مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال شانزدهم، شماره دوم (پیاپی ۶۱)، تابستان ۹۸، ص ص ۱۳۰-۱۱۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

مدل‌سازی طول عمر خستگی چند لایه فلزی الیافی گلر تحت ضربه با سرعت پایین به روش المان محدود

علیرضا صداقت[۱]، مجید علی طاولی[۲*]، ابوالفضل درویزه[۳]، رضا انصاری خلخالی[۴]

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه گیلان، دانشکده مهندسی مکانیک، رشت، ایران
۲- دانشیار، دانشگاه گیلان، دانشکده مهندسی مکانیک، رشت، ایران
۳- استاد، دانشگاه گیلان، دانشکده مهندسی مکانیک، رشت، ایران
۴- استاد، دانشگاه گیلان، دانشکده مهندسی مکانیک، رشت، ایران

رسید مقاله: ۱۰ آذر ۱۳۹۶
پذیرش مقاله: ۲۱ اسفند ۱۳۹۷

چکیده

در این تحقیق، ابتدا با استفاده از روش المان محدود طول عمر خستگی چند لایه فلزی الیافی گلر که تحت ضربه قرار گرفته به‌دست‌آمده و نتایج عددی مدل با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردید و با توجه به تطابق بسیار خوب نتایج عددی و تجربی، با تعمیم و گسترش نتایج حاصل از مدل المان محدود و استفاده از شبکه عصبی چندلایه مدل عددی نتایج استخراج شد و سپس با به‌کارگیری الگوریتم فرا ابتکاری بیش‌ترین طول عمر خستگی گلر در بالاترین حد ضربه با سرعت خیلی پایین تعیین گردید.

کلمات کلیدی: گلر، طول عمر خستگی، شبکه عصبی چند لایه، الگوریتم ژنتیک.

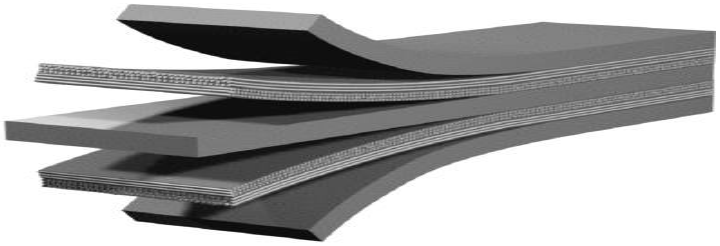
۱ مقدمه

گلر (GLARE) به خانواده چندلایه‌های فلزی- الیافی تعلق دارد که متشکل از لایه‌های متناوب پیش ساخته کامپوزیتی تقویت شده با الیاف شیشه تک جهتی و ورقه‌های آلیاژ آلومینیم ۲۰۲۴ می‌باشد و برای کاربردهای هوانوردی ابداع گردیده‌است. امروزه، گلرها در ۶ درجهٔ استاندارد متفاوت عرضه می‌شودکه در جدول ۱ آورده شده است. شکل ۱ نمای کلی گلر را نشان می‌دهد. گلر در مقایسه با سایر انواع چند لایه‌های فلزی الیافی دارای چسبندگی بهتری مابین الیاف و اپوکسی است [۱] و الیاف شیشه به کار رفته در آن، در برابر بارگذاری فشاری از مقاومت بالایی برخوردارند. در نتیجه، شکستگی فیبر در الیاف شیشه به ندرت در طول بار خستگی، مشاهده گردیده است. سایر محاسن گلر، مقاومت فشاری و کششی بالا، رفتار ضربه مناسب و مقاومت پسماند بالای آن

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: tavoli2000@yahoo.com

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

است [۲]. چسبندگی خوب میان اپوکسی و الیاف شیشه در گلر امکان ساخت الیاف در دو جهت چه به صورت بافته شده و چه متنافر را فراهم می‌سازد.



شکل ۱. چند لایه فلزی الیافی گلر (GLARE)

با در نظر داشتن این مساله، گلر برای برخی بارگذاری‌ها که در آن تنش‌های دو محوری رخ می‌دهد، بسیار مناسب است و به نظر می‌رسد این مشخصه‌ها باعث می‌گردد گلر دارای دامنه کاربرد بالقوهٔ گسترده‌ای باشد [۷-۳].آسیب ناشی از ضربه یکی از موضوعات مهم در سازه‌های هوایی است. ناتوانی در تشخیص آسیب داخلی به لایه‌های کامپوزیتی، که گاهی اوقات از منطقه آسیب دیده فراتر می‌رود، همچنان یک مساله ایمنی مهم است؛ بنابراین، ضروری است که دقت آسیب ضربه داخلی به گلر پیش‌بینی شود. به طور معمول، مکانیک تخریب برای شبیه‌سازی تخریب صفحه مورد استفاده قرار می‌گیرد و مکانیک شکست برای مدل‌سازی صفحه پس از تشکیل آسیب به کار می‌رود. این دو نظریه اصلی با معیار واماندگی و پلاستیسیته برای مطالعه رفتار غیر خطی ترکیب می‌شوند. در مکانیک تخریب پیوسته، هر معادله سازگاری کرنش برای مواد آسیب‌دیده می‌تواند به نحوی مانند مواد سالم باشد با این تفاوت که تنش معمول با تنش موثر جایگزین شده است [۶، ۵]. مکانیک شکست بر اساس نرخ رهاسازی انرژی به طور عمده، امکان پیش‌بینی شروع و رشد ورقه ورقه شدن را دارد. با وجود این چارچوب های کلی، هیچ مدلی عمومی برای شبیه‌سازی مکانیک ضربه گلروجود ندارد. در این زمینه، تعداد زیادی از شبیه‌سازی‌های عددی توسعه یافته‌اند. الگوی ضربه مناسب را می‌توان تنها در صورتی برای گلر توسعه داد که نقش ویژه و اساسی مواد تشکیل دهنده در واکنش ضربه و ویژگی جذب انرژی تعیین شده باشد. در گلرها، انتشار ترک خستگی را می‌توان به دو مکانیزم اصلی تقسیم کرد: انتشار ترک در لایه‌های فلزی و لایه لایه شدن در فصل مشترک الیاف فلز.

در واقعیت هر دو این مکانیزم‌ها تعادلی را تشکیل می‌دهند که فرایند کوپل (جفت یا ترکیب شدن) نامیده می‌شوند. رشد ترک خستگی در گلرها را می‌توان با مکانیزم شکست الاستیک خطی (LEFM) توصیف کرد. این تئوری بیان می‌کند که نظیر فلزها سرعت رشد ترک در گلرها مربوط به ضریب تمرکز تنش نوک ترک می‌باشد،؛ اما نه به این سادگی؛ زیرا در گلرها ضریب تمرکز تنش نوک ترک از پدیده پل زنی از الیاف تأثیر می‌پذیرد که خود این پدیده از لایه لایه شدن در فصل مشترک الیاف- فلز نشأت می‌گیرد. زمانی که ترک‌های لایه‌های فلز شروع به رشد می‌کنند، الیاف در شیار ترک دست‌نخورده باقی‌می‌مانند. این الیاف مسیری از انتقال بار

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

روی ترک ایجاد می‌کنند و از باز شدن ترک جلوگیری می‌کنند. در نتیجه نیروی کم‌تری از اطراف نوک ترک در لایه‌های فلزی منتقل می‌شود که باعث کاهش ضریب تمرکز تنش نوک ترک می‌گردد [۱۲-۷]. با توجه به الگوریتم‌های فرا ابتکاری موجود، شبکه عصبی چند لایه پرسپترون به دلیل سرعت آموزش‌پذیری بالا و امکان تقریب زدن نتایج غیرخطی برای مدل‌سازی انتخاب شده است. الگوریتم ژنتیک یک روش کلی بهینه‌سازیست که از تکامل ژنتیکی به عنوان یک الگوی حل مسأله استفاده می‌کند. مسأله‌ای که باید حل شود، ورودی است و راه حل‌ها طبق یک الگو کدگذاری می‌شوند و متریک که تابع برازندگی نامیده می‌شود هر راه حل کاندید را به طور تصادفی انتخاب و ارزیابی می‌کند. در ادامه توضیحی در مورد شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک ارایه خواهد شد [۱۶-۱۳].

جدول ۱. درجات تجاری گلر (GLARE)

درجه بندی	زیرمجموعه	نوع فلز	ضخامت فلز (mm)	لایه الیاف (mm)	جهت گیری پیش آغشته در هر لایه الیاف ($^{\circ}$)	مشخصات
گلر (۱)	–	۷۴۷۵-T۷۶۱	۰/۳-۰/۴	۰/۲۶۶	۰ / ۰	خستگی، استحکام، تنش بازده
گلر (۲)	گلر ۲A	۲۰۲۴-T۳	۰/۲-۰/۵	۰/۲۶۶	۰ / ۰	خستگی، استحکام
	گلر ۲B	۲۰۲۴-T۳	۰/۲-۰/۵	۰/۲۶۶	۹۰ / ۹۰	خستگی، استحکام
گلر (۳)	–	۲۰۲۴-T۳	۰/۲-۰/۵	۰/۲۶۶	۰ / ۹۰	خستگی، ضربه
گلر (۴)	گلر ۴A	۲۰۲۴-T۳	۰/۲-۰/۵	۰/۲۶۶	۰ / ۹۰ / ۰	خستگی، استحکام در جهت $^{\circ}$۰
	گلر ۴B	۲۰۲۴-T۳	۰/۲-۰/۵	۰/۲۶۶	۹۰ / ۰ / ۹۰	خستگی، استحکام در جهت $^{\circ}$۹۰
گلر (۵)	–	۲۰۲۴-T۳	۰/۲-۰/۵	۰/۲۶۶	۰ / ۹۰ / ۹۰ / ۰	ضربه، برش، خواص خارج محوری
گلر (۶)	گلر ۶A	۲۰۲۴-T۳	۰/۲-۰/۵	۰/۲۶۶	+۴۵ / -۴۵	برش، خواص خارج محوری
	گلر ۶B	۲۰۲۴-T۳	۰/۲-۰/۵	۰/۲۶۶	-۴۵ / +۴۵	برش، خواص خارج محوری

۲ شبکه عصبی چند لایه

نخستین توصیف الگوریتم[1] BP توسط پاول وربز در سال (۱۹۷۴) و در رساله دکترایش مطرح شد. در این رساله الگوریتم BP تحت مفهوم شبکه‌های عمومی ارایه شد. این الگوریتم در دنیای شبکه‌های عصبی ظاهر نشد تا اینکه در اواسط دهه هشتاد الگورتیم BP به طور مستقل توسط راملهارت، هینتون و ویلیامز در سال ۱۹۸۶ و دیوید پارکر و بیان لی چون در سال (۱۹۸۵) دوباره مطرح و در دنیای شبکه عصبی معروف گردید. از BP برای آموزشی شبکه‌های عصبی چند لایه پیش خور که عموماً شبکه‌های چند لایه پرسپترون را (MLP) هم نامیده می‌شود، استفاده می‌گردد. الگوریتم پس انتشار خطا از دو مسیر اصلی تشکیل می‌شود. مسیر اول: به مسیر رفت موسوم است. که در آن بردار ورودی به شبکه MLP اعمال می‌شود و تأثیراتش از طریق لایه پنهان به لایه خروجی منتشر می‌شود و بردار خروجی ارایه شده در لایه خروجی پاسخ واقعی شبکه MLP را تشکیل می‌دهد. مسیر دوم، به مسیر برگشت موسوم است. در این مسیر برخلاف مسیر رفت پارامترهای شبکه MLP تغییر و تنظیم

[1] Back-propagation

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

می‌گردد. این تنظیم بر طبق قانون اصلاح خطا صورت می‌گیرد و سیگنال خطا در لایه خروجی شبکه تشکیل می‌گردد. بردار خطا برابر با اختلاف بین پاسخ مطلوب و پاسخ واقعی شبکه است. مقدار خطا پس از محاسبه، در مسیر برگشت از لایه خروجی و ازطریق لایه‌های شبکه در کلیه شبکه توزیع می‌گردد. چون این توزیع برخلاف مسیر ارتباطات اوزان سیناپسی است کلمه پس انتشار خطا برای این الگوریتم انتخاب شده است. یکی از مشکلاتی که در حین آموزش شبکه‌های عصبی با آن مواجه هستیم، انطباق بیش از حد می‌باشد. این بدان معنا است که میزان خطای آموزش شبکه بسیار پایین است؛ ولی میزان خطا برای داده‌های آزمایش بالا می‌باشد و شبکه نمونه داده‌های آموزش را حفظ کرده و قدرت تعمیم را برای داده‌های جدید ندارد. برای رفع این مشکل، داده‌ها را به سه دسته داده‌های آموزش و اعتبار سنجی و آزمایش تقسیم می‌کنیم [۱۷]. در ادامه الگوریتم نیز پارامترهای شبکه طوری تنظیم می‌شود که پاسخ واقعی شبکه هر چه بیش‌تر به سمت پاسخ مطلوب نزدیک‌تر شود [۱۸].

الگوهای ورودی متناهی $\left(۱\le k\le K\right)$, $x_۱\left(k\right),x_۲\left(k\right),...,x_n\left(k\right)\in R$ داده شده و الگوهای ورودی مطلوب نیز عبارتست از : $d_۱\left(k\right),d_۲\left(k\right),...,d_m\left(k\right)\in r$

مرحله ۱: انتخاب تعداد کلی لایه‌ها M، تعداد $n_i\left(۱,۲,..,n\right)$ نورون در هر لایه پنهان و پارامتر تلورانس خطا $\varepsilon>۰$

مرحله ۲: به صورت تصادفی مقادیر اولیه بردار وزن‌ها $W_{aj}^{(i)}$ برای $i=۱,۲,...,m$ و $j=۱,۲,...,n$ انتخاب می‌شوند.

مرحله ۳: ابتدا قرار می‌دهیم:

$$W_{aj}^{(i)}\leftarrow W_{aj}^{(i)}\left(۰\right),\ E\leftarrow ۰\ ,\ K\leftarrow ۱$$

مرحله ۴: محاسبه خروجی‌های عصب

$$\begin{cases}S_j^{(i)}=\left(W_{aj}^{(i)}\right)^T x_a^{(i-۱)}\\ x_j^{(i)}=\sigma\left(S_j^{(i)}\right)\end{cases}$$

برای $i=۱,۲,...,m$ و $j=۱,۲,...,n$

مرحله ۵، محاسبه خطای خروجی $e_j=d_j-x_j^{(M)}$ برای $j=۱,۲,...,m$.

مرحله ۶: محاسبه دلتاهای خروجی $\partial_j^{(M)}e_j\sigma'\left(S_j^{(M)}\right)$

مرحله ۷: محاسبه خطاهای انتشار برای نورون‌های پنهان به صورت بازگشتی

$$e_j^{(i)}=\sum_{\ell=۱}^{n_{i+۱}}S_\ell^{(i+۱)}W_{\ell j}^{(i+۱)}$$

برای لایه‌های $M-۲$ ، $M-۱$ و به همین ترتیب به صورت بازگشتی

مرحله ۸ : محاسبه مقادیر دلتای نورون‌های پنهان به صورت بازگشتی

$$\delta_j^{(i)}=e_j^{(i)}\sigma'\left(S_j^{(i)}\right)$$

مرحله ۹: به روزرسانی بردارهای وزن

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

$$w_{aj}^{(i)} = w_{aj}^{(i)} + \eta \delta_j^{(i)} x_a^{(i-1)}$$

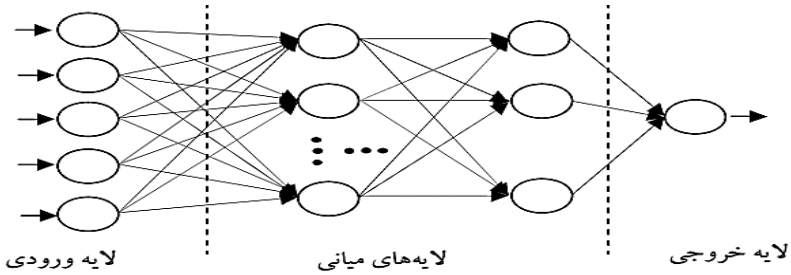
مرحله ۱۰: محاسبه تابع خطا

$$E = E + \frac{1}{K} \sum_{j=1}^{m} e_j^2$$

مرحله ۱۱: وقتی که $k = k$ به مرحله ۱۲ بروید و غیر از آن $k \leftarrow k + 1$ و به مرحله ۴ برو.

مرحله ۱۲: اگر $E \leq e$ آنگاه به مرحله ۱۳ برو و در غیر این صورت به مرحله ۳ برو.

مرحله ۱۳: یادگیری، وزن‌های خروجی کامل شده‌ای ارایه می‌کند.



شکل ۲. مدل شبکه عصبی مورد استفاده در این تحقیق [۱۹]

۳ بهینه‌سازی با کمک الگوریتم ژنتیک

در اکثر مسایل بهینه‌سازی مهندسی، بهینه‌سازی بیش از یک تابع هدف برای طراحان دارای اهمیت است و معمولاً چند تابع هدف که در تضاد یا ناهمسویی با یکدیگر هستند باید به طور همزمان توسط طراح بهینه شوند. در این گونه مسایل بر خلاف مسایل تک‌هدفی که تنها یک نقطه اکسترمم برای مسأله وجود دارد، مجموعه‌ای از بردارهای طراحی به‌عنوان جواب به‌دست می‌آیند که اصطلاحاً نقاط پارتو خوانده می‌شوند و طراح بر اساس نیاز خود یکی از این نقاط را به‌عنوان جواب بهینه برمی‌گزیند. اصطلاح پارتو از نام اقتصاددان معروف ایتالیائی ویلفردو پارتو(V.Pareto) برگرفته شده است کسی که اولین بار نظریه بهینه‌سازی چند تابع هدفی را در اقتصاد بنیان‌گذاری کرد بر گرفته شده است [۲۰]. راه حل دیگر آن است که با رویکرد مستقیم با روش ترکیب احتمال سریع با بررسی نتایج نمایش مستقیم از طریق رمزگشایی نمایش غیرمستقیم به حل مسایل این چنینی پرداخت [۲۱].

صورت استاندارد مسایل بهینه‌سازی چندهدفی به صورت زیر است:

$$\text{Find } X = [x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*]^T \in R^n$$

$$\text{To Optimize } f(X) = [f_1(X), f_2(X), ..., f_m(X)]^T \in R^m$$

$$\text{subject to} = \begin{cases} g_i(X) \leq 0 & , \quad (i = 1, 2, ..., p) \\ h_j(X) = 0 & , \quad (j = 1, 2, ..., q) \end{cases}$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

که X بردار متغیرهای تصمیم‌گیری F بردار توابع هدف، g قیود نامساوی و h قیود مساوی مساله می‌باشند. بدون اینکه از عمومیت مساله کاسته شود، فرض می‌کنیم که همه بردارهای هدف باید مینیمم شوند. این مساله مینیمم‌سازی چندهدفی که تحت عنوان مسایل پارتو دسته‌بندی می‌شود، با تعاریف زیر شناخته می‌شود [۲۲، ۲۳]:

- ✓ غلبه پارتویی:

بردار $U=[u_1,u_2,...,u_n]$ بر بردار $V=[v_1,v_2,...,v_n]$ غلبه پارتویی می‌یابد ($U \prec V$) اگر و فقط اگر

$$\forall i \in \{1,2,...,k\}, u_i \le v_i \wedge \exists j \in \{1,2,...,k\}: u_i < vj$$

- ✓ بهینگی پارتویی:

یک نقطه $X^* \in \Omega$ (Ω ناحیه قابل قبول طراحی است که معادلات ۲۲ و ۲۳ را اغنا می‌کند) را نقطه بهینه پارتویی گویند اگرهیچ نقطه دیگری از Ω بر آن غلبه پارتویی نیابد.

$$\forall X \in \Omega, X \ne X^*, \exists i \in \{1,2,..k\}: f_i(X^*) < f_i(X)$$

- ✓ مجموعه پارتو:

در مسایل بهینه‌سازی چندهدفی، یک مجموعه پارتو (P^*) حاوی تمامی بردارهای بهینه پارتویی است.

$$P^* = \{X \in \Omega \mid \nexists X' \in \Omega : F(X') \prec F(X)\}$$

- ✓ جبهه‌ی پارتو:

در یک مساله بهینه‌سازی چندهدفی جبهه‌ی پارتوی PT^* مجموعه‌ای از بردارهای توابع هدف است که با استفاده از بردارهای متغیرهای طراحی از مجموعه‌ی پارتوی P^* به‌دست‌آمده‌است. به عبارت دیگر جبهه‌ی پارتوی PT^* مجموعه‌ای از بردارهای توابع هدف است که از P^* نگاشت شده‌است.

$$PT^* = \{F(X) = (f_1(X), f_2(X), ..., f_k(X)) : X \in P^*\}$$

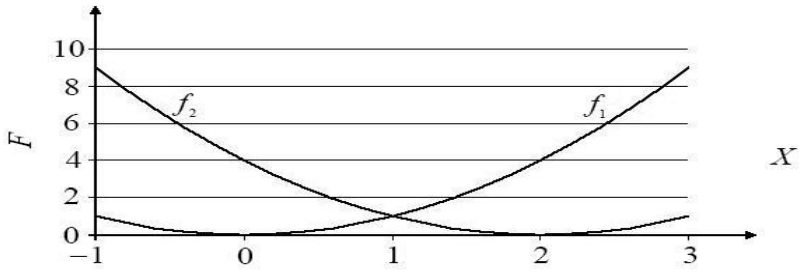
برای درک بهتر مسایل بهینه‌سازی، مسأله زیر را بررسی می‌کنیم. در این مسأله هدف یافتن مینیمم دو تابع هدف f_1 و f_2 در بازه [۲، ۰] است.

$$Min: \quad f_1(x) = x^2$$
$$Min: \quad f_2(x) = (x-2)^2$$

در شکل دو تابع هدف نمایش داده‌شده‌است. نقطه $x=0$ نقطه طراحی بهینه برای تابع f_1 و نقطه $x=2$ نقطه طراحی بهینه برای تابع f_2 است. نقطه طراحی $x=0$ نقطه خوبی برای تابع f_2 نیست و عکس این موضوع برای نقطه $x=2$ نیز صادق است. در فاصله بین صفر تا ۲ نقاط طراحی هیچ برتری نسبت به هم ندارند؛ یعنی با کاهش یکی از توابع هدف، تابع هدف دیگر افزایش می‌یابد؛ بنابراین تمام نقاط بین نقاط صفر و دو به‌عنوان نقاط پارتو می‌باشند؛ ولی نقاط خارج از این بازه به‌عنوان مثال نقطه $x=3$، نسبت به این نقاط برتری ندارد و نقاط بازه صفر تا ۲ این نقطه را حذف می‌کند.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]



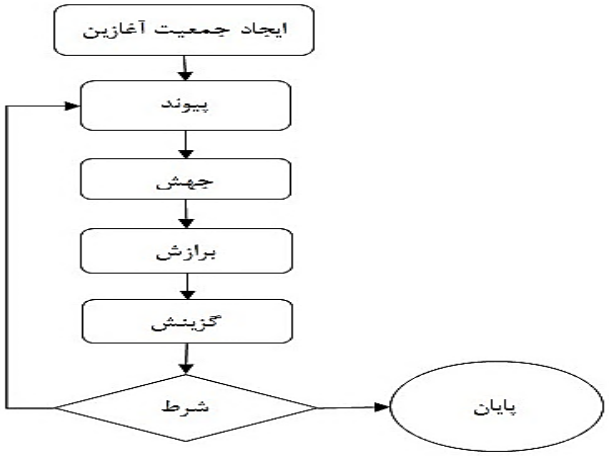
شکل ۳. دو تابع هدف f_1 و f_2 برای بهینه‌سازی چندهدفی

الگوریتم ژنتیک هر مسأله‌ی بهگزینی را به سان یک مسأله تکامل می‌نگرد. این الگوریتم برای یافتن مقدار بهینه پارامترها، دسته‌ای را از مقادیر ممکن برای آن‌ها برمی‌گزیند؛ سپس با انجام فرآیند تکامل بر روی این جمعیت، کم کم آن‌ها را طوری تغییر می‌دهد که به مقدار بهینه برسد. الگوریتم ژنتیک در آغاز کار به یک جمعیت آغازین نیاز دارد. این الگوریتم با تغییر ژنتیک کرموزوم‌های این جمعیت آغازین آن را طوری تکامل می‌بخشد که با ایجاد نسل‌های نوین، رفته رفته پاسخ پرسش بهگزینی را بیابد. این الگوریتم برای تکامل این جمعیت سه کار اساسی را شبیه‌سازی می‌کند: پیوند، جهش و گزینش.

در پیوند، از برآیند دو کروموزوم والد، یک کروموزوم فرزند به‌وجود می‌آید. بدین ترتیب که برخی از ژن‌های دو کروموزوم برگزیده به جای هم می‌نشینند. پیوند روش‌های گوناگونی دارد، مانند پیوند تک نقطه‌ای یا پیوند چند نقطه‌ای. این نقطه‌های پیوند را به‌کمک اعداد تصادفی ایجاد می‌کنند. در جهش، برخی از ژن‌هایی که به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، تغییری تصادفی خواهند داشت. مثلا در رمزبندی دودویی احتمالا صفرها به یک و یک‌ها به صفر تبدیل می‌شوند. بدین ترتیب جمعیت آغازین تغییر می‌کند و جمعیت نوینی به‌دست می‌آیند. این جمعیت نوین، فرزندان هستند. در گزینش، یک دسته از کروموزوم‌ها بر اساس برازندگی خود و نیز به کمک اعداد تصادفی، از جمعیت پیشین خود برگزیده می‌شوند. برازنده‌ترین کروموزم بخت بیش‌تری برای بقا در نسل آینده دارد. جمعیت برگزیده جای والدین را می‌گیرند. گزینش روش‌های گوناگونی دارد. در الگوریتم ژنتیکی به‌کاررفته در این تحقیق از روش گردونه بخت استفاده شده است. مراحل پیوند، جهش، برازش و گزینش از مراحل عمومی همه‌ی الگوریتم‌های ژنتیکی می‌باشند. در شکل ۴ روند اجرای الگوریتم ژنتیک را مشاهده می‌نمایید.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]



شکل ٤. روند اجرای الگوریتم ژنتیک

روش‌های مختلفی در حل مسایل بهینه‌سازی وجود دارند که هر کدام نقاط ضعف و قوت خاصی دارند که در این پژوهش از روش ضرایب وزنی استفاده شده است. یکی از ساده‌ترین روش‌ها در حل مسایل بهینه‌سازی روش ضرایب وزنی است. در این روش توابع هدف موجود در مسأله با استفاده از ضرایب وزنی با همدیگر ترکیب شده و تابع هدف نهایی را تشکیل می‌دهند. مقدار ضریب وزنی هر تابع هدف بستگی به اهمیت آن تابع هدف دارد، توابع هدف با اهمیت بیش‌تر ضرایب وزنی بزرگ‌تری را به خود اختصاص می‌دهند [۲۳،۲۲]. این روش مسأله بهینه‌سازی چندهدفی را به مسأله بهینه‌سازی تک‌هدفی تبدیل می‌کند. تابع هدف مسأله بدین صورت تعریف می‌شود:

$$f(X)=\sum_{i=1}^{k} w_i \; f_i(x)$$

$$\sum_{i=1}^{k} w_i = 1$$

نکته حایز اهمیت در این روش این است که نقطه جواب به‌دست‌آمده بر اساس مقدار ضرایب وزنی، یکی از نقاط منحنی پارتواست؛ بنابراین با تغییر ضرایب وزنی، می‌توان در هر اجرا یک نقطه از منحنی پارتو را به‌دست آورد [۲۳].

٤ مواد و روش‌ها

در این مقاله ابتدا مراکز مدل ضربه و خستگی با استفاده از شبیه‌سازی توسط تست ضربه و تست خستگی پس از ضربه تحلیل شده و مدل جدید با توجه به توافق خوب بین نتایج تجربی و عددی مدل‌سازی شد؛ سپس مدل‌هایی که با استفاده از مدل‌سازی در نرم افزار Abaqus به‌دست آمدند در شبکه عصبی چهار لایه پرسپترون مورد استفاده قرار گرفتند و مدل عددی برای نتایج آن به‌دست آمدند. در مرحله بعد نتایج عددی به‌دست آمده از شبکه عصبی برای بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک مورد استفاده قرار گرفتند تا چیدمان سه لایه‌ای گلر با هدف حداکثر

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

طول عمر در حداکثر ضربه با سرعت پایین به‌دست آید. در این بخش روش انجام آزمایش‌ها به ترتیب شرح داده خواهد شد.

٤-١ قطعات

گلر۵ ۲/۱، که شامل دو لایه آلومینیوم ۲۰۲۴- تی۳ و یک لایه کامپوزیت شیشه/اپوکسی با چیدمان [۰/۹۰/۹۰/۰] ساخته شد. ضخامت لایه آلومینیوم ۰/۴ میلی متر و ضخامت لایه کامپوزیت ۲/۲ میلیمتر و ضخامت کل برابر ۳ میلیمتر است.

٤-٢ تست ضربه

تست ضربه با سرعت پایین با استفاده از دستگاه ضربه سقوطی با سرعت ۱/۸۷ تا ۲/۳۹ متر بر ثانیه انجام شد (شکل ۵). پس از ضربه اولیه سیستم ترمز پنوماتیکی فعال شده و مانع برخورد مجدد ضربه زننده به قطعه می‌شد. قطعه مابین دو صفحه فولادی با ابعاد ۲۲۵×۷۵ میلیمتر مربع گیردار گردید. مرکز این دو صفحه فولادی یک سوراخ دایره‌ای به قطر ۳۰ میلیمتر داشت. ضربه زننده یک شبه کره فولادی به قطر ۱۰ میلیمتر و وزن ۶/۲۹ کیلوگرم بود.



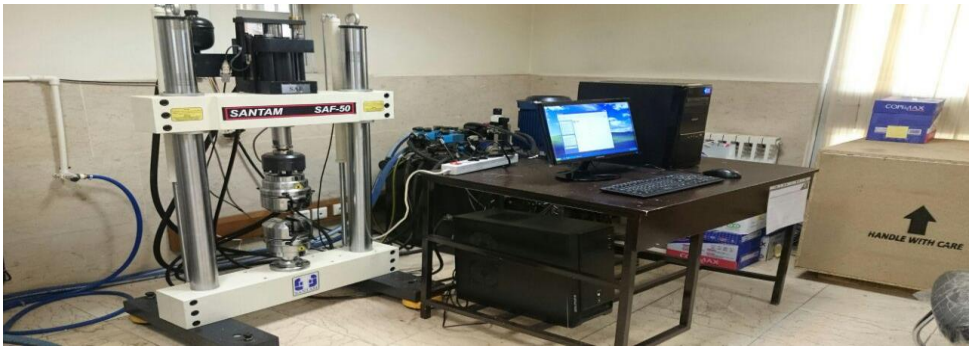
شکل ۵. دستگاه تست ضربه

٤-٣ تست خستگی پس از ضربه

تست خستگی کشش- کشش[۲۴، ۲۵] با استفاده از دستگاه سنتام SAF۵۰ در پنج سطح ۱۷۵، ۲۳۲، ۲۹۱ و ۳۴۹ مگا پاسکال در نسبت تنش R=۰/۱ و فرکانس ۱۰ هرتز انجام شد (شکل ۶).

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]



شکل٦. دستگاه تست خستگی

۵ مدل‌سازی

۵-۱ مدل‌سازی المان محدود

مدل‌سازی عددی با استفاده از نرم افزار Abaqus/explicit جهت ارزیابی آسیب ناشی از ضربه به قطعات گلر انجام گرفت. المان شش وجهی جامد C3D8R برای لایه‌های آلومینیوم استفاده شد. خواص ایزوتروپیک الاستیک- پلاستیک آلومینیوم با استفاده از مدل پلاستیسیته ایزوتروپیک موجود در نرم افزار Abaqus، مدل-سازی گردید. المان شش وجهی پوسته پیوسته C3D8R که دارای هشت گره و سه درجه آزادی برای لایه‌های کامپوزیتی شیشه/ اپوکسی در نظر گرفته شده است. به دلیل وجود تخریب اضافی (excessive distortion) المان‌ها از روش enhanced stiffness relaxation برای کنترل پدیده hourglassing استفاده شده است. از معیار هشین (Hashin) برای مدل‌سازی آسیب پیشرونده بین لایه‌ای کامپوزیت در اثر ضربه که در نرم افزار تعبیه شده، بهره گرفته شده است. پیوند چسب مابین لایه‌های شیشه/ اپوکسی و ورق‌های آلومینیوم با استفاده از قانون چسبندگی نیروی کششی – نیروی جدایش (traction- separation cohesive law) در Abaqus جهت تحلیل پاسخ مکانیکی چسب تحت بارگذاری ضربه‌ای مدل‌سازی گردید. ضخامت لایه چسب در این آنالیز قابل صرف نظر کردن است و بنابراین از روش ارتباط سطح مبنای چسبنده (surface-based cohesive contact) برای مدل‌سازی لایه لایه شدن استفاده شده است [۲۶-۳۲].

۵-۲ طراحی مدل عددی

از ۶۴ مورد شبیه‌سازی با استفاده از آباکوس که در جدول ۲ آمده است، استفاده گردید. برای طراحی از سه متغیر استفاده شده است. متغیرهای طراحی جایگاه قرارگیری انواع گلرها می‌باشند. هر جایگاه می‌تواند یکی از انواع پنجگانه گلر را در اختیار داشته باشد. مقادیر صفر در جدول متغیرهای طراحی به معنای وجود نداشتن هیچ گلر در آن جایگاه است. از روش تاگوچی برای طراحی مدل استفاده شده است. طراحی مدل با استفاده ماکزیمم انرژی برخورد و ماکسیمم تنش خستگی اعمالی صورت گرفته است.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

جدول۲. نتایج شبیه‌سازی المان محدود جهت استفاده برای ایجاد مدل عددی

طول عمر	لایه سوم	لایه دوم	لایه اول
۷۹۰۰	۱	۰	۱
۷۰۰۰	۳	۲	۲
۸٤۰۰	۲	٤	۳
۸۰۰۰	٤	۱	٤
۹۳۰۰	۰	۲	۱
۸٦۰۰	۳	٤	۲
۸۳۰۰	۲	۱	۳
۸۳۰۰	٤	۳	٤
۱۱۰۰۰	۱	٥	٥
٥۳۰۰	٤	۰	۱
۸۲۰۰	۲	۲	۲
۸۰۰۰	٥	٤	۳
۸۳۰۰	۰	۱	٤
۱۰۹۰۰	۳	۳	٥
٤۹۰۰	۱	٤	۰
٦۸۰۰	٤	۲	۱
۸۹۰۰	۱	۳	۲
۱۰۰۰۰	۳	٥	۳
۷٦۰۰	۲	۰	٤
٦۱۰۰	٥	۲	۰
۸۲۰۰	۱	۳	۱
۷۸۰۰	۳	۱	۲
۷۳۰۰	۲	۲	۳
۱۱۹۰۰	٤	٤	٤
٦۹۰۰	۱	۱	۰
۹۰۰۰	٤	۳	۱
۸۱۰۰	۲	٥	۲
۹۰۰۰	٥	۰	۳
۹٤۰۰	۰	۲	٤

طول عمر	لایه سوم	لایه دوم	لایه اول
٦۷۰۰	۳	۲	۱
۸۹۰۰	۱	۳	۲
۸۰۰۰	٤	۱	۳
۸۰۰۰	۱	۲	٤
۷۲۰۰	۳	٤	۰
٦۸۰۰	۲	۱	۱
۹۲۰۰	٤	۳	۲
٥٦۰۰	۰	٤	۳
۸۲۰۰	۳	۰	٤
٦۰۰۰	۲	۲	۰
۷٦۰۰	٤	٤	۱
۹۰۰۰	۱	۱	۲
٦٤۰۰	۳	۲	۳
۱۱۳۰۰	۲	٤	٤
۸۰۰۰	٥	۱	۱
۷۷۰۰	۰	۳	۲
۱۰۰۰۰	۳	٥	۳
۸٤۰۰	۱	۰	٤
۹۲۰۰	٤	۲	٥
٥۲۰۰	۱	٤	۱
۷۸۰۰	۳	۱	۲
۹۲۰۰	۲	۳	۳
۱۰۰۰۰	٥	٤	٤
۷۸۰۰	۰	۱	٥
۹۱۰۰	۳	۳	۰
۸۰۰۰	۲	٥	۱
۷۹۰۰	٤	۰	۲
۸۸۰۰	۱	۲	۳
۸۳۰۰	٤	۳	٤
٦۲۰۰	۲	۱	۰
۷۹۰۰	٥	۲	۱
٤۷۰۰	۰	٤	۲
۷۸۰۰	۳	۱	۳
۱۰٥۰۰	۱	۳	٤

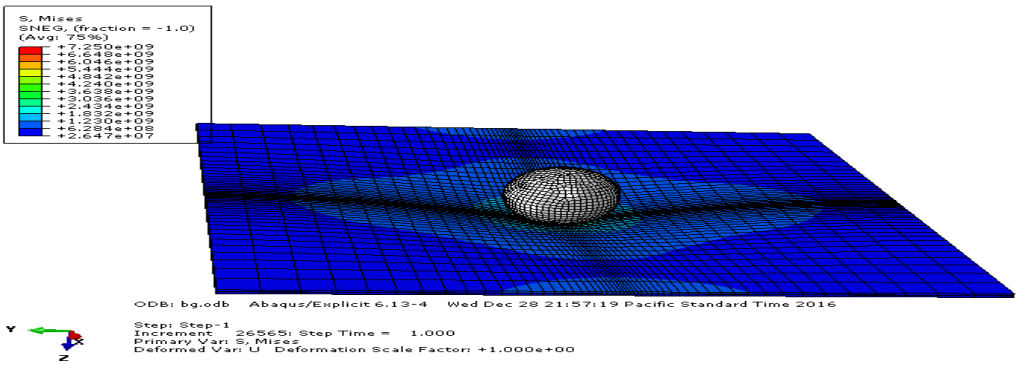
٦ نتایج

٦-۱ ارزیابی مدل المان محدود

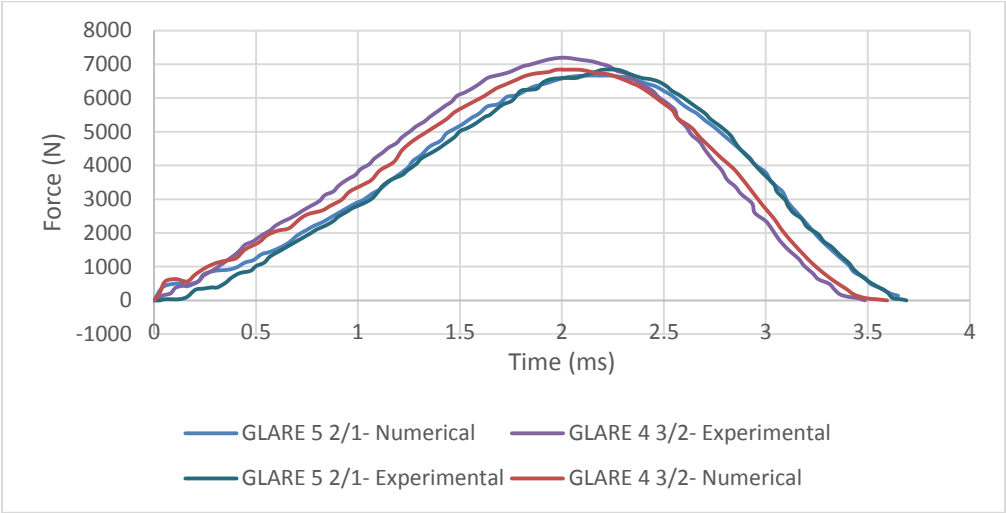
مجموعه‌ای از آزمایش‌ها ضربه با سرعت پایین جهت ارزیابی تغییر شکل و پاسخ تخریب گلر انجام شده است. مطالعه مقایسه‌ای با استفاده از نتایج آزمایش‌های انجام شده برای گلر ۵ ۲/۱ جهت ارزیابی پیش‌بینی‌های مدل انجام شده است. یک قطعه با ابعاد ۲۰۰×۵۰ میلیمتر مربعی از گلر با استفاده از دو ورق فولادی گیردار شده است. از یک ضربه‌زننده کروی فولادی با قطر ۱۰ میلیمتر با جرم ۶/۲۹ کیلوگرم جهت انجام ضربه با انرژی‌های مابین ۱۰ تا ۳۰ ژول بهره گرفته شده است. مقایسه میان پیش بینی مدل در تاریخچه زمانی تماس برای گلر ۵ ۲/۱ تحت ضربه توافق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد که در شکل‌های ۷ تا ۹ آورده شده است.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

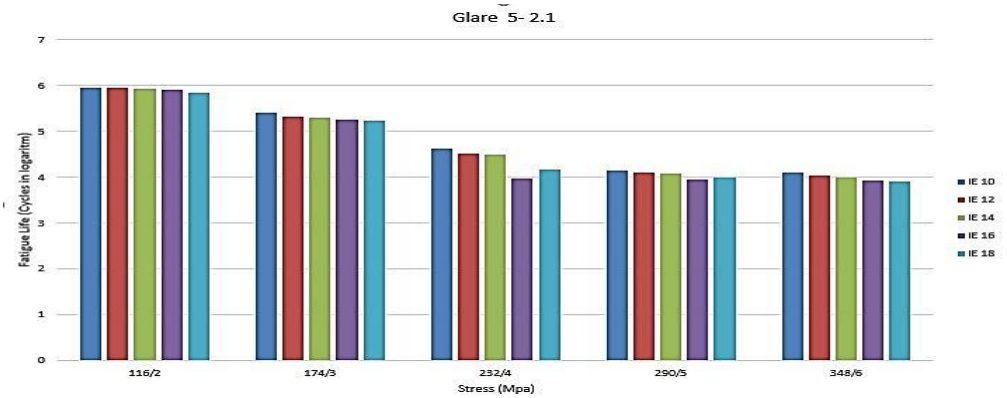
[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]



شکل ۷. مدل‌سازی اجزاء محدود نمای کامل



شکل ۸. مقایسه نتایج عددی و تجربی تاریخچه نیرو – زمان برای گلر ۱/۲ ۵ و ۲/۳ ۴ تحت ضربه با انرژی ۱۸ ژول



شکل۹. نتایج خستگی پس از ضربه برای گلر۵ ۱/۲

همان‌طور که در شکل ۷ دیده می‌شود با توجه به پیش‌بینی این مسأله که تمرکز تنش در محل برخورد بالاتر است، از مش بندی درجه بندی شده استفاده گردیده تا در محل برخورد پرتابه با سطح گلز، تحلیل دینامیکی دقیق‌تری به دست آید. پس از برخورد پرتابه با گلر مقادیر نیرو در المان‌های مرکزی به شدت افزایش پیدا کرده و به حد ماکزیمم می‌رسند و این حد ماکزیمم زمانی اتفاق می‌افتد که گلر به حداکثر خیز خود رسیده است و پس

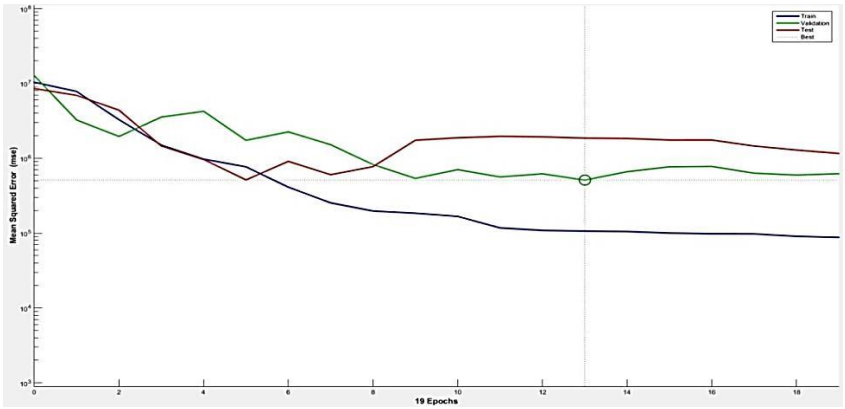
[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

از آن پرتابه شروع به جدایی از سطح گلر نموده و نیرو رو به کاهش می‌گذارد تا به صفر؛ یعنی جدایی کامل می‌رسد (شکل۸). همان‌طور که در شکل ۹ مشخص شده، با افزایش سطح انرژی برخورد، برای یک تنش خستگی کشش- کشش معین، طول عمر گلر کاهش یافته و همچنین برای یک انرژی برخورد مشخص با کاهش سطح تنش خستگی کشش- کشش، طول عمر افزایش می‌یابد.

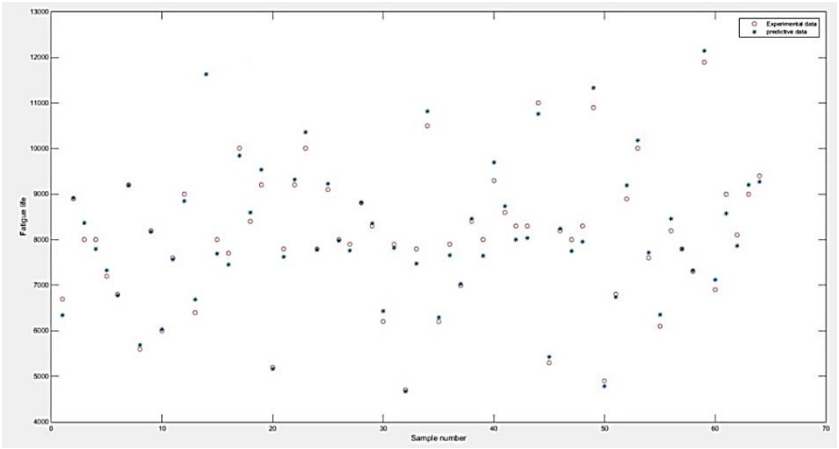
٦-٢ نتایج مدل‌سازی عددی شبکه عصبی

برای مدل‌سازی عددی از شبکه عصبی MLP چند لایه پرسپترون استفاده شده است. چهارلایه با ۸ نرون مخفی یک شبکه عصبی را تشکیل داده‌اند. از ۶۴ دیتا اولیه، ۷۰٪ برای آموزش شبکه عصبی استفاده شده، ۱۵٪ برای تست و ۱۵٪ برای اعتبار سنجی که روند بهبودی شبکه عصبی در شکل ۱۰ آورده شده است.



شکل ۱۰. روند بهبودی شبکه عصبی

تفاوت مابین خروجی‌های واقعی از شبکه عصبی حاصل با ۶۴ ورودی اولیه در شکل ۱۱ آورده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۱ مشخص است نقاط آبی رنگ طول عمرهای خستگی انواع گلر پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی هستند و نقاط قرمز رنگ طول عمرهای خستگی مدل‌سازی شده به روش المان محدود و در بسیاری از نقاط شکل این دونقطه بر هم منطبق شده‌اند. بنابراین این شکل به وضوح نشان می‌دهد که شبکه عصبی توانسته‌است طول عمر قطعات گلر را با توجه به داده‌های اولیه با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی نماید.



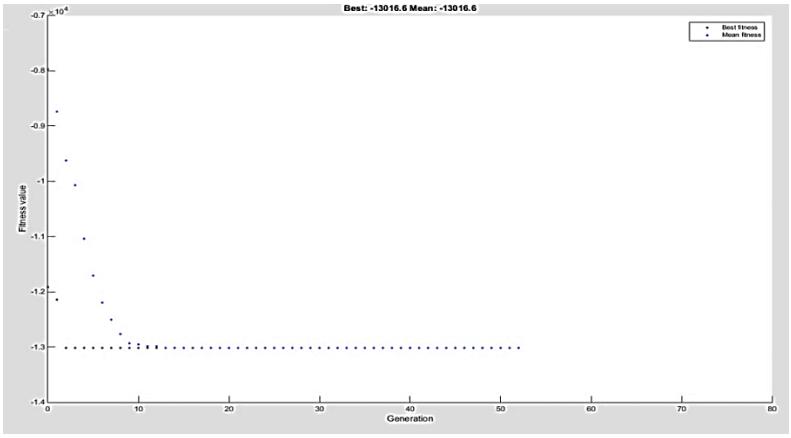
شکل ۱۱. تفاوت مابین خروجی‌های واقعی از شبکه عصبی حاصل

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

٦-٣ بهینه‌سازی

با توجه به مدل‌سازی با استفاده از شبکه عصبی چند لایه پرسپترون از بهینه‌سازی متاهیورستیو استفاده می‌کنیم. ۱- متغیرهای طراحی: جایگشت انواع گلرها، ۲- قید طراحی: سه جایگشت داریم و ۵ نوع گلر، ۳- هدف طراحی: ماکزیمم کردن عمر خستگی. برای این‌کار از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. با توجه به آنچه در بخش ۳ آورده شده است، بهینه‌سازی با ستفاده از روش الگوریتم ژنتیک انجام گردید. تعداد جمعیت اولیه ۳۰ عدد و تعداد نسل‌های بهینه‌سازی ۸۰ مورد در نظر گرفته شد. با توجه به احتمال کراس اور ۸۵٪، احتمال جهش ۱۵٪، نمودار روند بهینه‌سازی در شکل ۱۲ مشخص شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است پس از نسل نهم بهینه‌سازی، دو نمودار سازگاری نسبی و سازگاری بهینه به یکدیگر رسیدند و از نسل دهم سازگاری بهینه شده است و طول عمر ۱۳۰۱۶را برای انرژی برخورد ۱۸ ژول (حداکثر انرژی برخورد خیلی پایین) و سطح تنش خستگی کشش- کشش ۳۵۰ مگا پاسکال (حداکثر تنش اعمالی خستگی کشش- کشش) برای گلر با ترکیب لایه اول ۵، لایه دوم ۳ و لایه سوم ۵ به دست داده است.



شکل ۱۲. نمودار روند بهینه‌سازی

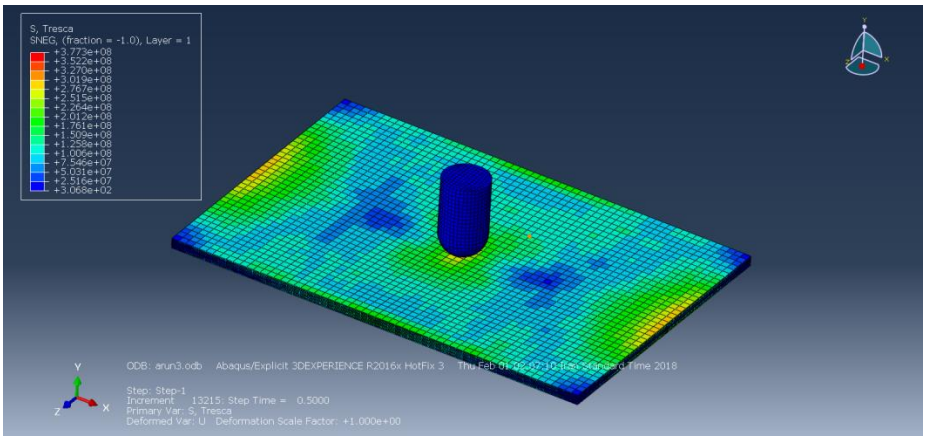
٦-٤ ارزیابی خطا مدل بهینه

با توجه به اینکه مدل بهینه طول عمر خستگی پس از ضربه برای انرژی برخورد ۱۸ ژول (حداکثر انرژی برخورد خیلی پایین) و سطح تنش خستگی کشش- کشش ۳۵۰ مگا پاسکال (حداکثر تنش اعمالی خستگی کشش- کشش) برای گلر با ترکیب لایه اول ۵، لایه دوم ۳ و لایه سوم را برابر۱۳۰۱۶ سیکل پیش‌بینی نموده است. برای بررسی صحت نتایج مدل بهینه، یک مدل المان محدود برای این گلر با ترکیب خاص گفته شده در بالا تحت شرایط برخورد ۱۸ ژول و سپس سطح تنش ۳۵۰ مگاپاسکال به همان روش المان محدودی که نتایج آن با نتایج تجربی تطابق بالایی داشت، طراحی شد و سپس طول عمر خستگی پس از ضربه مدل المان محدود جدید ارزیابی گردید. طول عمر به دست آمده از روش المان محدود برابر با ۱۳۴۰۶ سیکل است که نسبت به مدل شبکه عصبی بهینه‌سازی شده به روش الگوریتم ژنتیک، ۳ درصد اختلاف دارد و این موضوع نشان می‌دهد که مدل شبکه

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

عصبی بهینه‌سازی شده به روش الگوریتم ژنتیک مدل کارا و مورد اعتمادی است. در شکل ۱۳ مدل المان محدود ترکیب جدید گلر تحت ضربه نشان داده شده است.



شکل ۱۳. مدل المان محدود ترکیب جدید گلر تحت ضربه

۷ جمع‌بندی

باید توجه داشته باشیم که در این تحقیق، هدف بیشینه کردن طول عمر خستگی کامپوزیت هیبریدی گلر با سه جایگشت می‌باشد و روش‌های بهینه‌سازی کلا مقادیر کمینه را پیدا می‌کنند، به همین دلیل تابع هدف در یک منفی ضرب شده است. بهترین ترکیب سه گانه چندلایه فلزی- الیافی گلر بر پایه چندلایه‌های تجاری موجود، جهت تحمل ضربه با سرعت پایین با انرژی برخورد ۱۸ ژول و سطح تنش خستگی کشش- کشش ۳۵۰ مگا پاسکال با فرکانس ۱۰ هرتز، ترکیب پیشنهادی مدل شبکه عصبی بهینه‌سازی شده با الگوریتم ژنتیک [Al/0-90-90-0/Al/0-90-0/Al/0-90-90-0/Al] است که طول عمری پیش‌بینی شده توسط آن مدل برابر با ۱۳۰۱۶سیکل است و میزان خطای این مدل در مقایسه با مدل المان محدود تأیید شده با نتایج تجربی، ۳ درصد است.

منابع

[۱۹] فلاح جلودار، م،(۱۳۹۵)، ارزیابی کارایی شرکت‌های توزیع نیروی برق ایران با استفاده از مدل ترکیبی شبکه‌های عصبی و تحلیل پوششی داده‌ها. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۳(۴۹)، ۸۳-۶۷.

[۲۱] نعمتی، خ، رفاهی، الف، کردرستمی، س، (۱۳۹۵)، بهینه‌سازی زمانبندی الگوریتم‌های موازی بااستفاده.از الگوریتم ژنتیک. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۳(۲)، ۵۲-۳۵.

[1] Liao B B, Liu P F (2017). Finite element analysis of dynamic progressive failure properties of GLARE hybrid laminates under low-velocity impact. J Composite Materials, 50:1-14.

[2] Volt A. (2001). Glare history of the development of a new aircraft material. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

[3] Sadighi M, Alderliesten R C, Benedictus (2012). Impact resistance of fiber metal laminates. International Journal of Impact engineering, 49, 77-90

[4] Wu G C, Yang J M. (2005). The Mechanical behavior of GLARE laminates for aircraft structures. J Minerals Metals Mater, 57, 72–79.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]

[5] Liang Z Q, Xue Y D. (2005). Performance and application of GLARE laminates in A380 Airliner. Glass FRP/CM, 04, 49–51.
[6] Liang Z Q, Wu W J. (2006). Comparison of GLARE laminates with aluminum alloy and its application. Fiber Glass, 0, 49–51.
[7].Toi R. (1995). An empirical crack growth model for fiber/metal laminates. In: Melbourne, Australia: Proceedings of the 18th symposium of the international committee on aeronautical fatigue, 899–909.
[8] Takamatsu T, Shimokawa T, Matsumura T, et al. (2003). Evaluation of fatigue crack growth behaviour of GLARE3 fiber/metal laminates using compliance method. Eng Fracture Mech, 70, 2603–2616.
[9] Marissen R. (1988). Fatigue Crack Growth in ARALL, A Hybrid Aluminium-Aramid Composite Material, Crack Growth Mechanisms and Quantitative Predictions of the Crack Growth Rate. Dissertation for the Doctoral Degree. Delft University of Technology.
[10] Guo Y J, Wu X R. (1998). A theoretical model for predicting fatigue crack growth rates in fiber-reinforced metal laminates. Fatigue Fracture Eng Mater Struct, 21, 1133–1145.
[11] Alderliesten R C, Homan J J. (2006). Fatigueand damage tolerance issues of Glare.in aircraft structures. Int J Fatigue, 28, 1116–1123.
[12] Chang P Y, Yang J M. (2008). Modeling of fatigue crack growth in notched fiber metal .laminates. Int J Fatigue, 30, 2165–2174
[13] Cox B N. (1996). Life prediction for Bridged Fatigue Cracks, Life Prediction Methodology for Titanium Matrix Composites, ASTM STP 1253. Johnson W S, Larsen J M, Cox B N, eds. ASTM, 552–572.
[14] Shim D J, Alderliesten R C, Spearing S M. (2003). Fatigue crack growth prediction in GLARE .hybrid laminates. Composite Sci Tech, 63, 1759–1767
[15] Graupe, D. and Kordilewski, H. (2001). A Novel Large-Memory Neural Network as an Aid in Medical Diagnosis, IEEE Trans on Information Technology in Biomedicine, 5 (3), 202-209.
[16] Hagan, M. T., & Menhaj, M. B. (1994). Training feedforward networks with the Marquardt algorithm. IEEE Transactions on Neural Networks, 5, 989–993.
[17] Azadeh, A., Saberi, M., TavakkoliMoghadam, R., Javanmardi, L., (2011). An integrated Data Envelopment Analysis–Artificial Neural Network–Rough Set Algorithm for assessment of personnel efficiency. Expert Systems with Applications, 38, 1364-1373.
[18] Haykin, S. (1999).Neural networks: A comprehensive foundation. Dehli: Prentice Hall.
[20] Lei, Y., He, Z., & Zi, Y. (2009). Application of an intelligent classification method to mechanical fault diagnosis.Expert Systems with Applications, 36, 9941–9948.
[22] Li, B., Chow, M. Y., Tipsuwan, Y., & Hung, J. C. (2000). Neural-network-based motor rolling bearing fault diagnosis. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 47, 1060–1069.
[23] Cabrera, J. A., Simon, A., and Prado, M., (2002). Optimal synthesis of Mechanisms with genetic algoritms. Mechasim and Machine Theory. 37, 1165-1177.
[24] Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials. (2017) ASTM D3039.
[25] Standard Test Method for Tension-Tension Fatigue of Polymer Matrix Composite Materials. (2017) ASTM D3479/D3479M.
[26] Laribi, M., Mlike, A. A., L. Romdhane, S. zeghloul, (2004). A combined genetre Algorithm-fuzzy logic method (BA-FL) in mechanisms synthesis, Mechanism and Machine theory. 3 a,717-735.
[27] Toffolo, A., Benini, E., (2003). Genetic Diversity as an Objective in Multi-objective evolutionary Algorithms. Evolutionary Computation, MIT press. 11(2), 151-167.
[28] Deb K., Agrawal, S., Pratap, A., Meyarivan, T., (2002). A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. IEEE Trans On Evolutionary Computation. 6(2), 182-197.
[20] Lapczyk I, Hurtado J A. (2007). Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials. Composites Part A, 38, 2333–2341.
[30] Alderliesten R C. (1999). Development of an empirical fatigue crack growth prediction method.for the Fibre Metal Laminate Glare. Dissertation for the Master Degree. Delft: Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology.
[31] Marcela V. Cid Alfaro, Akke S J. Suiker. (2009). Analysis of fracture and delamination in laminates using 3D numerical modeling. Eng Fracture Mech, 76, 761–780.
[32] Wang R G, Zhang L. (2010). Numerical analysis of delamination buckling and growth in.slender laminates composite using cohesive element method. Comput Mater Sci. 50, 20–31.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-30]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.2.5.6]