱۳۱	۰/۲۶۴	۰/۲۱۷

همان‌طوری که در رابطه (۶.f) بیان شده، از حاصل ضرب کارآیی‌مرحله‌ها، کارآیی کل واحد تصمیم‌گیری حاصل می‌شود. این مطلب در مورد نتایج مدل پیشنهادی (۱۰) برقرار است. برای بررسی می‌توان ستون‌های هشتم و نهم جدول ۸ را درهم ضرب کرده و با مقادیر کارآیی کل در جدول ۶ مقایسه کرد؛ ولی رابطه (۶.f) در مورد نتایج کائو برقرار نیست. به عنوان مثال در جدول ۷کارآیی کل $DMU_{۶}$ برابر ۳۹۰/۰ است؛ ولی حاصل ضرب کارآیی مراحل برابر است با ۰/۲۳۸۴۶۴ = ۰/۳۲۴ × ۰/۷۳۶، که با کارآیی کل $DMU_{۶}$ برابر نیست.

بهترین جواب و زمان اجرا را مورد ارزیابی قرار داده است که نتایج در جدول (۴) و (۵) و شکل (۱) قابل مشاهده می‌باشد.

۵ نتیجه‌گیری

تحلیل پوششی داده‌های سنتی و شبکه‌ای برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیری سعی می‌کند بیش‌ترین مقدار کارآیی را برای واحد تحت ارزیابی به دست آورد. در این حالت معمولا ارزش یا وزن هریک از شاخص‌ها از یک واحد به واحد دیگر متفاوت است، که یکی از چالش‌های تحلیل پوششی داده‌ها در ارزیابی واحدهاست. در این مقاله سعی شد با ارایه مدل(۱۰) مشکل چند ارزشی شاخص‌ها با مجموعه وزن مشترک حل شود. همچنین با

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]

داشتن مجموعه وزن مشترک برای ساختارهای شبکه‌ای عمومی می‌توان واحدهای تصمیم‌گیری را رتبه‌بندی نمود به‌طوری‌که رتبه‌بندی همواره پایدار باشد. درنهایت برتری مدل پیشنهادی را نسبت به مدل‌های قبلی روی مثال‌های عددی نشان داده شد.

منابع

[۵] ساعتی، ص.، شایسته، ع.، (۱۳۹۱). چند روش برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری به کمک مجموعه مشترک وزن‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها. مجله تحقیق در عملیات درکاربردهای آن، ۹(۱)، ۱۰۷-۱۱۷.

[1] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research, 2, 429–444.

[2] Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y., Seiford, L. M., (1994). Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications. Kluwer Academic Publishers, Norwell.

[3] Cook, W., Roll, Y., Kazakov, A., (1990). A DEA model for measuring the relative efficiencies of highway maintenance patrols. Information Systems and Operational Research, 28, 113–124.

[4] Roll, Y., Cook, W. D., Golany, B., (1991). Controlling factor weights in data envelopment analysis. IIE Transactions, 23, 2–9.

[6] Doyle, J. R., (1995). Multiattribute choice for the lazy decision-maker: let the alternatives decide. Organizational Behavior and Human Decision, 62, 87–100.

[7] Hosseinzadeh-Lotfi, F., Hatami-Marbini, A., Agrell, J., Aghayi, N., Gholami, K., (2013). Allocating fixed resources and setting targets using a common-weights DEA approach. Computers and Industrial Engineering, 64, 631–640.

[8] Kao, C., Hung, H. T., (2005). Data envelopment analysis with common weights: the compromise solution approach. Journal of the Operational Research Society, 56, 1196–1203.

[9] Färe, R., Grosskopf, S., (1996). Productivity and intermediate products: A frontier approach. Economics Letters, 50, 65–70.

[10] Kao, C., Hwang, S. N., (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. European Journal of Operational Research, 185, 418–429.

[11] Fukuyama, H., Weber, W. L., (2010). A slacks-based inefficiency measure for a two-stage system with bad outputs. Omega, 38, 398-409.

[12] Tone, K., Tsutsui, M., (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. European Journal of Operational Research,197, 243-252.

[13] Kao, C. (2009). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: a relational model. European Journal of Operational Research, 192, 949–962.

[14] Lozano, S., (2011). Scale and cost efficiency analysis of networks of processes. Expert Systems with Applications, 38, 6612-6617.

[15] Yang, C., Liu, H. M., (2012). Managerial efficiency in Taiwan bank branches: A network DEA. Economic Modelling , 29, 450–461.

[16] Tamiz, M., Jones, D., Romero, C., (1998). Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art. European Journal of Operational Research, 111, 569–581.

[17] Toloo, M., (2014). An epsilon-free approach for finding the most efficient unit in DEA. Applied Mathematical Modelling, 38, 3182–3192.

[18] Pourmahmoud, J., Zeynali, Z., (2016). DEA Network Structures Sensitivity to Non-Archimedean Epsilon value. Research Journal of Applied Sciences, 11(8), 751-758.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.1.6.1]