مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال سیزدهم، شماره سوم (پیاپی ۵۰)، پاییز ۹۵، ص ص ۷۳-۵۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

# ارایه مدلی برای زمانبندی خط تولید کارگاهی با در نظر گرفتن جریان محموله همراه با یک مرحله مونتاژ موازی

**پرویز فتاحی*[۱]، فاطمه دانش‌آموز[۲]**
۱- دانشیار، دانشگاه بوعلی سینا، گروه مهندسی صنایع، همدان، ایران
۲- دانشجوی دکترای، دانشگاه بوعلی سینا، گروه مهندسی صنایع، همدان، ایران

رسید مقاله: ۲۹ فروردین ۱۳۹۵
پذیرش مقاله: ۱۵ شهریور ۱۳۹۵

## چکیده

در این تحقیق مساله زمانبندی تولید کارگاهی همراه با یک مرحله مونتاژ موازی و جریان محموله با هدف حداقل کردن زمان تکمیل محصولات در نظر گرفته شده است. ابتدا به‌منظور تشریح مساله، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط ارایه گردید. سپس جهت بررسی صحت عملکرد مدل چند نمونه مساله با اندازه کوچک توسط GAMS حل شد. با توجه به NP-hard بودن مساله برای حل آن در ابعاد متوسط و بزرگ از الگوریتم‌های ترکیبی ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید، جستجوی همسایگی متغیر و جستجوی همسایگی متغیر موازی استفاده گردید. هم‌چنین جهت بررسی توانایی الگوریتم از آزمون‌های آماری و معیار عملکرد درصد انحراف نسبی استفاده گردید که نتایج محاسباتی عملکرد مناسب الگوریتم ترکیبی ژنتیک و جستجوی همسایگی متغیر موازی را نسبت به سایر الگوریتم‌ها در کسب جواب‌های با کیفیت نشان داد.

**کلمات کلیدی:** زمان‌بندی، تولید کارگاهی، مونتاژ موازی، جریان محموله، الگوریتم ترکیبی ژنتیک و جستجوی همسایگی متغیر موازی، الگوریتم ترکیبی ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید.

## ۱ مقدمه

مساله زمانبندی تولید کارگاهی (JSSP) یکی از پیچیده‌ترین مباحث بهینه‌سازی ترکیبیاتی و شاخه‌ای از زمانبندی تولید است که بیش از ۵۰ سال پیش توسط مان [۱] و واگنر [۲] مطرح شد. در این مساله هدف تعیین توالی پردازش n کار بر روی m ماشین به نحوی است که یک تابع هدف از قبل مشخص شده مانند دوره ساخت بهینه گردد. در این حالت یک کار تکمیل شده به حساب می‌آید اگر تمام عملیات‌های مربوط به آن کار به اتمام رسیده باشد. از طرفی در مسایل تولید کارگاهی کلاسیک هر کار از مجموعه‌ای از اقلام یکسان تشکیل شده

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: fattahi@basu.ac.ir



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

است که نمی‌تواند به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم گردد. این مطلب بیانگر این موضوع است که هر دسته از اقلام باید به طور کامل از ماشینی به ماشین دیگر انتقال یابد حتی اگر بخشی از اقلام مربوط به آن دسته آماده برای پردازش بر روی ماشین بعدی باشد. بنابراین محدودیت اول فرض می‌کند که کارها مستقل هستند و محدودیت دوم نشان می‌دهد که هر کار قابل تجزیه نمی‌باشد. اما این دو محدودیت در واقعیت همواره برقرار نیستند.

محدودیت اول با اضافه کردن یک مرحله مونتاژ به مساله تولید کارگاهی رفع می‌گردد چرا که امروزه با پیشرفت روز افزون فناوری و تنوع در نیازها و خواسته‌های مشتری، حرکت به سوی ساخت و مونتاژ بر اساس سفارش مشتری افزایش یافته است. رقابت جهانی و نیاز برای کنترل هزینه‌های تولیدی، کارخانجات را بر آن می‌دارد تا محصولات را طوری طراحی کنند که با ترکیب قسمت‌های کوچک، متنوع و متعدد بتوانند محصولات مناسب‌تری تولید نمایند. لذا درنظر گرفتن همزمان مراحل مختلف تولید در برنامه‌ریزی و زمانبندی انجام امور از اهمیت بالایی برخوردار است. چرا که بهینه کردن توالی انجام کارها در یک مرحله از تولید بدون درنظر گرفتن پارامترها و ظرفیت‌های مرحله بعدی، تضمینی برای کوتاه شدن زمان کل تولید و استفاده بهینه از ماشین‌آلات و سایر ظرفیت‌های موجود نخواهد بود. از طرفی در بسیاری از سیستم‌های تولیدی با توجه به افزایش تقاضا، تسریع در تولید محصولات و وجود امکانات ممکن است مرحله مونتاژ منحصر به‌فرد نباشد و ایستگاه‌های موازی برای آن در نظر گرفته شود. که این امر مساله را به واقعیت نزدیک‌تر می‌کند.

هم‌چنین امروزه تولیدکنندگان نیازمند پاسخ‌گویی سریع به نیازهای مشتریان و تولیدات با کیفیت بالا می‌باشند. ظهور تکنولوژی‌های جدید، بهبود پیوسته در کیفیت تولیدات و اتخاذ تکنیک‌های برنامه‌ریزی تولید پیشرفته این امر را میسر ساخته است. جریان محموله یکی از تکنیک‌های برنامه‌ریزی تولید است که بطور موثری به سرعت جریان مواد بین ماشین‌ها می‌افزاید و در نتیجه دوره ساخت را کوتاه می‌سازد. ریتر [۳] برای اولین بار تکنیک جریان محموله را برای تقسیم یک کار به زیر محموله‌های آن به طوری که عملیات‌های آن قابلیت روی هم افتادگی را داشته باشند، معرفی کرد. در این حالت کارها به صورت محموله فرض می‌شوند و طی فرایندی به اجزای کوچک‌تر تقسیم می‌شوند و پردازش روی آن‌ها انجام می‌گیرد که در این صورت محدودیت دوم نیز رفع می‌گردد. این امر سبب سرعت بخشیدن به مونتاژ محصول پایانی و کاهش زمان ساخت محصولات می‌گردد.

اولین تحقیق که به یک مساله زمانبندی تولید دومرحله‌ای پرداخته است به کم‌تر از ۳۰ سال قبل برمی‌گردد. این تحقیق توسط لی و همکاران [۴] در سال ۱۹۹۳ انجام شد. بعد از این تحقیق و باتوجه به اهمیت این نوع مسایل زمانبندی و کاربردهای فراوان آن در صنایع تولیدی، محققین حوزه زمانبندی توجه زیادی به به این مسایل نشان دادند [۵-۹]. مساله تولید دو مرحله‌ای با درنظرگرفتن ایستگاه مونتاژ به صورت موازی اولین بار توسط دانش‌آموز [۱۰] مطرح شد. در این تحقیق مساله تولید کارگاهی همراه با یک مرحله مونتاژ موازی مورد بررسی قرار گرفت. در مدل ارایه شده توسط ایشان حداقل کردن زمان تکمیل کارها به عنوان هدف و زمان آماده‌سازی به عنوان بخشی از زمان پردازش در نظر گرفته شد و از دو الگوریتم ژنتیک (GA) و بهینه‌سازی انبوه ذرات (PSO) در سه حالت جهت حل مساله استفاده گردید. جباری [۱۱]، مساله جریان‌کارگاهی همراه با یک مرحله مونتاژ موازی با هدف حداقل کردن زمان تکمیل کارها را مورد بررسی قرار داد. در مدل ارایه شده توسط ایشان زمان آماده‌سازی



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

به عنوان بخشی از زمان پردازش در نظر گرفته شد و جهت حل مساله از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک، بهینه‌سازی انبوه ذرات و یک الگوریتم ترکیبی استفاده گردید. نتایج عملکرد خوب الگوریتم ترکیبی را در کسب جواب‌های با کیفیت نشان داد.

چن و همکاران [۱۲]، به بررسی جریان محموله برای مونتاژ محصول در محیط تولید کارگاهی پرداختند. این مقاله برای اولین بار جریان محموله و مساله تولید کارگاهی مونتاژ را با هم ترکیب کرد و کاربرد جریان محموله به هر دو مرحله ماشین‌کاری و مونتاژ را گسترش داد. در مساله مورد بررسی توسط ایشان تابع هدف مساله حداقل کردن مجموع هزینه نگهداری قطعات تکمیل شده و زیر انباشته‌ها و هزینه دیرکرد محصولات بود. آن‌ها برای حل این مساله پیچیده یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی پیشنهاد کردند. در مقاله دیگر ارایه شده توسط چن و همکاران [۱۳]، مطالعات قبلی جریان محموله به مساله تولید کارگاهی مونتاژ با مجاز کردن اشتراک‌گذاری قطعات در میان محصولات مجزا توسعه داده شد. در مساله مورد بررسی توسط آن‌ها هدف حداقل کردن هزینه نگهداری محصولات بود. آن‌ها علاوه بر استفاده از قواعد توزیع ساده، یک الگوریتم تکاملی با الگوریتم ژنتیک جهت حل مساله پیشنهاد کردند و سپس عملکرد الگوریتم پیشنهادی را مورد بررسی قرار دادند. ونگ و همکاران [۱۴]، مساله زمانبندی تولید کارگاهی با منابع محدود با تکنیک جریان محموله را مورد بررسی قرار دادند. تابع هدف مدل آن‌ها به حداقل رساندن کل هزینه دیرکرد کلیه محصولات نهایی بود. آن‌ها از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل و از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات برای بررسی و محک کار استفاده کردند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که الگوریتم ژنتیک می‌تواند بر حسب قدرت بهینه‌سازی و تلاش محاسباتی بهتر از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات عمل کند. وانگ و نگان [۱۵]، به بررسی مساله تولید کارگاهی مونتاژ با در نظر گرفتن جریان محموله به منظور حداقل کردن زمان تکمیل محصولات پرداختند. در مساله مورد بررسی به منظور واقعی‌تر شدن شرایط مساله، اشتراک‌گذاری قطعات به منظور تمایز بین قطعات خاص و عمومی محصول در نظر گرفته شد. آن‌ها هم‌چنین جهت حل مساله از الگوریتم ژنتیک ترکیبی و الگوریتم انبوه ذرات ترکیبی استفاده کردند. نتایج محاسباتی حاصل از کار آن‌ها نشان داد که الگوریتم ژنتیک ترکیبی با توجه به تابع هدف عملکرد بهتری دارد.

ادبیات مساله تولید کارگاهی با درنظرگرفتن جریان محموله، به نسبت خود مساله تولید کارگاهی دامنه چندان وسیعی ندارد و غالبا برای برخورد با این مساله، از یک رویه تکرارشونده استفاده می‌شود که در آن در یک مرحله اندازه و تعداد زیر انباشته‌ها تعیین شده و در مرحله‌ای جداگانه در مورد زمانبندی آن‌ها تصمیم‌گیری می‌شود. دوزر پرز و همکاران [۱۶] یک روش تکرارشونده برای استفاده از جریان محموله در تولید کارگاهی با تابع هدف به حداقل رساندن دوره ساخت ارایه دادند. آن‌ها فرض کردند که تغییر اندازه زیر محموله‌ها در ماشین‌های مختلف امکان‌پذیر نیست. بنابراین اندازه زیر محموله‌ها در مرحله اول و توالی کارها در مرحله دوم محاسبه می‌گردد. سپس رویه‌ای ابتکاری بر اساس روش تغییر گلوگاه جهت حل آن ارایه کردند که نتایج بهبود در دوره ساخت را نشان داد. وگنر و همکاران [۱۷]، هم‌چنین مساله جریان محموله در یک محیط تولید کارگاهی با تابع هدف به حداقل رساندن تعداد کارهای تاخیردار را مورد بررسی قرار دادند. مطالعه آن‌ها دو موضوع اصلی تاثیر زمان راه‌اندازی در جریان محموله و تعیین اندازه محموله‌ها را در برگرفت. نتایج کار آن‌ها نشانگر کاهش



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

تعداد کارهای تاخیردار بود. مقاله ارایه شده توسط بوشر و شن [۱۸]، از مطالعات پیشگام در استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری در این زمینه می‌باشد. در مطالعه آن‌ها یک الگوریتم سه مرحله‌ای مبتنی بر جستجوی ممنوع ارایه شد. این الگوریتم به طور کلی شامل تعیین اندازه اولیه زیر محموله‌ها، زمانبندی آن‌ها و در آخر تعیین زمانبندی بهینه بود. نتایج ارایه شده توسط آن‌ها توانایی الگوریتم پیشنهادی در رسیدن به کران‌های پایین‌تر برای برخی از مسایل با ابعاد بزرگ، در زمانی معقول را نشان داد. بنابراین از آن‌جایی که غالبا برای برخورد با مسایل تولید کارگاهی با در نظر گرفتن جریان محموله از یک رویه تکرارشونده استفاده می‌گردد. در این مقاله یک رویه تکرارشونده جهت حل مساله در نظر گرفته شده است.

مساله زمانبندی تولید کارگاهی به‌عنوان یک مساله بهینه‌سازی NP-hard در ادبیات زمانبندی تولید شناخته می‌شود [۱۹]. واضح است که مساله مورد بررسی در این تحقیق با افزودن مرحله مونتاژ موازی و تکنیک جریان محموله و پیچیده‌تر شدن ساختار مساله نیز قطعا NP-hard خواهد بود. لذا با توجه به ماهیت پیچیده مساله و ساختار دو مرحله‌ای آن نیاز است که الگوریتمی ترکیبی به‌منظور بالا بردن کارایی ارایه گردد. بنابراین در این مقاله برای حل مساله مورد بررسی، ترکیبی از الگوریتم‌های ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید (SA) و جستجوی همسایگی متغیر (VNS) به کارگرفته شده است. هم‌چنین به منظور کیفیت در فرآیند بهبود، الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر موازی (PVNS) پیشنهاد شده است.

بررسی تحقیقات گذشته نشان داد که مساله زمانبندی تولیدکارگاهی با در نظر گرفتن جریان محموله همراه با یک مرحله مونتاژ موازی تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. در این مقاله، مساله موردنظر با هدف حداقل کردن حداکثر دوره ساخت و با در نظر گرفتن جریان محموله در مرحله اول در حالت اندازه انباشته گسسته و ثابت مورد بررسی قرار می‌گیرد. بر این اساس ابتدا مدل ریاضی به‌منظور تشریح مساله و استفاده از آن برای ارزیابی کارایی الگوریتم‌های پیشنهادی ارایه می‌گردد. سپس الگوریتم‌های پیشنهادی با استفاده از آزمایشات عددی مورد تحلیل قرار می‌گیرند.

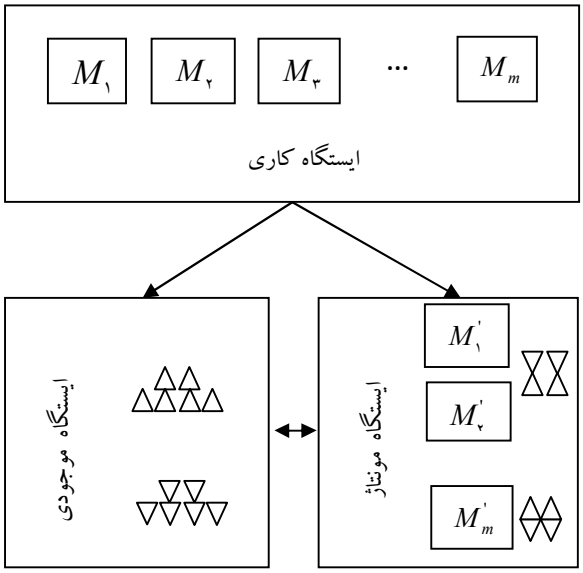
## ۲ تعریف مساله و مدل ریاضی

به‌طور کلی تولید محصولات در مساله مورد بررسی در این مقاله را می‌توان به‌صورت تخصیص، تعیین توالی و تعیین اندازه دسته انجام کارها در یک سیستم تولید دو مرحله‌ای، که مرحله اول آن تولید کارگاهی با جریان محموله و مرحله دوم آن یک ایستگاه با خط مونتاژ موازی می‌باشد، تعریف کرد. در این مساله در مرحله اول مواد و قطعات اولیه در سیستم تولید کارگاهی پردازش شده و تا زمان تکمیل قطعات مورد نیاز هر محصول در ایستگاه موجودی ذخیره می‌شوند. سپس بعد از تکمیل قطعات هر محصول، چنانچه حداقل یکی از ماشین‌های مونتاژ بیکار باشد عملیات مونتاژ جهت تکمیل محصولات آغاز می‌گردد در غیر اینصورت قطعات به ایستگاه موجودی انتقال می‌یابند. شکل ۱ شمایی از سیستم تولیدی مورد بررسی را نشان می‌دهد.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]




**شکل ۱.** شمایی از سیستم تولیدی مورد بررسی

در این قسمت مدل ریاضی به‌منظور شناسایی و هم‌چنین استفاده از آن برای حل مساله ارایه می‌گردد. مرحله اول، مساله زمانبندی تولید کارگاهی است که به صورت زمانبندی و تعیین زیر انباشته $j$ قطعه $J_1, J_2, ..., J_{n_p}$ از $P$ محصول $P_1, P_2, ..., P_p$ روی مجموعه $M$ از ماشین‌ها، که شامل $m$ ماشین $M_1, M_2, ..., M_m$ است، می‌باشد. هر قطعه از هر محصول دارای $h_{j,p}$ عملیات و $s_{j,p}$ زیر محموله می‌باشد که باید به‌ترتیب انجام گردند. اندیس $p$ نشان‌دهنده محصول، اندیس $j$ نشان‌دهنده قطعه، اندیس $h$ نشان‌دهنده عملیات، اندیس $s$ نشان‌دهنده زیر محموله‌ها و اندیس $i$ نشان‌دهنده ماشین‌ها در مرحله اول می‌باشد. هم‌چنین عملیات $h$ از زیر محموله $s$ از قطعه $j$ از محصول $p$ با نماد $O_{s,j,p,h}$ $(h = 1,...,h_{j,p}; s = 1,...,S_{j,p}; j = 1,...,n_p; p = 1,...,P)$ نشان داده می‌شود.

مرحله‌ی دوم، مساله زمانبندی مونتاژ موازی است که به‌صورت زمانبندی $p$ محصول با زمان مونتاژ $A_p$ روی مجموعه $M'$ از ماشین‌ها، که شامل $m'$ ماشین $M'_1, M'_2, ..., M'_{m'}$ که به‌صورت موازی قرار گرفته‌اند، می‌باشد.

فرضیاتی که در مراحل مدل‌سازی در نظر گرفته شده است، عبارت است از:

- تمامی ماشین‌آلات در شروع افق برنامه‌ریزی در دسترس می‌باشند.
- تقاضای محصولات نهایی مشخص و تمامی قطعات در زمان صفر آماده پردازش هستند.
- قطع کار مجاز نمی‌باشد. بدین معنی که هر عملیات (دسته) شروع شده، باید بدون وقفه به اتمام برسد.
- تعدادی محصول می‌بایست تولید شود و هر محصول برای تکمیل شدن نیازمند یک سری قطعات می‌باشد.
- زمان پردازش قطعات و مونتاژ محصولات قطعی و معین می‌باشد.
- حداقل زمان شروع عملیات مونتاژ در مرحله مونتاژ برابر با حداکثر زمان اتمام تمام اجزاء آن محصول بر روی ماشین‌های مرحله اول می‌باشد.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

- ماشین‌ها نمی‌توانند در یک زمان بیش از یک عملیات را انجام دهند.

تمامی تحلیل‌ها و مدل‌سازی‌ها با فرض کامل و ثابت بودن اطلاعات محصولات و قطعات ارایه می‌گردد.

**جدول ۱.** پارامترهای مدل

| | |
|---|---|
| $P$ | تعداد کل کارها (محصولات) مورد نیاز |
| $p$ | اندیس محصولات $(p = ۱,۲,...,P)$ |
| $n$ | تعداد کل قطعات |
| $j$ | اندیس قطعات $(j = ۱,۲,...,n_p)$ |
| $n_p$ | تعداد زیر قطعات محصول $p$ |
| $J_p$ | اندیس زیر قطعات محصول $p$ |
| $m$ | تعداد کل ماشین آلات در مرحله اول |
| $i$ | اندیس ماشین در مرحله اول |
| $m'$ | تعداد کل ماشین آلات در مرحله دوم |
| $i'$ | اندیس ماشین در مرحله دوم |
| $s$ | اندیس زیر محموله‌ها $(s = ۱,۲,...,S_{j,p})$ |
| $O_{s,j,p,h}$ | عملیات $h$ از زیر انباشته $s$ از قطعه $j$ در محصول $p$ |
| $k_i$ | تعداد عملیات‌های اختصاص یافته به ماشین $i$ |
| $ps_{j,p,h}$ | زمان پردازش عملیات $h$ از قطعه $j$ از محصول $p$ |
| $A_p$ | زمان مونتاژ محصول $p$ |
| $S_{j,p}$ | تعداد زیر محموله قطعه $j$ از محصول $p$ |
| $Q_{j,p}$ | حجم محموله قطعه $j$ از محصول $p$ |
| $DM_p$ | تقاضای محصول $p$ |
| $R_{j,p}$ | نسبت قطعه $j$ استفاده شده در محصول $p$ |
| $a_{i,j,p,h}$ | یک متغیر ۰ و ۱ است بطوریکه اگر عملیات $O_{s,j,p,h}$ روی ماشین $i$ انجام گردد برابر ۱ و در غیر اینصورت ۰ می‌باشد. |

**جدول ۲.** متغیرهای مساله

| | |
|---|---|
| $C_{\max}$ | زمان حداکثر دوره ساخت |
| $F_{j,p}$ | زمان ساخت قطعه $j$ از محصول $p$ |
| $C_p$ | زمان تکمیل نهایی محصول $p$ |
| $t_{s,j,p,h}$ | زمان شروع عملیات $O_{s,j,p,h}$ |
| $St_p$ | زمان شروع عملیات مونتاژ محصول $p$ |
| $Tm_{i,k}$ | زمان شروع به کار ماشین $i$ در مرحله اول در نوبت $k$ |
| $Sm_{i',k'}$ | زمان شروع به کار ماشین $i'$ در مرحله دوم در نوبت $k'$ |



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

| | |
|---|---|
| $x_{i,s,j,p,h,k}$ | یک متغیر ۰ و ۱ است بطوریکه اگر عملیات $O_{s,j,p,h}$ روی ماشین $i$ در نوبت $k$ انجام گردد برابر ۱ و در غیر اینصورت ۰ می‌باشد. |
| $Z_{i',p,k'}$ | یک متغیر ۰ و ۱ است بطوریکه اگر محصول $p$ بر روی ماشین $i'$ در نوبت $k'$ برابر ۱ و در غیر اینصورت ۰ می‌باشد. |
| $Q'_{s,j,p,h}$ | اندازه زیر انباشته $s$ام قطعه $j$ از محصول $p$ |
| $\delta_{s,j,p,h}$ | چنانچه اندازه زیر انباشته $s$ام قطعه $j$ از محصول $p$ مقداری بیش از صفر داشته باشد برابر ۱ و در غیر این صورت برابر ۰ است. |

### ۲-۱ مدل مساله

با توجه به تعاریف پارامترها و متغیرهای این مساله در جداول ۱ تا ۲، مساله به‌صورت زیر مدل‌سازی می گردد:

$$Min \;\; z = (C_{\max}) \qquad (۱)$$

*s.t.*

$$C_{\max} \geq C_p \qquad \forall p \qquad (۲)$$

$$t_{s,j,p,h} + ps_{j,p,h}.Q'_{s,j,p,h} \leq t_{s,j,p,h+۱} \qquad \forall p,j,s; h = ۱,۲,...,h_{j,p} - ۱ \qquad (۳)$$

$$t_{s,j,p,h} + ps_{j,p,h}.Q'_{s,j,p,h} \leq t_{s+۱,j,p,h} \qquad \forall p,j,\mathrm{h}; \mathrm{s} = ۱,۲,...,\mathrm{S}_{j,p} - ۱ \qquad (۴)$$

$$Tm_{i,k} + ps_{j,p,h}.Q'_{s,j,p,h}.x_{i,s,j,p,h,k} \leq Tm_{i,k+۱} \qquad \forall p,j,s,h,i; k = ۱,۲,...,k_i - ۱ \qquad (۵)$$

$$Tm_{i,k} \leq t_{s,j,p,h} + (۱ - x_{i,s,j,p,h,k}).L \qquad \forall p,j,s,h,k,i \qquad (۶)$$

$$Tm_{i,k} + (۱ - x_{i,s,j,p,h,k}).L \geq t_{s,j,p,h} \qquad \forall p,j,s,h,k,i \qquad (۷)$$

$$\sum_{p}\sum_{j}\sum_{s}\sum_{h} x_{i,s,j,p,h,k} \leq ۱ \qquad \forall k,i \qquad (۸)$$

$$\sum_{k} x_{i,s,j,p,h,k} = a_{i,j,p,h}.\delta_{s,j,p,h} \qquad \forall p,j,h,i,s \qquad (۹)$$

$$t_{s,j,p,h} + ps_{j,p,h}.Q'_{s,j,p,h} \leq F_{j,p} \qquad \forall p,j,s,h \qquad (۱۰)$$

$$F_{j,p} \leq St_p \qquad \forall j,p \qquad (۱۱)$$

$$A_p + St_p \leq C_p \qquad \forall p \qquad (۱۲)$$

$$Sm_{i',k'} + A_p.Z_{i',p,k'} \leq Sm_{i',k'+۱} \qquad \forall p,i';k' = ۱,۲,...,k'_{i'} - ۱ \qquad (۱۳)$$

$$Sm_{i',k'} \leq St_p + (۱ - Z_{i',p,k'}).L \qquad \forall p,k',i' \qquad (۱۴)$$

$$Sm_{i',k'} + (۱ - Z_{i',p,k'}).L \geq St_p \qquad \forall p,k',i' \qquad (۱۵)$$

$$\sum_{i'}\sum_{k'} Z_{i',p,k'} = ۱ \qquad \forall p \qquad (۱۶)$$

$$\sum_{s=۱}^{S_{j,p}} Q'_{s,j,p,h} = Q_{j,p} \qquad \forall p,j \qquad (۱۷)$$

$$Q'_{s,j,p,h} \leq Q_{j,p}.\delta_{s,j,p,h} \qquad \forall p,j,s,h \qquad (۱۸)$$



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

$$\delta_{s,j,p,h} \le Q'_{s,j,p,h} \qquad \forall p,j,s,h \qquad (۱۹)$$

$$Q_{j,p} = DM_p.R_{j,p} \qquad \forall p,j \qquad (۲۰)$$

$$\delta_{۱,j,p,h} = ۱ \qquad \forall p,j,h \qquad (۲۱)$$

$$\delta_{s+۱,j,p,h} \le \delta_{s,j,p,h} \qquad \forall p,j,s,h \qquad (۲۲)$$

$$x_{i,s,j,p,h,k} \in \{۰,۱\} \qquad \forall p,j,s,h,k,i \qquad (۲۳)$$

$$Z_{i',p,k'} \in \{۰,۱\} \qquad \forall p,k',i' \qquad (۲۴)$$

$$\delta_{s,j,p,h} \in \{۰,۱\} \qquad \forall p,j,s,h \qquad (۲۵)$$

$$C_p \ge ۰ \qquad \forall p \qquad (۲۶)$$

$$Q'_{s,j,p,h} \ge ۰ \qquad \forall p,j,s,h \qquad (۲۷)$$

معادله (۱) تابع هدف مدل که حداقل‌سازی زمان تکمیل کارها می‌باشد را نشان می‌دهد. محدودیت (۲) مقدار تابع هدف را تعریف می‌نماید. محدودیت (۳) زمان شروع هر عملیات را به اتمام عملیات قبلی از همان کار محدود می‌نماید. محدودیت (۴)، روابط پیشنیازی بین زیر محموله‌ها را مشخص می‌کند. محدودیت (۵)، این الزام را به‌وجود می‌آورد که، در صورتی یک ماشین می‌تواند به کار در نوبت بعد بپردازد که کار آن ماشین در نوبت قبل به اتمام رسیده باشد. محدودیت (۶) و (۷) این الزام را به‌وجود می‌آورند که در صورتی یک عملیات می‌تواند شروع شود که هم محدودیت پیشنیازی و هم محدودیت ماشین رعایت شده باشد. محدودیت (۸) موجب می‌گردد که به هر ماشین در هر نوبت، تنها یک زیر محموله از یک عملیات از یک کار در صورت وجود اختصاص یابد. محدودیت (۹) موجب می‌گردد که برای اجرای یک عملیات از ماشینی اختصاص یافته به آن عملیات استفاده گردد. محدودیت (۱۰) بزرگ‌ترین زمان پردازش قطعات یک محصول را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۱) حداقل زمان شروع مرحله مونتاژ را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۲) بیانگر زمان تکمیل محصولات است. محدودیت (۱۳) این الزام را به‌وجود می‌آورد که در صورتی یک ماشین در مرحله دوم می‌تواند به کار در نوبت بعد بپردازد که کار آن ماشین در نوبت قبل به اتمام رسیده باشد. محدودیت (۱۴) و (۱۵) این الزام را به‌وجود می‌آورند که در صورتی یک عملیات می‌تواند شروع شود که هم محدودیت پیشنیازی و هم محدودیت ماشین رعایت شده باشند. محدودیت‌های (۱۶) موجب می‌گردد که به هر ماشین در هر نوبت، تنها یک عملیات از یک کار اختصاص یابد. محدودیت (۱۷) نشان می‌دهد که مجموع مقادیر تخصیص داده شده به زیر محموله‌های یک قطعه از محصول برابر حجم محموله آن قطعه است. در صورتی که اندازه زیر محموله متناظر با متغیر باینری $\delta_{s,j,p,h}$ بزرگ‌تر از صفر باشد، محدودیت (۱۸) مقدار یک را به این متغیر اختصاص می‌دهد، اما چنانچه مقدار $Q'_{s,j,p,h}$ صفر باشد، $\delta_{s,j,p,h}$ طبق محدودیت (۱۹) صفر می‌گردد. محدودیت (۲۰) تعداد قطعات مورد نیاز از هر محصول را با توجه به میزان سفارش و تعداد مورد نیاز قطعات در هر محصول، مشخص می‌کند. محدودیت‌های (۲۱) و (۲۲) وجود زیرانباشته‌ها و نحوه تشکیل آن‌ها را نشان می‌دهد.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

محدودیت‌های (۲۳)، (۲۴) و (۲۵) متغیرهای مساله را به‌صورت ۰ و ۱ تعریف می‌کند. محدودیت (۲۶) و (۲۷) مشخص می‌کند که زمان تکمیل و اندازه زیر محموله نمی‌تواند منفی باشد.

مدل ارایه‌شده با توجه به محدودیت (۵) که در آن یک متغیر باینری در یک متغیر پیوسته ضرب شده است، غیرخطی می‌باشد. بنابراین برای خطی‌سازی آن می‌توان محدودیت‌های زیر را به‌کار گرفت [۲۰].

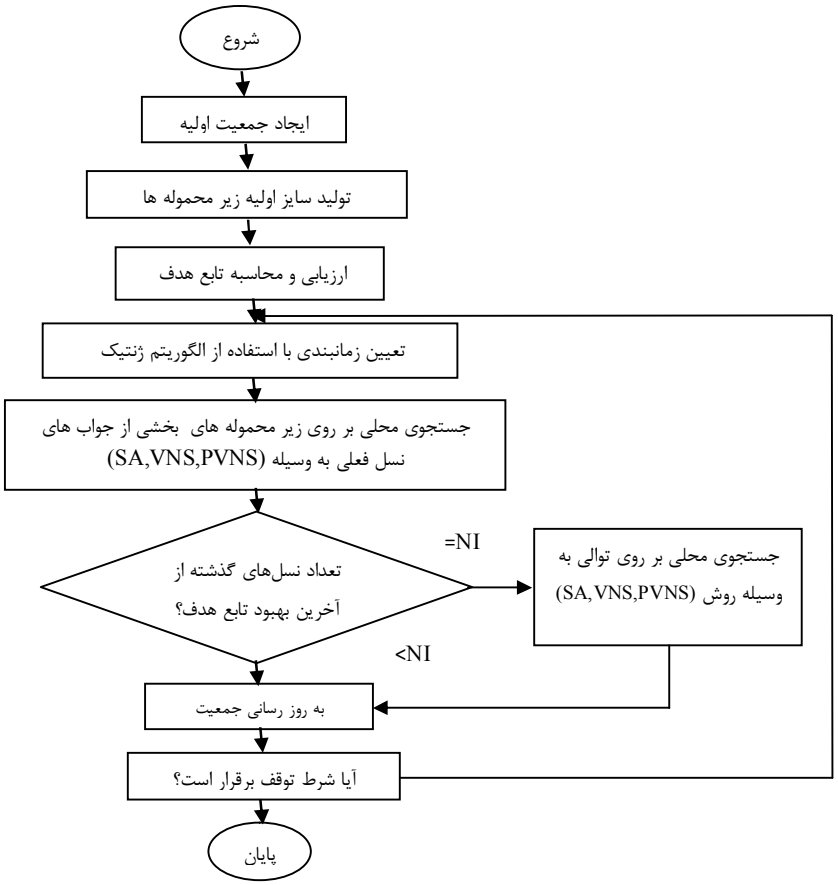
$$Tm_{i,k} + V_{i,s,j,p,h,k} \le Tm_{i,k+1} \qquad \forall p,j,s,h,i;k = 1,2,...,k_i - 1 \qquad (۲۸)$$

$$V_{i,s,j,p,h,k} \le ps_{j,p,h}.Q'_{s,j,p,h} \qquad \forall p,j,s,h,k,i \qquad (۲۹)$$

$$V_{i,s,j,p,h,k} \le L.x_{i,s,j,p,h,k} \qquad \forall p,j,s,h,k,i \qquad (۳۰)$$

$$V_{i,s,j,p,h,k} \ge ps_{j,p,h}.Q'_{s,j,p,h} - L.(1 - x_{i,s,j,p,h,k}) \qquad \forall p,j,s,h,k,i \qquad (۳۱)$$

$$V_{i,s,j,p,h,k} \in \{0,1\} \qquad \forall p,j,s,h,k,i \qquad (۳۲)$$




**شکل ۲.** شمایی از رویه بهینه‌سازی الگوریتم‌های پیشنهادی

## ۳ الگوریتم‌های پیشنهادی

با توجه به مدل ریاضی ارایه شده و محدودیت‌های متعدد آن، حل مساله به‌وسیله روش‌های حل دقیق و نرم‌افزار بهینه‌سازی موجود، بسیار سخت به نظر می‌رسد. بنابراین به منظور صرفه‌جویی در زمان و برای حل مسایل اندازه



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

متوسط و بزرگ از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده شده است. الگوریتم‌های پیشنهادی مورد نظر مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید و جستجوی همسایگی متغیر موازی به‌منظور بهره بردن از مزایای این الگوریتم‌ها می‌باشد. رویه بهینه‌سازی الگوریتم‌های پیشنهادی جهت حل مساله مورد بررسی، بدین صورت است که در یک مرحله اندازه و تعداد زیر انباشته‌ها تعیین شده و در مرحله‌ای جداگانه در مورد زمانبندی آن‌ها تصمیم‌گیری می‌شود. به‌عبارت دیگر مساله تعیین اندازه محموله به عنوان مساله اولیه و مساله زمانبندی به عنوان مساله ثانویه در دل مساله اصلی در نظر گرفته می‌شود. شکل ۲ به طور مشخص این جریان را نشان می‌دهد.

### ۳-۱ الگوریتم ترکیبی ژنتیک و جستجوی همسایگی متغیر موازی (HGAPVNS)

در الگوریتم پیشنهادی مورد نظر هر عضو از جمعیت به‌عنوان کروموزوم در GA تولید می‌شود. سپس در پایان تولید نسل در الگوریتم ژنتیک، پس از آنکه مقادیر شایستگی برای همه راه‌حل‌ها محاسبه شد، بهترین راه‌حل انتخاب و ذخیره می‌شود. سپس این راه‌حل با استفاده از الگوریتم PVNS بهبود داده می‌شود. در این الگوریتم در مرحله اول، مجموعه‌ای از ساختارهای محلی و ترتیب پیاده‌سازی آن‌ها تعیین می‌گردد و راه‌حل جاری $\tilde{y}$ برابر با راه حل اولیه $y$ قرار می‌گیرد. بخش اصلی الگوریتم از حلقه‌های داخلی و خارجی تشکیل‌شده است، به طوری‌که حلقه داخلی وظیفه جستجو فضای حل را دارد و حلقه خارجی شرط توقف را کنترل می‌کند. تعدادی پردازنده که در روند جستجو استفاده می‌شوند درون حلقه داخلی وجود دارد. در هر تکرار از حلقه داخلی، هر پردازنده یک تکرار از روش VNS که شامل آشفتگی و روش جستجوی محلی است را انجام می‌دهد. بعد از آن‌که همه پردازنده‌ها یک اجرا را انجام می‌دهند، یک نسل به پایان می‌رسد و گام به‌روزرسانی آغاز می‌شود. سپس در گام به‌روزرسانی، واحد مرکزی بهترین راه‌حل $y''$ را مشخص می‌کند. اگر $y''$ بهتر از $\tilde{y}$ باشد $y''$ با $\tilde{y}$ جایگزین می‌شود ($\tilde{y} \leftarrow y''$) و فرآیند جستجو دوباره از تکرار اول از حلقه داخلی آغاز می‌شود ($k \leftarrow ۱$). درغیراین‌صورت تکرار بعدی از حلقه داخلی شروع می‌شود. در شرایطی‌که همه‌ی تکرارهای حلقه داخلی درنظرگرفته شده باشد، یک تکرار از الگوریتم PVNS انجام‌شده است، در آن صورت، شرط توقف بررسی و الگوریتم PVNS تا برآورده شدن معیار توقف ادامه می‌یابد. شکل ۳ به طور مشخص مراحل الگوریتم PVNS را نشان می‌دهد. گام‌های روش VNS پیشنهادی نیز همانند شکل ۳ می‌باشد با این تفاوت که در طی اجرای الگوریتم فقط یک پردازنده وجود دارد ($h = ۱$).

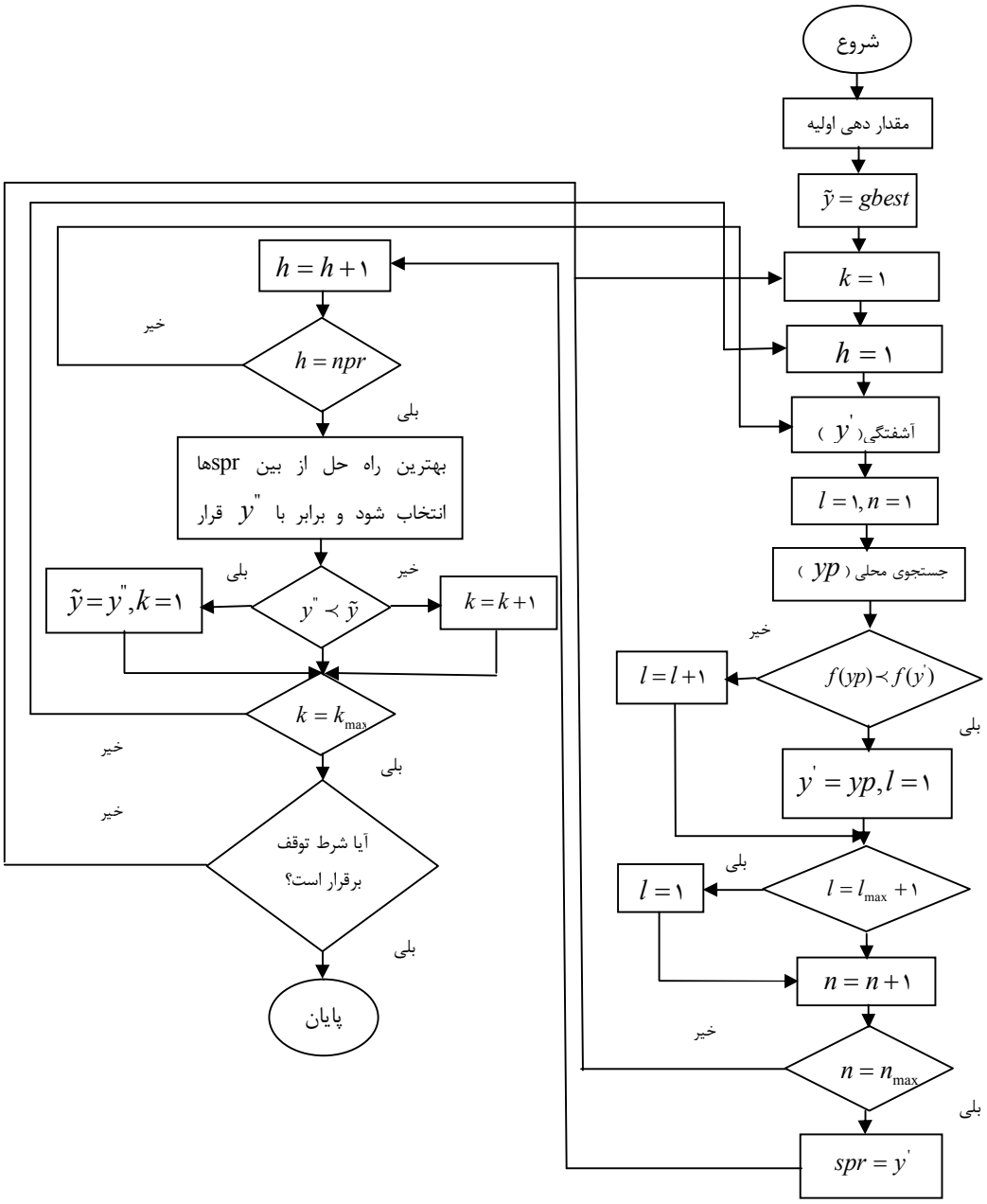
#### ۳-۱-۱ نحوه نمایش جواب‌ها

نحوه نمایش جواب نقش حیاتی در عملکرد الگوریتم جهت پیدا نمودن نقاط مختلف فضای جواب‌های مساله دارد. در این مساله روش نمایش هر عضو از جمعیت دارای دو بخش است که بخش اول توالی عملیات‌ها روی ماشین‌ها در زیرمساله تولید کارگاهی و بخش دوم تخصیص محصولات به ماشین‌ها در زیرمساله مونتاژ را نشان می‌دهد. شکل ۴ نحوه نمایش جواب را نشان می‌دهد.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]



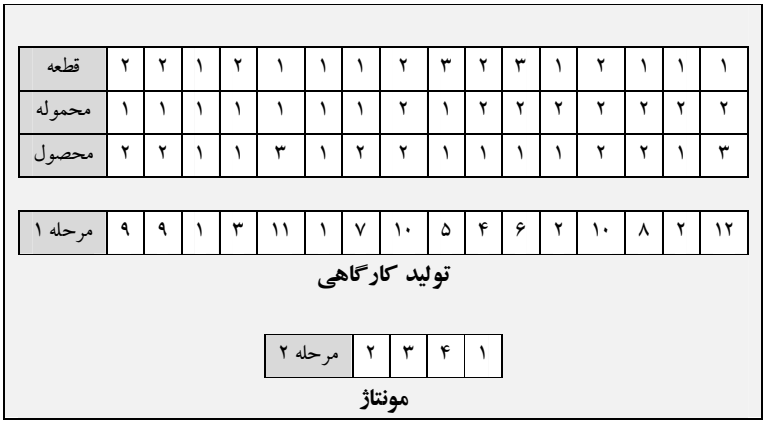

**شکل ۳.** فلوچارت الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر موازی

در این حالت در بخش تولید کارگاهی به تعداد زیر محموله‌های مربوط به هر قطعه عدد به آن قطعه اختصاص می‌یابد و سپس به تعداد عملیات‌های مربوط به آن قطعه این اعداد در جواب تکرار می‌شوند. به‌عنوان مثال در شکل ۴، قطعه ۱ از محصول ۱ دارای ۲ عملیات و هر عملیات دارای دو زیر محموله می‌باشد بنابراین اعداد ۱ و ۲ به قطعه ۱ اختصاص می‌یابند و با توجه به اینکه این قطعه دارای ۲ عملیات می‌باشد این اعداد دوبار تکرار می‌شوند. بنابراین در قطعه ۱ به‌ترتیب اولین و دومین زیر محموله از عملیات اول در اولویت‌های ۳ و ۱۲ و اولین و دومین زیر محموله از عملیات دوم در اولویت‌های ۶ و ۱۵ قرار دارند. هم‌چنین در بخش مونتاژ اعدادی بین ۱ تا (۱-



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

ماشین مونتاژ + محصول) تولید می‌شود که اعداد بزرگ‌تر از تعداد محصولات به ترتیب نشان‌دهنده ماشین‌های مونتاژ می‌باشند. بنابراین با توجه به بخش دوم شکل ۴، محصول ۲ و ۳ به ترتیب بر روی ماشین اول و محصول ۱ بر روی ماشین دوم مونتاژ می‌شود.




**شکل ٤.** نحوه نمایش جواب‌ها

### ۳-۱-۲ جمعیت اولیه

در این حالت برای زیرمساله تولید کارگاهی از رویه‌ای تصادفی استفاده شده است. در این شیوه هر عملیات با رعایت شرط پیش‌نیازی به‌صورت تصادفی در یکی از اولویت‌های در دسترس قرار می‌گیرد. هم‌چنین توالی در خطوط مونتاژ موازی بدین‌صورت خواهد بود که هر محصول که زودتر آماده مونتاژ شود، (پردازش عملیات قطعات مربوط به آن زودتر تمام شود) مونتاژ آن نیز زودتر شروع گردد. سپس بعد از انتخاب هر محصول، محصول به ماشین با کمترین بار کاری اختصاص می‌یابد و بار کاری ماشین‌ها بعد از هر تخصیص بروز می‌شود.

### ۳-۱-۳ عملگر انتخاب

در این مقاله از چرخ رولت برای انتخاب کروموزوم‌ها به منظور عمل تقاطع استفاده شده است. علاوه بر این جهت گزینش و انتقال کروموزوم‌ها به نسل بعد از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است. در این مرحله هر عضو از جمعیت جدید (فرزندان) با هر عضو از جمعیت قبل (والدین) مقایسه می‌گردد. در صورتی که مقدار تابع هدف عضو جدید از مقدار تابع هدف عضو قبل بهتر و یا با آن برابر باشد پذیرفته می‌شود در غیر این‌صورت، با احتمالی شانس حضور در نسل بعد را خواهد داشت. در ابتدا فشار رویه انتخاب پایین است و گوناگونی افزایش می‌یابد و اما به مرور و با کاهش دما فشار رویه انتخاب افزایش و جستجوی محلی قوت می‌یابد.

### ۳-۱-٤ تقاطع

در این مساله در هر دو بخش تولید کارگاهی و مونتاژ از تقاطع با حفظ ترتیب پیشین استفاده شده است. در این روش ابتدا یک رشته باینری تولید می‌شود که صفرها (یک‌ها) در این رشته، نشان دهنده آن است که ژن متناظر از



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

والد اول (والد دوم) انتخاب می‌شود، سپس ترتیب سایر عملیات‌ها در والد اول (دوم) بر اساس والد دوم (اول) تغییر کرده و قسمت اول فرزند اول (دوم) را تولید می‌کند. سپس مشابه با حالت قبل برای زیرمساله مونتاژ نیز به همین ترتیب عمل می‌گردد.

### ۳-۱-۵ جهش

به منظور اجرای رویه جهش، دو ژن متفاوت به طور تصادفی انتخاب می‌شوند سپس ارزش‌های مرتبط با آن‌ها با یکدیگر تعویض می‌گردند.

### ۳-۱-۶ ساختار همسایگی توالی

درساختار اول از میان بلوک‌های بحرانی با بیش از یک عملیات یکی را برمی‌گزینیم. اگر عملیات ابتدایی انتخاب شد با عملیات دوم یا سوم بلوک جابجا می‌شود و چنانچه عملیات انتهایی انتخاب شد با عملیات $k$-۱ام یا $k$-۲ام بلوک جابجا می‌شود. در این قسمت $k$ تعداد عملیات‌های بلوک انتخابی را نشان می‌دهد. چنانچه بلوک بحرانی انتخابی دارای دو عملیات باشد، جای آن دو عملیات باهم جابجا می‌شود. در ساختار دوم دو ژن به تصادف انتخاب شده و مقادیر آن‌ها با یکدیگر جابجا می‌شوند. هم‌چنین ژن‌های بین این دو ژن انتخاب شده، معکوس می‌شوند. در ساختار سوم یک ژن انتخاب و به صورت تصادفی در یک موقعیت تصادفی قرار داده می‌شود. در ساختار چهارم دو عدد به تصادف انتخاب، سپس کل زیرمحموله‌های آن‌ها مشخص و در نهایت با یکدیگر جابجا می‌گردند.

### ۳-۱-۷ ساختار همسایگی تخصیص

در این مساله سه ساختار همسایگی بر روی زیرمساله مونتاژ اعمال می‌شود. درساختار اول از میان محصولات مربوط به خط مونتاژ با بار کاری بالاتر، یک محصول به تصادف انتخاب و به خط مونتاژ با بار کاری کم‌تر اضافه می‌شود. در ساختار دوم یک خط مونتاژ به تصادف انتخاب می‌شود و محصولات مربوط به آن براساس بهترین زمان تکمیل ممکن اولویت‌بندی می‌شوند. در ساختار سوم محصولی با بیش‌ترین زمان پردازش انتخاب و به خط مونتاژی با بار کاری کم‌تر تخصیص می‌یابد.

### ۳-۱-۸ ساختار همسایگی تعیین اندازه زیر محموله

درالگوریتم پیشنهادی از سه ساختار همسایگی جهت تعیین اندازه محموله استفاده می‌شود. درساختار اول از میان بلوک‌های بحرانی یکی را انتخاب و به تصادف عملیاتی از آن را بر می‌گزینیم. سپس زیرمحموله‌های دیگر از آن عملیات را به تصادف انتخاب و مقدار زیر محموله انتخابی را با آن جابجا می‌کنیم. در ساختار دوم عملیاتی به تصادف انتخاب و درصدی از حجم زیرمحموله آن را کم و سپس به دیگر زیر محموله انتخابی از آن عملیات اضافه می‌کنیم. در ساختار سوم از رویه ارایه شده توسط بوشر و شن [۱۸] استفاده شده است.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

### ۳-۲ الگوریتم ترکیبی ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید (HGASA)

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید اولین بار توسط متروپلیس در سال ۱۹۵۳ مطرح سپس توسط کریک پاتریک و همکاران [۲۱] توسعه داده شد. آن‌ها با مشابه‌سازی این الگوریتم، بین کمینه‌کردن تابع هزینه یک مساله و سرد کردن جسم تا زمان رسیدن آن به حالت انرژی پایه، از آن برای حل مساله بهینه‌سازی استفاده کردند. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به دلیل سادگی و اثربخشی بالا در حل مسایل بهینه‌سازی ترکیبی، جایگاه ویژه‌ای دارد. این الگوریتم از توقف در ناحیه بهینه محلی اجتناب کرده و بعنوان یک تکنیک قوی جستجوی همسایگی شناخته می‌شود. لذا به‌منظور بهبود فرآیند جستجو در الگوریتم پیشنهادی در هر تکرار از الگوریتم GA، جواب‌های به‌دست آمده توسط الگوریتم SA بهبود داده می‌شوند. سایر جزئیات این الگوریتم مشابه الگوریتم پیشنهادی HGAPVNS می‌باشد.

## ٤ نتایج محاسباتی

در این قسمت به کمک نتایج محاسباتی، عملکرد و کارایی الگوریتم‌های موردنظر مقایسه می‌گردد. مدل ریاضی مساله در نرم‌افزار GAMS کدنویسی و حل شده است. الگوریتم‌های فراابتکاری پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB (R2013a) کدنویسی و اجرا شده است. با توجه به این‌که اطلاعات مربوط به مسایل حل شده در مقالات مشابه برای مساله موردنظر وجود ندارد و به منظور اعتبارسنجی مدل از نمونه‌های تصادفی برای آن استفاده شده است که نحوه تولید آن‌ها در جدول ۳ آورده شده است.

**جدول۳.** نحوه تولید داده برای نمونه‌های تصادفی

| پارامترها | نمادها | مقادیر |
|---|---|---|
| تعداد محصولات | $P$ | {۲،۳،...،۱۴} |
| تعداد قطعات | $n$ | {۳،۲،...،۷} |
| تعداد ماشین‌آلات در مرحله ۱ | $m$ | {۳،۲،...،۷} |
| تعداد ماشین‌آلات در مرحله ۲ | $m'$ | {۳،۲،۴،۵} |
| زمان پردازش | $ps$ | یکنواخت گسسته |
| زمان مونتاژ | $A_p$ | یکنواخت گسسته |

برای ارزیابی روش‌های حل پیشنهادی، نمونه‌ها به سه گروه با اندازه کوچک، متوسط و بزرگ بر اساس تعداد عملیات‌های انجام شده، تقسیم می‌شوند.

### ٤-۱ تجزیه و تحلیل

برای مسایل با ابعاد کوچک جواب بهینه توسط GAMS به‌دست آمد و در جدول ۴ ثبت گردید. در مسایل اندازه کوچک (جدول۴) با توجه به مقادیر درصد انحراف نسبی (RPD) نشان داده می‌شود که الگوریتم‌های پیشنهادی به جواب بهینه مشابه با جواب حاصل از GAMS دست می‌یابند و این در حالی است که زمان محاسباتی حاصل از



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

حل این الگوریتم‌ها به مراتب کم‌تر از GAMS می‌باشد. لذا در مسایل با ابعاد کوچک با توجه به زمان محاسباتی الگوریتم HGASA بهترین عملکرد را در میان سایر الگوریتم‌ها دارا می‌باشد.

**جدول ٤.** نتایج محاسباتی

| | مساله | Cplex | | HGASA | | | | HGAVNS | | | | HGAPVNS | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | زمان حل | RPD | میانگین $C_{max}$ | انحراف معیار $C_{max}$ | RPD | زمان حل | میانگین $C_{max}$ | انحراف معیار $C_{max}$ | RPD | زمان حل | میانگین $C_{max}$ | انحراف معیار $C_{max}$ | RPD | زمان حل |
| اندازه کوچک | P1 | ۴/۳ | ۰ | ۱۸۵۰ | ۰ | ۰ | ۱۶/۲ | ۱۸۵۰ | ۰ | ۰ | ۱۷/۲۶ | ۱۸۵۰ | ۰ | ۰ | ۲۱/۵۷ |
| | P2 | ۱۵۶ | ۰ | ۷۱۰ | ۰ | ۰ | ۱۹/۵۱ | ۷۱۰ | ۰ | ۰ | ۲۱/۲۶ | ۷۱۰ | ۰ | ۰ | ۲۵/۱۸ |
| | P3 | ۱۸۶ | ۰ | ۱۹۲۰ | ۰ | ۰ | ۱۹/۷۴ | ۱۹۲۰ | ۰ | ۰ | ۲۲/۳ | ۱۹۲۰ | ۰ | ۰ | ۲۵/۵۶ |
| | P4 | ۲۹۴ | ۰ | ۱۵۸۰ | ۰ | ۰ | ۲۱/۴۳ | ۱۵۸۰ | ۰ | ۰ | ۲۳/۴۲ | ۱۵۸۰ | ۰ | ۰ | ۳۰/۱۶ |
| | P5 | ۳۴۰ | ۰ | ۳۱۳۰ | ۰ | ۰ | ۲۱/۷۶ | ۳۱۳۰ | ۰ | ۰ | ۲۵/۱۶ | ۳۱۳۰ | ۰ | ۰ | ۳۲/۴۴ |
| | P6 | ۳۵۰ | ۰ | ۳۳۱۰ | ۰ | ۰ | ۲۶/۶۶ | ۳۳۱۰ | ۰ | ۰ | ۲۶/۶۵ | ۳۳۱۰ | ۰ | ۰ | ۳۲/۸۱ |
| | P7 | ۴۰۸ | ۰ | ۳۵۱۰ | ۰ | ۰ | ۳۴/۱۴ | ۳۵۱۰ | ۰ | ۰ | ۳۸/۹ | ۳۵۱۰ | ۰ | ۰ | ۴۴/۶۸ |
| | P8 | ۶۴۷ | ۰ | ۱۵۳۰ | ۰ | ۰ | ۳۵/۶۱ | ۱۵۳۰ | ۰ | ۰ | ۴۰/۲۱ | ۱۵۳۰ | ۰ | ۰ | ۴۵/۵۲ |
| اندازه متوسط | P9 | --- | --- | ۴۴۴۶ | ۰ | ۰/۰۰۲ | ۸۳/۵۹ | ۴۴۳۶ | ۰ | ۰ | ۹۱/۶ | ۴۴۳۶ | ۵/۷۷ | ۰ | ۱۱۶/۹۱ |
| | P10 | --- | --- | ۳۸۶۴/۳ | ۱۳/۶۵ | ۰/۰۰۲ | ۹۴/۸ | ۳۸۶۱/۳ | ۱۱/۸۴ | ۰/۰۰۱ | ۱۱۲/۷۵ | ۳۸۵۸/۳ | ۹/۷۴ | ۰ | ۱۴۰/۹۸ |
| | P11 | --- | --- | ۴۷۹۵/۳ | ۱۳/۲۷ | ۰/۰۱۱ | ۱۲۶/۰۷ | ۴۷۵۱/۶ | ۷/۵۷ | ۰/۰۰۲ | ۱۵۴/۲ | ۴۷۴۳/۶ | ۳/۸۲ | ۰ | ۱۸۸/۵ |
| | P12 | --- | --- | ۴۷۲۸/۶ | ۱۰/۰۵ | ۰/۰۰۹ | ۱۴۸/۴ | ۴۶۹۵ | ۸/۴۳ | ۰/۰۰۱ | ۱۸۰/۱۰ | ۴۶۸۸ | ۶/۵۵ | ۰ | ۲۲۰/۰۹ |
| | P13 | --- | --- | ۵۳۲۶ | ۱۳/۸۹ | ۰/۰۱۹ | ۱۶۳/۶۵ | ۵۲۶۹/۶ | ۷/۹۳ | ۰/۰۰۸ | ۲۰۹/۷۶ | ۵۲۲۹ | ۶ | ۰ | ۲۳۳/۲۴ |
| | P14 | --- | --- | ۶۲۹۱ | ۱۹/۲۹ | ۰/۰۱۳ | ۱۸۲/۱۶ | ۶۲۴۶ | ۱۳/۲۸ | ۰/۰۰۵ | ۲۲۷/۳۰ | ۶۲۱۲ | ۳/۴۶ | ۰ | ۲۶۴/۶۵ |
| اندازه بزرگ | P15 | --- | --- | ۵۴۵۰/۶ | ۲۳/۳۰ | ۰/۰۴۶ | ۴۶۷/۶ | ۵۳۶۱ | ۲۱/۰۷ | ۰/۰۲۸ | ۵۵۷/۴۷ | ۵۲۱۲/۶ | ۹/۶۴ | ۰ | ۶۳۲/۴ |
| | P16 | --- | --- | ۱۰۰۶۸/۶ | ۱۶/۱۰ | ۰/۰۰۶ | ۴۹۴/۱۳ | ۱۰۰۶۲ | ۷/۳۷ | ۰/۰۰۶ | ۵۸۵/۶۸ | ۱۰۰۰۵ | ۶/۰۱ | ۰ | ۶۳۵/۹۲ |
| | P17 | --- | --- | ۶۷۴۷/۶ | ۲۴/۵۹ | ۰/۰۴۰ | ۵۷۲/۹۸ | ۶۶۳۵ | ۲۰/۰۷ | ۰/۰۲۳ | ۶۶۳/۳ | ۶۴۸۶ | ۱۸/۵۲ | ۰ | ۷۲۷/۶۲ |
| | P18 | --- | --- | ۱۴۷۶۵ | ۳۰/۶۴ | ۰/۰۰۴ | ۶۴۷/۵۱ | ۱۴۷۲۲/۶ | ۲۸/۸۶ | ۰/۰۰۱ | ۷۸۸/۶۱ | ۱۴۷۱۰/۶ | ۸/۰۸ | ۰ | ۹۵۷/۲۷ |
| | P19 | --- | --- | ۱۰۴۷۰/۶ | ۳۱/۵۱ | ۰/۰۲۸ | ۸۵۴/۸۷ | ۱۰۳۶۳ | ۱۰/۵۸ | ۰/۰۱۸ | ۱۰۰۴/۹ | ۱۰۱۸۳/۳ | ۸/۳۲ | ۰ | ۱۱۸۰/۳ |
| | P20 | --- | --- | ۱۱۲۹۴ | ۳۶ | ۰/۰۱۴ | ۹۵۲/۹۸ | ۱۱۱۶۱/۳ | ۲۳/۸۲ | ۰/۰۰۳ | ۱۱۷۷/۲ | ۱۱۱۳۳ | ۱۴/۳۵ | ۰ | ۱۳۰۸/۳ |

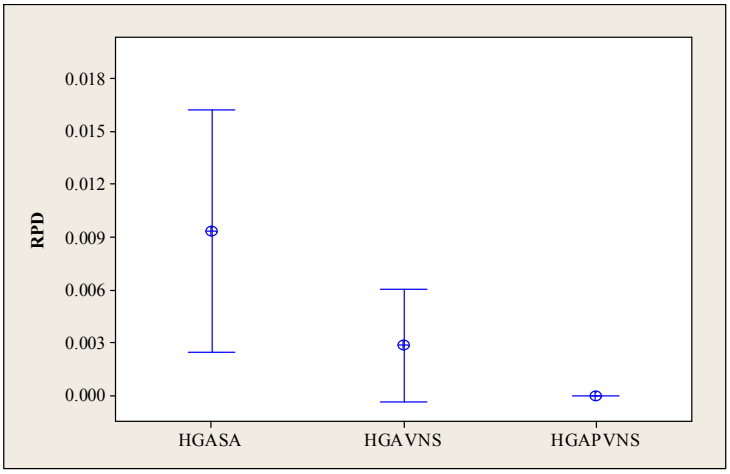
هم‌چنین در مسایل با ابعاد متوسط با توجه به مقادیر RPD (شکل۵) که نزدیکی الگوریتم‌ها به بهترین جواب به‌دست آمده از سایر الگوریتم‌ها را نشان می‌دهد، برتری الگوریتم HGAPVNS نسبت به سایر الگوریتم‌ها قابل مشاهده است. هم‌چنین برای مسایل با ابعاد بزرگ (جدول ۴) برتری الگوریتم HGAPVNS نسبت به سایر الگوریتم‌ها در کسب جواب‌های با کیفیت قابل مشاهده است. از طرفی جهت بررسی نیرومندی و کارایی الگوریتم‌ها میانگین جواب‌های حاصل از حل مساله و انحراف معیار هریک از الگوریتم‌ها در جدول ۴ آورده شده است. با توجه به مقادیر به‌دست آمده، الگوریتم HGAPVNS با کم‌ترین میانگین و انحراف معیار



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

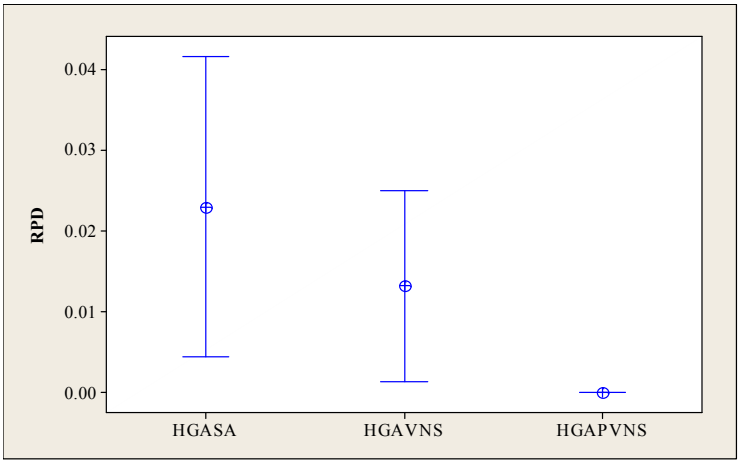
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

نیرومندترین الگوریتم در کسب جواب‌های با کیفیت و الگوریتم HGASA با بیش‌ترین میانگین و انحراف معیار ضعیف‌ترین الگوریتم در مساله مورد بررسی می‌باشد.




**شکل ۵.** نمودار میانگین RPD با بازه اطمینان ۹۵٪ برای الگوریتم‌های پیشنهادی در مسایل متوسط

با توجه به مقادیر RPD با بازه اطمینان ۹۵٪ برای مسایل با ابعاد بزرگ در شکل ۶، قابل مشاهده است که الگوریتم HGAPVNS از نظر آماری بهتر از الگوریتم‌های دیگر عمل می‌کند. علاوه براین با توجه به شکل ۵ و شکل ۶ الگوریتم با رویکرد HGAVNS هر چند حداقل زمان تکمیل را تضمین نمی‌کند اما منجر به ساختاری خوب و قابل قبولی می‌گردد که نسبت به رویکرد HGASA، عملکرد بهتری دارد.




**شکل ٦.** نمودار میانگین RPD با بازه اطمینان ۹۵٪ برای الگوریتم‌های پیشنهادی در مسایل بزرگ

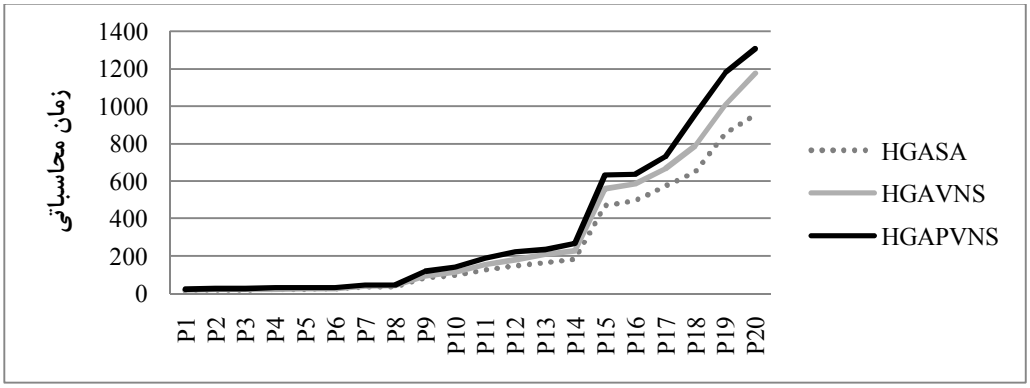
در شکل ۷ زمان‌های محاسباتی حاصل از الگوریتم‌های ارایه شده مورد مقایسه قرار گفته است که با توجه به این شکل، الگوریتم HGAPVNS بیش‌ترین زمان محاسباتی را در میان سایر الگوریتم‌ها دارا می‌باشد که با توجه به



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

حجم زیاد محاسباتی چنین نتیجه‌ای دور از انتظار نیست. از طرفی جهت مقایسه توانایی الگوریتم‌های پیشنهادی در پیدا کردن جواب بهینه، ازآزمون آماری استفاده شده است. جهت انتخاب آزمون آماری مناسب (پارامتریک یا ناپارامتریک)، در ابتدا فرض‌های بنیادی تحلیل واریانس بررسی می‌شود. در این بخش با توجه به برابری مقادیر تابع هدف الگوریتم‌ها در ابعاد کوچک، تحلیل آماری بر روی مسایل با ابعاد متوسط و بزرگ انجام شده است. جهت بررسی نرمال بودن داده‌ها، از آزمون Anderson-Darling استفاده شده است. این آزمون در نرم افزار Minitab16 با سطح معناداری ۰/۰۵ انجام‌شد. نتایج آزمون نرمال بودن الگوریتم‌های پیشنهادی در حل مسایل نمونه با ابعاد متوسط و بزرگ در شکل ۸ و ۹ نشان داده‌شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقادیرP-value هر سه الگوریتم در ابعاد متوسط و بزرگ بیش‌تر از ۰/۰۵ است. بنابراین الگوریتم‌های پیشنهادی در ابعاد متوسط و بزرگ دارای توزیع نرمال می‌باشند. لذا باید از آمار پارامتریک استفاده شود. در این مقاله از تحلیل واریانس طرح بلوکی کامل تصادفی استفاده شده است.



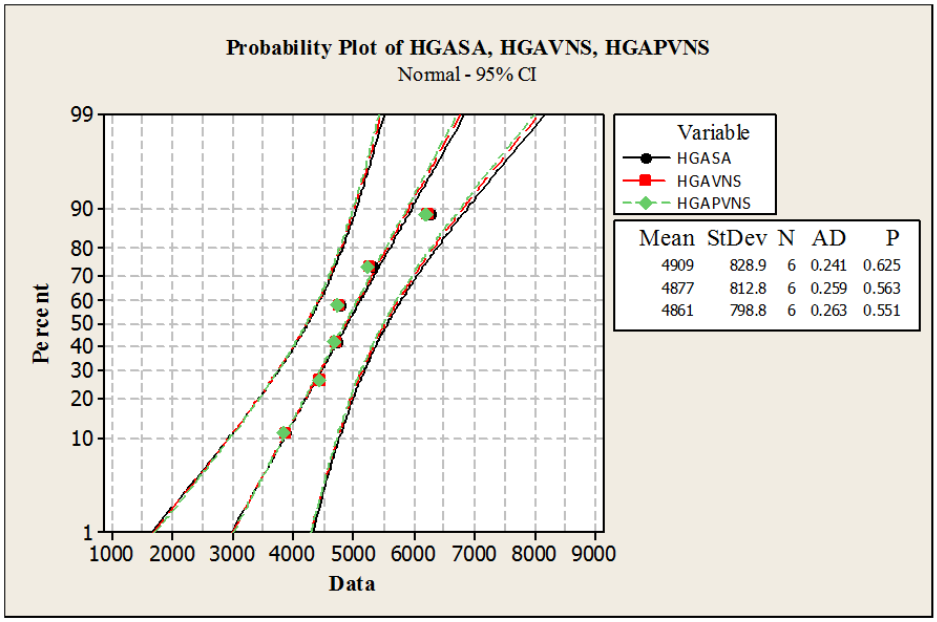

**شکل ۷.** زمان‌های محاسباتی الگوریتم‌های پیشنهادی

طرح بلوکی کامل تصادفی یک آزمون پارامتریک است که به‌منظور بررسی اختلاف میانگین سه یا بیش از سه گروه مستقل، مورداستفاده قرار می‌گیرد. نتایج آنالیز واریانس طرح بلوکی کامل تصادفی برای ابعاد متوسط مساله در جدول ۵ نشان داده‌شده است. در این جدول مقدار P-value الگوریتم‌ها و نمونه‌ها کم‌تر از سطح معناداری ۰/۰۵ است، لذا فرض صفر رد می‌شود. بنابراین می‌توان بیان کرد بین میانگین الگوریتم‌ها و نمونه‌ها اختلاف معناداری وجود دارد. بنابراین از آزمون حداقل اختلاف معنادار فیشر (LSD) جهت بررسی استفاده شده است. نتایج این آزمون در جدول ۶ نشان داده‌شده است. مطابق جدول ۶ مقادیر P-value مقایسه دوبه‌دو الگوریتم‌های HGAPVNS و HGAVNS بیش‌تر از سطح معناداری ۰/۰۵ است. بنابراین می‌توان گفت اختلاف معناداری بین الگوریتم‌های ذکر شده وجود ندارد و از لحاظ عملکرد یکسان هستند. لذا برای مسایل با ابعاد متوسط با توجه به زمان محاسباتی الگوریتم HGAVNS عملکرد بهتری را دارا می‌باشد. هم‌چنین مقادیر P-value مقایسه دوبه‌دو الگوریتم HGASA با سایر الگوریتم‌ها کمتر از سطح معناداری ۰/۰۵ می‌باشد. بنابراین الگوریتم

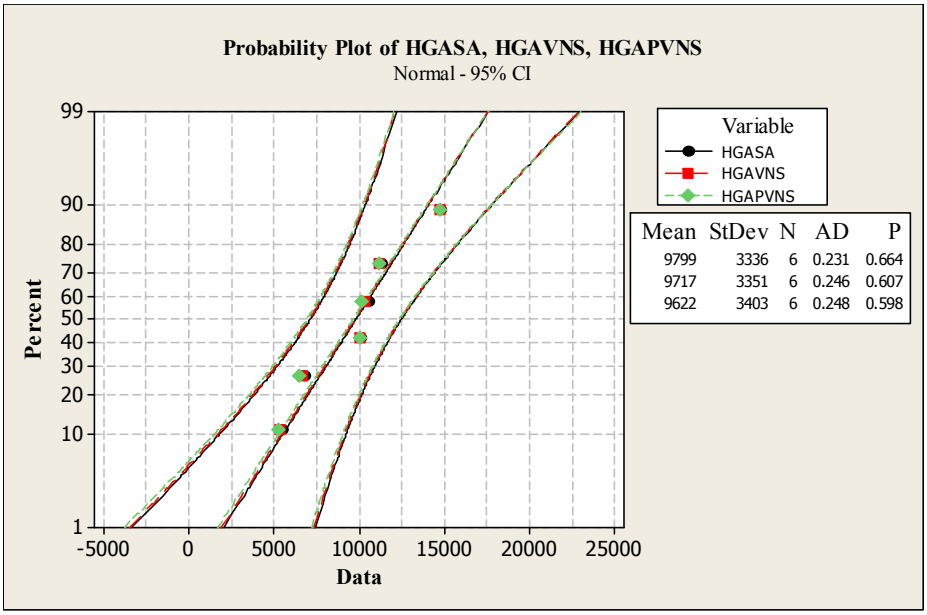


[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

HGASA، از نظر توانایی در رسیدن به جواب بهینه، با سایر الگوریتم‌ها اختلاف معنادار دارد. لذا با توجه به میانگین جواب‌های حاصل از حل، الگوریتم HGASA عملکرد ضعیف‌تری نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارد.




**شکل ۸.** تست نرمال بودن مقادیر الگوریتم‌های پیشنهادی در ابعاد متوسط

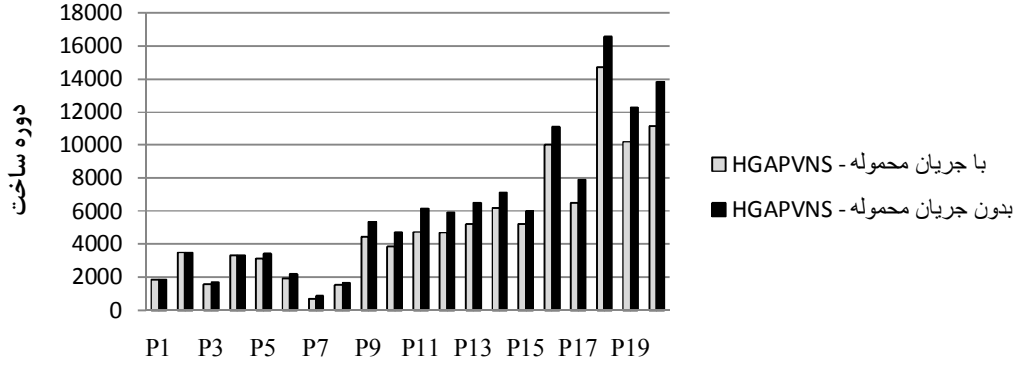



**شکل ۹.** تست نرمال بودن مقادیر الگوریتم‌های پیشنهادی در ابعاد بزرگ



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]




**شکل ۱۰.** زمان‌های محاسباتی الگوریتم HGAPVNS در حالات مختلف مساله

**جدول ۵.** نتایج آنالیز واریانس طرح بلوکی کامل تصادفی برای مسایل با ابعاد متوسط و بزرگ

| | منبع تغییرات | مجموع مربعات | درجه آزادی | میانگین مربعات | F | P-value |
|---|---|---|---|---|---|---|
| متوسط | تیمار | ۷۰۰۸/۳۴۱ | ۲ | ۳۵۰۴/۱۷۱ | ۱۰/۱۴۵ | ۰/۰۰۴ |
| | بلوک | ۹۹۲۵۲۳۶/۸۵۱ | ۵ | ۱۹۸۵۰۴۷/۳۷۰ | ۵۷۴۶/۹۸۸ | ۰/۰۰۰ |
| | خطا | ۳۴۵۴/۰۶۶ | ۱۰ | ۳۴۵/۴۰۷ | | |
| | جمع | ۴۳۸۹۶۱۹۵۳/۸۰۰ | ۱۸ | | | |
| بزرگ | تیمار | ۹۴۸۶۹/۴۶۸ | ۲ | ۴۷۴۳۴/۷۳۴ | ۱۶/۱۰۱ | ۰/۰۰۱ |
| | بلوک | ۱۶۹۶۷۷۹۲۹/۸۳۱ | ۵ | ۳۳۹۳۵۵۸۵/۹۶۶ | ۱۱۵۱۹/۰۰۰ | ۰/۰۰۰ |
| | خطا | ۲۹۴۶۰/۵۳۲ | ۱۰ | ۲۹۴۶/۰۵۳ | | |
| | جمع | ۱۸۶۷۹۲۲۱۶۴/۹۰۰ | ۱۸ | | | |

**جدول ٦.** نتایج آزمون LSD برای مسایل با ابعاد متوسط و بزرگ

| الگوریتم | الگوریتم‌ها | P-value (متوسط) | P-value (بزرگ) |
|---|---|---|---|
| HGASA | HGAVNS | ۰/۰۱۴ | ۰/۰۲۶ |
| | HGAPVNS | ۰/۰۰۱ | ۰/۰۰۰ |
| HGAVNS | HGASA | ۰/۰۱۴ | ۰/۰۲۶ |
| | HGAPVNS | ۰/۱۸۱ | ۰/۰۱۲ |
| HGAPVNS | HGASA | ۰/۰۰۱ | ۰/۰۰۰ |
| | HGAVNS | ۰/۱۸۱ | ۰/۰۱۲ |

نتایج آنالیز واریانس طرح بلوکی کامل تصادفی برای ابعاد بزرگ مساله نیز در جدول ۵ نشان داده‌شده است. در این جدول مقادیر P-value الگوریتم‌ها و نمونه‌ها کم‌تر از سطح معناداری ۰/۰۵ است، لذا فرض صفر رد می‌شود. نتایج آزمون LSD در جدول ۶ گزارش شده است. مقادیر P-value مقایسه دوبه‌دو الگوریتم‌ها، کم‌تر از سطح معناداری ۰/۰۵ است. بنابراین می‌توان گفت اختلاف معناداری در ابعاد بزرگ بین الگوریتم‌ها وجود دارد. بنابراین براساس میانگین و انحراف معیار مقادیر الگوریتم‌ها می‌توان نتیجه گرفت که در ابعاد بزرگ میانگین و انحراف



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

معیار الگوریتم HGAPVNS کم‌تر از سه الگوریتم ترکیبی دیگر است، لذا الگوریتم HGAPVNS عملکرد بهتری نسبت به سایر الگوریتم‌ها را دارا می‌باشد. هم‌چنین با توجه به میانگین و انحراف معیار جواب‌های حاصل از حل، الگوریتم HGASA عملکرد ضعیف‌تری نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارد. از طرفی جهت بررسی تاثیر جریان محموله بر دوره ساخت، نتایج مساله با در نظر گرفتن جریان محموله با نتایج مساله در حالت بدون جریان محموله مورد مقایسه قرار گرفت. در شکل ۱۰ جواب‌های حاصل از حل مساله در حالت‌های مختلف و برتری مساله با در نظر گرفتن جریان محموله به خوبی قابل مشاهده است.

## ۵ نتیجه‌گیری

در این تحقیق مساله تولید کارگاهی همراه با یک مرحله مونتاژ موازی و جریان محموله مورد بررسی قرار گرفت. به‌علت پیچیدگی بالای مساله مورد بررسی از الگوریتم‌های فراابتکاری ترکیبی ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید و جستجوی همسایگی متغیر موازی جهت حل مساله استفاده شد. هم‌چنین جهت بررسی توانایی الگوریتم از تحلیل واریانس طرح بلوک کامل تصادفی استفاده گردید که نتایج نشان داد الگوریتم‌های HGAVNS و HGAPVNS از لحاظ عملکرد در ابعاد متوسط تقریبا یکسان هستند. علاوه‌بر این برای مسایل در ابعاد بزرگ الگوریتم HGAPVNS بهترین عملکرد و الگوریتم HGASA با توجه به میانگین جواب‌های حاصل از حل در ابعاد متوسط و بزرگ مساله عملکرد ضعیف‌تری نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارا می‌باشد. هم‌چنین نتایج الگوریتم HGAPVNS با نتایج الگوریتم در حالت بدون جریان محموله مورد مقایسه قرار گرفت و نشان داده‌شد که استفاده از جریان محموله تاثیر به‌سزایی در کاهش دوره ساخت محصول دارد. محورهای متعددی جهت تحقیقات آتی می‌توان پیشنهاد نمود که از جمله آن‌ها می‌توان به در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی، محدودیت انبارهای میانی، عدم قطعیت و حالت‌های احتمالی برای پارامترهای مساله اشاره کرد. هم‌چنین می‌توان با توسعه الگوریتم‌های فراابتکاری کاراتر و استفاده از روش‌های نمایش جواب موثرتر و ساختار همسایگی‌های بهتر در الگوریتم پیشنهادی، کیفیت جواب‌های حاصل را بهبود داد.

## منابع


[۱۰] دانش‌آموز، ف.، فتاحی، پ.، (۱۳۹۲). ارایه یک الگوریتم برای زمانبندی خط تولید کارگاهی همراه با یک مرحله مونتاژ موازی. پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا همدان.

[۱۱] جباری، م.، فتاحی، پ.، (۱۳۹۲). ارایه یک الگوریتم برای زمانبندی مساله جریان کارگاهی همراه با یک مرحله مونتاژ موازی. پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا همدان.

[۲۰] مرادی، م.، صلاحی، م.، بردسیری، م.، جمالیان، ع.، (۱۳۹۳). یک مدل جدید استوار در طراحی شبکه زنجیره‌ی تأمین تحت عدم قطعیت. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۱(۲)، ۲۵-۹.

[1] Manne, A. S., (1960). On the job shop scheduling problem. Operational Research, 8 (2), 219-223.

[2] Wagner, H., (1959). An integer linear-programming model for machine scheduling. Naval Research logistics Quarterly, 6 (2), 131-140.

[3] Reiter, S., (1966). A system for managing job-shop production. Journal of Business, 39 (3), 371–393.




[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]

[4] Lee, C. Y., Cheng, T. C. E., Lin, B. M. T., (1993). Minimizing the makespan in the 3-machine assembly-type flow shop scheduling problem. Management Science, 39 (5), 616-625.
[5] Fattahi, P., Hosseini, S. M. H., Jolai, F., (2013). A mathematical model and extension algorithm for assembly flexible flow shop scheduling problem. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 65 (5), 787-802.
[6] Al-Anzi, F. S. Allahverdi, A., (2013). An artificial immune system heuristic for two-stage multi-machine assembly scheduling problem to minimize total completion time. Journal of Manufacturing Systems, 32 (4), 825– 830.
[7] Allahverdi, A. Al-Anzi, F. S., (2006). A branch-and-bound algorithm for three-machine flowshop scheduling problem to minimize total completion time with separate setup times. European Journal of Operational Research, 169 (3), 767-780.
[8] Seyedi, I., Maleki-Daronkolaei, A., Kalashi, F., (2012). Tabu search and simulated annealing for new three-stage assembly flow shop scheduling with blocking. Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business, 4 (8), 394-402.
[9] Navaei, J., Fatemi-Ghomi, S. M. T., Jolai, F., Mozdgir, A., (2014). Heuristics for an assembly flow shop with non-identical assembly machines and sequence dependent setup times to minimize sum of holding and delay costs. Computers & Operations Research, 44, 52–65.
[12] Chan, F. T. S., Wong, T. C., Chan, L. Y., (2008). Lot streaming for product assembly in job shop environment. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 24 (3), 321–331.
[13] Chan, F. T. S., Wong, T. C., Chan, L. Y., (2009). An evolutionary algorithm for assembly job shop with part sharing. Computers & Industrial Engineering, 57 (3), 641–651.
[14] Wong, T. C., Chan, F. T. S., Chan, L. Y., (2009). A resource-constrained assembly job shop scheduling problem with Lot Streaming technique. Computers & Industrial Engineering, 57 (3), 983–995.
[15] Wong, T. C., Ngan, S. C., (2013). A comparison of hybrid genetic algorithm and hybrid particle swarm optimization to minimize makespan for assembly job shop. Applied Soft Computing, 13 (3), 1391–1399.
[16] Dauzere-Peres, S., Lasserre, J. B., (1993). An iterative procedure for lot streaming in job-shop scheduling. Computers & Industrial Engineering, 25 (4), 231-234.
[17] Wagner, B. J. Ragatz, G., (1994). The impact of lot splitting on due date performance. Journal of Operations Management, 12 (1), 13-25.
[18] Buscher, U., Shen, L., (2009). An integrated tabu search algorithm for the lot streaming problem in job shops. European Journal of Operational Research, 199 (2), 385-399.
[19] Garey, M. R., Johnson, D. S., Sethi, R., (1976). The Complexity of flow shop and job shop scheduling. Mathematics of Operation Research, 1 (2), 117-129.
[21] Krikpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P., (1983). Optimization by Simulated Annealing. Science, 220 (4598), 671-680.

[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2016.13.3.4.6 ]