مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیستم، شماره دوم (پیاپی ۷۷)،تابستان ۰۲، ص ص ۶۷-۴۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

تعیین سیاست بهینه بازپرسازی در سیستم یکپارچه فروشنده–خریدار با در نظر گرفتن دریافت چندگانه

هیبت اله صادقی[1*]، هیوا فاروقی[2]، روژین صیدی[3]
۱- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، کردستان، ایران
۲-استاد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، کردستان، ایران
۳- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، کردستان، ایران

رسید مقاله: ۱۲ مرداد ۱۴۰۱
پذیرش مقاله: ۲۲ دی ۱۴۰۱

چکیده
این مقاله به بررسی مدیریت موجودی در یک زنجیره تامین یکپارچه پرداخته است که شامل یک تولیدکننده و یک توزیع‌کننده است. تقاضای خرده فروش به صورت تابعی غیرافزایشی از قیمت توزیع‌کننده لحاظ شده است و همچنین قیمت فروش تولیدکننده به صورت تابعی غیرکاهشی از قیمت توزیع‌کننده در نظر گرفته شده است. در مساله مورد بررسی، تولیدکننده سعی می‌کند محصولات درخواستی را تولید و در چندین مرحله برای توزیع‌کننده ارسال کند. در چنین حالتی توزیع‌کننده و تولیدکننده در نظر دارند سود نهایی و یکپارچه خود را حداکثر کنند. بر این اساس مقدار بهینه هر بار سفارش و مقدار بهینه ارسالی هر مرحله تولیدکننده، قیمت فروش توزیع‌کننده و تولیدکننده به گونه‌ای تعیین می‌شود که سود سیستم حداکثر گردد. بنابراین در این مقاله نه تنها تابع سود کل این مدل موجودی ارایه شده است، بلکه یک رویکرد ابتکاری برای تعیین جواب بهینه ارایه شده است. نهایتا یک مثال بیان شده است و نتایج آن مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: دریافت گسسته، تقاضا وابسته به قیمت، کنترل موجودی، قیمت‌گذاری، بهینه‌سازی.

۱ مقدمه
هزینه‌های موجودی در شکل‌گیری دارایی‌های سازمان و همچنین تعیین سطح موجودی و تعیین سیاست‌های بهینه‌سازی سود و هزینه‌های سازمان نقش خیلی زیادی را ایفا می‌کنند، بنابراین مدیریت هزینه‌های لجستیک در برنامه‌ریزی تولید و زنجیره‌تامین مورد توجه اکثر سازمان‌ها و تولیدی‌ها قرار گرفته است. مطالعه بهینه‌سازی موجودی در اوایل قرن بیستم آغاز شد، سپس با رشد رقابت در بازار کسب و کار، اهمیت آن به تدریج افزایش

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: h.sadeghi@uok.ac.ir

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]
[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

یافت. اولین مدل موجودی EOQ[1] در فوریه ۱۹۱۳ توسط هریس پیشنهاد شد [۱]. یکی از مهم‌ترین مدل‌های مدیریت موجودی سیستم‌های تولیدی، مدل موجودی تولید اقتصادی (EPQ)[2] است که توسط تفت پیشنهادشده است[۲]. در واقع مدل مقدار اقتصادی تولید (EPQ) یکی از مدل‌های کلاسیک کنترل موجودی است که به صورت گسترده در دنیا مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از مهم‌ترین فرض‌های محدودکننده مدل EOQ این است که نرخ تقاضا و یا ارسال محصول به مشتری مقدار ثابت و پیوسته‌ای است با این حال، در دنیای واقعی، مواردی وجود دارد که بسیاری از آن‌ها را نمی‌توان به عنوان ارزش پیوسته فرض کرد، به عنوان مثال در صنعت اتومبیل، لوازم خانگی و قطعات الکترونیکی تعدادمحصولات ارسالی گسسته است. در این راستا صادقی [۳] روشی برای تعیین سیاست بهینه سفارش‌دهی در سیستم تولید اقتصادی در حالتی که تقاضا به صورت گسسته، دوره‌ای و وابسته به قیمت فروش است بیان کرد و یک مدل ریاضی برای حالتی که افق برنامه‌ریزی نامحدود و کمبود مجاز نیست، توسعه دادند. نتایج مقاله آنها نشان می‌دهد که جواب بهینه مساله به شدت وابسته به هزینه نگهداری هر واحد و هزینه ثابت راه‌اندازی است. مدیریت موجودی شامل برنامه‌ریزی، هماهنگی و کنترل تمام فعالیت های مرتبط با گردش موجودی است. بررسی مسایل مدیریت موجودی با استفاده از روش علمی در اوایل قرن بیستم آغاز شد و وقتی در بازار کار رقابت بین شرکت‌ها اوج گرفت. اهمیت مدیریت موجودی هم به تدریج افزایش پیدا کرد. در واقع هدف اکثر مدل‌های موجودی کاهش هزینه‌ها و حداکثر کردن سود است، اما به دلیل رقابت شدیدی که در بازار وجود دارد عملی کردن این موضوع کمی دشوار است. به همین دلیل شرکت ها به دنبال استراتژی‌های جدید برای کاهش هزینه‌ها و رقابت بهتر در بازارهای جهانی هستند. استراتژی‌هایی مانند تولید به موقع، تولید ناب، مدیریت کیفیت و غیره هستند که در کاهش هزینه تولید موثر هستند. در سال‌های اخیر شرکت‌ها به سمت سود بیشتر تمایل پیدا کردند به همین دلیل از مدیریت موثر زنجیره‌تامین استفاده کردند. زنجیره تامین باید مدیریت موجودی را به گونه‌ای انجام دهد که محصولات به مقادیر مناسب، در مکان‌های مناسب، در زمان مناسب و با کیفیت مناسب، برای حداقل کردن هزینه‌های سیستم و با سطح رضایتمندی مشخص در اختیار مشتریان قرار گیرد. یکی از مهم‌ترین راه‌های کاهش هزینه‌های زنجیره تامین، کاهش هزینه‌های موجودی و لجستیک است. همچنین یکی از راه‌های کاهش هزینه‌های موجودی استقاده از سیستم "*یکبار سفارش و چند دریافت*" SSMD[3] است. در مدل پیشنهادی ویدیادانا و ووی[۴] فرض شده است که محصولات تولیدی در مقادیر کوچک و به صورت گسسته ارسال شوند و بیان کردند که با استفاده از سیاست SSMD، مدیریت موجودی بر اساس استراتژی تحویل به موقع (JIT)[4] انجام می‌شود. آنها یک مدل ریاضی غیرخطی – عدد صحیح مختلط (MINLP)[5] ارایه دادند و مساله بیان‌شده را بر اساس روش لاگرانژ و شاخه و کران حل کرده‌اند و نتایج مقاله آنها نشان می‌دهد که روش لاگرانژ در اکثر موارد جواب بهینه را به‌دست می آورد. همچنین استفاده از روش شاخه و کران در مسایل با سایز بزرگ، زمان حل به شدت افزایش می‌یابد و این امر باعث‌شده الگوریتم

1-Economic order quantity
2 -Economic production quantity
3 -Single Setup Multi Delivery
4 -Just in Time
5- Mixed Integer Non-Linear Program

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

بیان‌شده در مسایل بزرگ کارایی لازم را نداشته باشد. ووی و همکاران [۵] یک مدل یکپارچه در یک زنجیره تامین دو سطحی شامل یک تامین‌کننده و یک خریدار با دریافت چندگانه در حالت کمبود به صورت فروش از دست رفته را ارایه دادند. هدف اصلی مقاله بر حداقل کردن هزینه‌های خریدار تاکید دارد. آنها فرض کرده‌اند که افق برنامه‌ریزی نامحدود، تقاضا پیوسته و ثابت است. پسندیده و همکاران [۶] مساله یک تامین‌کننده و یک خریدار را با دریافت چندگانه در حالت مجاز نبودن کمبود را مورد بررسی قرار دادند. آنها مساله را بر اساس سیستم های تولید اقتصادی مدلسازی کردند و با ارایه یک رویکرد ابتکاری سعی در تعیین جواب مساله در حالت گسسته کردند. کاردنس و همکاران [۷] نیز مساله یک تولیدکننده و یک خریدار را با فرض تحویل چندگانه در حالت چند محصولی و محدودیت بودجه مورد بررسی قرار دادند. آنها فرض کرده‌اند تقاضای سالیانه برای هر محصول ثابت و مشخص است و کمبود محصولات مجاز نیست. در ادامه نوبل و همکاران [۸] همان مساله بیان‌شده توسط کاردنس و همکاران [۷] را با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت تولید با یک رویکرد متفاوت‌تر مورد بررسی قرار داد. آنها فرض کردند که خریدار موجودی را نگهداری نمی‌کند و مقدار هر بار سفارش خود را در چند مرحله تحویل می‌گیرد و بر اساس یک رویکرد ابتکاری جواب اولیه را به‌دست آورده و سپس آن را بر اساس روش الگوریتم ژنتیک هیبریدی بهبود دادند. شفیعی گل و همکاران [۹] یک سیستم تولید چند محصولی تک ماشینه را با فرض تحویل گسسته و دوباره‌کاری بررسی کردند. آنها از روش لاگرانژ برای تعیین مقدار طول سیکل و مقدار بهینه سفارش‌دهی استفاده کردند. صادقی و همکاران [۱۰] یک سیستم تولیدی/مونتاژی چندمرحله‌ای را با در نظر گرفتن تقاضا گسسته و مدت زمان تدارک احتمالی مورد بررسی قرار دادند و از مفهوم برنامه‌ریز تامین اقلام برای مدل‌سازی مساله استفاده کرده‌اند و در نهایت از مفاهیم بهینگی استفاده کرده و جواب بهینه مساله را تعیین کردند. همچنین صادقی و همکاران [۱۱, ۱۲] مدل کنترل موجودی تامین اقلام چند سطحی با تقاضای گسسته با فرض تصادفی بودن مدت زمان تدارک را مورد بررسی قرار دادند. آنها فرض کردند تقاضا برای محصول نهایی به صورت گسسته و برابر مقدار ثابت در هر دوره است. ادگبولا و همکاران [۱۳] یک سیستم یکپارچه یک تولیدکننده و یک خریدار با دریافت چندگانه و عدم قطعیت تقاضا بررسی کرده‌اند. آنها فرض کردند تقاضا دارای توزیع نرمال بوده و کمبود محصولات مجاز است. هدف مدل هماهنگی بین تولیدکننده و توزیع محصول است به گونه‌ای که کل هزینه‌های زنجیره تامین به حداقل برسد. لیو و همکاران [۱۴] سیستم یک تولیدکننده و یک خریدار با دریافت چندگانه را در شرایطی که محصولات با نرخ ثابتی دچار زوال می‌شوند و کمبود موجودی مجاز نیست را بررسی کرده‌اند. یک مدل ریاضی برای تعیین حجم هر بار ارسال و فاصله زمانی بین هر ارسال با فرض وجود موجودی اولیه ارایه شده است و بر اساس یک الگوریتم پیشنهادی جواب مساله را تعیین کردند. محمودی و صادقی[۱۵] مساله زنجیره دو سطحی با یک انبار متمرکز و چندین خرده فروش بر اساس سیاست $(1,T)$ برای یک محصول فاسد شدنی توسعه دادند. آنها فرض کردند تقاضای خرده فروشان تصادفی بوده و از توزیع پواسون پیروی می‌کند. لین و هو[۱۶] سیستم موجودی یکپارچه در هنگام اعمال سیاست با هدف یافتن استراتژی‌های بهینه و قیمت‌گذاری و سفارش به گونه‌ای که سود حاصل حداکثر گردد را بررسی کرده‌اند. پال و همکاران [۱۷] مدل سفارش اقتصادی را در حالت چند محصولی برای

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

یک فروشنده را بررسی کرده‌اند و فرض نموده‌اند که تقاضا به صورت یک تابع درجه دوم کاهشی از قیمت فروش است. همچنین بیان کرده‌اند زمانی که درآمد فروشنده به سطح مشخصی می‌رسد از آن زمان به بعد برای مشتریان خود تخفیف قایل می‌شود. تیواری [۱۸] یک زنجیره شامل تامین‌کننده–خرده‌فروش–مشتری را در نظر گرفته‌است.آنها فرض کرده‌اند که برای تسویه هزینه خرید، خرده فروش از اعتبار خود نزد تامین‌کننده استفاده می‌کند و در همان زمان خرده‌فروش اعتبار تجاری جداگانه‌ای را به مشتری ارایه می‌دهد. رضای و خاکستری [۱۹] به بررسی تعیین مناسب‌ترین تامین‌کننده در زنجیره‌تامین سبز، با توجه به بهبود عملکرد زیست محیطی و اقتصادی خود پرداختند. آنها یک مدل ریاضی دو هدفه برای برای مدیریت موجودی در زنجیره‌تامین سبز دو سطحی با دو تامین‌کننده و یک خریدار پرداخته‌اند. راستوگی و سینگ[۲۰] سیستم موجودی برای اقلام دارویی با تقاضای وابسته به قیمت ارایه داده است. در این مطالعه کمبود مجاز و به صورت جزیی است و هدف اصلی از این مطالعه، تعیین سیاست بهینه سفارش‌دهی و زمان‌های سفارش‌دهی به گونه‌ای که هزینه کل سیستم حداقل شود. صادقی و همکاران[۲۱] به بررسی سیستم‌های کنترل موجودی تولید اقتصادی با دریافت گسسته و با فرض مجاز بودن کمبود پرداخته‌اند. در این مدل، با توجه به هماهنگی صورت گرفته بین تولیدکننده و توزیع‌کننده همه محصولات سفارش داده‌شده به طور هم‌زمان برای توزیع‌کننده ارسال نمی‌شود بلکه محصولات سفارش‌داده شده طی چند مرحله ارسال می‌شود. در نهایت کارتینک و اوتایاکومار [۲۲] یک زنجیره‌تامین دو سطحی را بر اساس خط مشی تحویل چندگانه راه‌اندازی (SSMD) بین یک فروشنده و یک خریدار در نظر می‌گیرد. آنها فرض کردند هنگامی که دستگاه از مرحله کنترل به مرحله خارج از کنترل تغییر می‌کند، خروجی کالای ساخته‌شده معیوب است.

مقاله حاضر، یک سیستم یکپارچه شامل یا تامین‌کننده و یک توزیع‌کننده در نظر می‌گیرد. تولیدکننده بر اساس سیستم سفارشی فعالیت می‌کند و توزیع‌کننده نیز بر اساس سیستم فشاری به فعالیت خود ادامه می‌دهد. تقاضای مشتریان به خرده فروش به صورت تجمیع‌شده در نظر گرفته شده است که میزان تغییرات آن ناچیز است ولی میزان تقاضا وابسته به قیمت فروش محصول است. در این سیستم توزیع‌کننده سفارش مورد نیاز یک سیکل خود را برای تامین‌کننده ارسال می‌کند. تامین‌کننده به منظور کاهش هزینه‌های خود و بر اساس سیاست تولید به موقع محصولات را در بازه‌های کوتاه، با مقادیر ثابت و در چند مرحله برای توزیع‌کننده ارسال می‌کند. قیمت فروش تولیدکننده وابسته به قیمت فروش توزیع‌کننده است که به صورت یک تابع افزایشی نسبت به قیمت فروش توزیع‌کننده بیان شده است. بنابراین براساس آنچه که بیان شد نوآوری مقاله را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد.

۱) ارایه یک سیستم یکپارچه تامین‌کننده و توزیع‌کننده با در نظر گرفتن سیاستSSMD و تقاضا وابسته به قیمت
۲) در نظر گرفتن سیستم‌های کششی و فشاری در یکپارچه‌سازی
۳) استفاده از استراتژی تولید به موقع در مدل‌سازی مساله
۴) در نظر گرفتن حساسیت قیمت تامین‌کننده به قیمت توزیع‌کننده

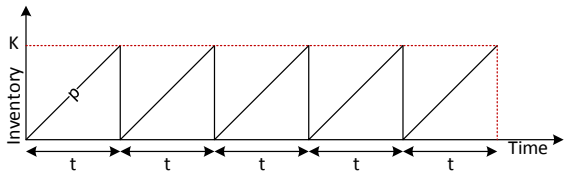
[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

در ادامه روند یکپارچه‌سازی تولیدکننده و توزیع‌کننده به صورت کامل تشریح شده است که در بخش دوم مدل مساله به طور کامل تشریح شده است و پارامترها و مفروضات آن بیان شده است. در بخش سوم، نحوه محاسبه سود تامین‌کننده و توزیع‌کننده و درنهایت سود کل زنجیره‌تامین به صورت یکپارچه بیان شده است. در بخش چهارم روش حل مساله بیان شده است و در بخش پنجم با بیان یک مثال عددی به تجزیه و تحلیل مساله و تحلیل حساسیت مدل نسبت به پارامترهای مدل پرداخته می‌شود و در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی بیان‌شده است.

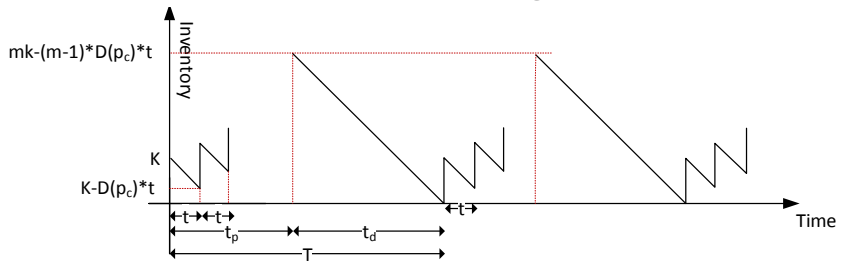
۲ تشریح مدل

در این مساله توزیع‌کننده، محصولات مورد نیاز خود را از تولیدکننده درخواست می‌کند و برای خرده‌فروشان ارسال می‌کند. با توجه به محدودیت ظرفیت، تولیدکننده نمی‌تواند همه محصولات سفارش داده شده به صورت هم‌زمان ارسال کند و سیاست تامین تقاضا از طرف تولیدکننده به این صورت است که مقدار تقاضای سفارش داده شده را طی m مرحله و در هر مرحله K واحد آن را تامین می‌کند. شکل ۱ روند تغییرات سطح موجودی تامین‌کننده را نشان می‌دهد. در این حالت تامین‌کننده با نرخ ثابت p شروع به تولید می‌کند و در فاصله‌های زمانی ثابت t، میزان K واحد محصول را تولید، و با قیمت فروش هر واحد برابر با P_S برای توزیع‌کننده ارسال می‌کند. در این تحقیق فرض شده است که قیمت فروش تامین‌کننده تابعی از قیمت فروش توزیع‌کننده است. شکل۱ سطح موجودی در دسترس برای تولیدکننده را نشان می‌دهد.



شکل ۱. سطح موجودی در دسترس تولیدکننده

توزیع‌کننده نیز سفارش صادره‌شده خود را در هر دوره طی m دریافت می‌کند. تقاضا توزیع‌کننده که به صورت تجمیع شده از تقاضای خرده فروشان است، وابسته به قیمت فروش خود بوده و از تابع $D(p_c)=\alpha-p_c\times\beta$ پیروی می‌کند که در آن α نشان‌دهنده پتانسیل بازار است و β حساسیت تقاضا نسبت به قیمت را نشان می‌دهد. شکل۲ سطح موجودی در دسترس برای توزیع‌کننده را نشان می‌دهد.



شکل ۲. میزان موجودی در دسترس در توزیع‌کننده

در این مقاله، ابتدا براساس مفاهیم کنترل موجودی، تابع سود کل برای تامین‌کننده و توزیع‌کننده به صورت یکپارچه تعیین می‌شود. کل هزینه‌های موجود در این سیستم شامل هزینه نگهداری محصول برای تامین‌کننده و

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

توزیع‌کننده، هزینه خرید، هزینه ثابت سفارش‌دهی، هزینه آماده سازی و هزینه حمل ونقل است. هدف اصلی مدل تعیین مقدار بهینه سفارش $Q = mK$ و مقدار بهینه قیمت فروش توزیع‌کننده p_c است به گونه‌ای که مقدار سود یکپارچه کل حداکثر گردد. با توجه به این که مقدار بهینه سفارش وابسته به دو مقدار m و K است؛ بنابراین متغیرهای تصمیم مساله مقدار سفارش‌دهی (Q)، مقدار هر بار سفارش (K) و قیمت فروش توزیع‌کننده (p_c) است که بر اساس آنها سایر متغیرهای تصمیم وابسته تعیین می‌شوند. سایر مفروضات و پارامترهای مساله به شرح زیر است.

۱) نرخ تقاضای توزیع‌کننده وابسته به قیمت فروش است.
۲) قیمت فروش تامین‌کننده تابعی از قیمت فروش توزیع‌کننده است.
۳) کمبود موجودی مجاز نیست.
۴) تامین‌کننده محصولات را بر اساس سیاست SSMD ارسال می‌کند.
۵) زمان بین دو دریافت متوالی ثابت و یکسان است

پارامترهای مدل:

$D_{(p_c)}$: نرخ تقاضای توزیع‌کننده وابسته به قیمت فروش
T : طول هر سیکل محصول در توزیع‌کننده
t_p : طول مدت زمان دریافت در هر سیکل محصول
t_d : طول مدت زمان مصرف خالص هر سیکل محصول
t : مدت زمان بین دو حمل متوالی پالت محصول
A : هزینه ثابت سفارش‌دهی هر بار سفارش توزیع‌کننده
U : هزینه ثابت هر بار راه اندازی تامین‌کننده
h_c : هزینه نگهداری هر واحد محصول برای توزیع‌کننده
h_s : هزینه نگهداری هر واحد محصول برای تامین‌کننده
b : هزینه هر بار دریافت محصول
C : هزینه تولید هر واحد محصول
p : نرخ تولید تامین‌کننده

متغیرهای تصمیم

Q : مقدار هر بار سفارش محصول
K : ظرفیت پالت محصول
p_c : قیمت فروش توزیع‌کننده

متغیرهای تصمیم وابسته

P_S : قیمت فروش تأمین‌کننده
m : تعداد دفعات دریافت محصول در هر سیکل

۳ مدل‌سازی مساله

در این بخش ابتدا هزینه های توزیع‌کننده را محاسبه و با کم کردن مقدار از درآمد توزیع‌کننده، سود خالص آن تعیین می‌شود و در ادامه همین کار برای تولیدکننده انجام می‌شود و در نهایت تابع سود یکپارچه شامل یک تامین‌کننده و یک توزیع‌کننده تعیین می‌شود.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]
[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

۳-۱ بررسی سیستم توزیع‌کننده

در این بخش ابتدا کل هزینه‌های توزیع‌کننده محاسبه می‌شود سپس بر اساس میزان فروش سالیانه آن درآمد سالیانه محاسبه شده و بر اساس آنها سود نهایی تعیین می‌شود. کل هزینه‌های سیستم توزیع‌کننده شامل هزینه نگهداری، هزینه خرید مواد محصول، هزینه ثابت سفارش‌دهی و هزینه حمل برای دریافت‌های متوالی است که در ادامه مقدار هر کدام از آنها محاسبه می‌شود.

۳-۱-۱ هزینه نگهداری توزیع‌کننده

برای محاسبه هزینه نگهداری توزیع‌کننده، لازم است ابتدا میزان موجودی سیستم را و بر اساس آن مقدار هزینه نگهداری را محاسبه کرد. میزان موجودی در سیستم‌های برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی برابر با مساحت قسمت موجودی نمودار موجودی- زمان است بر این اساس سطح موجودی در شکل ۲ به چندین ناحیه تقسیم‌بندی شده است تا بر اساس آنها امکان محاسبه موجودی فراهم شود. روند محاسبه میزان موجودی در زیر شرح داده شده است.

مساحت ناحیه اول (S_1) بر اساس مساحت ذوزنقه محاسبه شده است و مقدار مطابق رابطه (۱)است.

$$S_1 = \left(\frac{K + \left(K - D(p_c) \times t\right)}{2} \times t \right) = \left(\frac{2 \times K - D(p_c) \times t}{2} \right) \times t \qquad (1)$$

مساحت ناحیه دوم (S_2) نیز بر اساس مساحت ذوزنقه محاسبه شده است و مقدار مطابق رابطه (۲) است.

$$S_2 = \left(\frac{\left(K - D(p_c) \times t + K\right) + \left(2 \times K - 2 \times D(p_c) \times t\right)}{2} \right) t = \left(\frac{4 \times K - 3 \times D(p_c) \times t}{2} \right) \times t \qquad (2)$$

بر این اساس مساحت ناحیه j ام (S_j) بر اساس رابطه (۳)تعیین می‌شود.

$$S_j = \left(\frac{2 \times j \times K - (2 \times j - 1) \times D(p_c) \times t}{2} \right) \times t, \quad j = 1, \ldots, m-1 \qquad (3)$$

مساحت ناحیه mام (S_m) بر اساس مساحت مثلث محاسبه شده است مقدار آن مطابق رابطه(۴)است.

$$S_m = \frac{1}{2} \times \left(Q - (m-1) \times D(p_c) \times t\right) \times \left(\frac{Q}{D(p_c)} - (m-1) \times t \right) \qquad (4)$$

کل موجودی نگهداری‌شده توسط توزیع‌کننده در طول یک سیکل برابر با مساحت کل سطح موجودی است. بنابراین اگر کل موجودی در هر سیکل را با I نشان دهیم مقدار آن به صورت زیر قابل محاسبه است

$$I = \sum_{j=1}^{m-1} S_j + S_m = (m-1) \times \frac{D(p_c) \times t^2}{2} + (K \times t - D(p_c) \times t^2) \times m \times \frac{m-1}{2} + \frac{1}{2} \times \left(Q - (m-1) \times D(p_c) \times t\right) \times \left(\frac{Q}{D(p_c)} - (m-1) \times t \right) \qquad (5)$$

با ساده رابطه (۵)، مقدار نهایی سطح موجودی توزیع‌کننده به صورت رابطه (۶) تعیین می‌شود.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

$$I = \frac{۱}{۲} \times \left(\frac{Q^{۲}}{D(p_c)} - (m-۱) \times m \times k \times t \right) \quad (۶)$$

با توجه به این‌که میزان موجودی در هر سیکل توزیع‌کننده مشخص شده است؛ لذا می‌توان هزینه نگهداری سالیانه آن را تعیین کرد. بر این اساس مقدار آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_{۱}(Q,K) = \frac{D(p_c)}{Q} \times h_c \times I = \frac{D(p_c)}{Q} \times h_c \times \frac{۱}{۲} \times \left(\frac{Q^{۲}}{D(p_c)} - (m-۱) \times m \times k \times t \right) \quad (۷)$$

همان‌طور که قبلا بیان شده است در مدل بیان‌شده روابط $K = p \times t$ ، $Q = m \times K$ و $D_{(p_c)} = \alpha - \beta \times p_c$ بر قرار است. با جایگذاری این روابط در تابع هزینه سالیانه، مقدار آن به صورت رابطه (۸) ساده می‌شود:

$$C_{۱}(Q,K) = \frac{h_c}{۲} \times \left(Q - (Q-K) \times \frac{D(p_c)}{p} \right) \quad (۸)$$

۳-۱-۲ هزینه خرید محصول

هزینه خرید هر واحد محصول توسط توزیع‌کننده برابر p_s است. با توجه به این‌که کمبود محصول مجاز نیست پس توزیع‌کننده موظف است کل تقاضای سالیانه خرده فروشان را تامین کند. بنابراین باید به اندازه تقاضای سالیانه خرده فروشان، محصول را از تامین‌کننده درخواست کند پس میزان خرید توزیع‌کننده برابر با تقاضای سالیانه خود($D_{(p_c)}$) است. در این صورت کل هزینه خرید به صورت رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$C_{۲}(Q,K) = p_s \times D_{(p_c)} \quad (۹)$$

۳-۱-۳ هزینه ثابت سفارش‌دهی سالیانه

زمانی که توزیع‌کننده سفارشی را صادر می‌کند هزینه ثابتی برابر با A باید پرداخت کند با توجه به این‌که تعداد سیکل سالیانه $\frac{D_{(P_C)}}{Q}$ است، بنابراین کل هزینه سفارش‌دهی سالیانه به صورت رابطه (۱۰) است.

$$C_{۳}(Q,K) = A \times \left(\frac{D(p_c)}{Q} \right) \quad (۱۰)$$

۳-۱-٤ هزینه حمل

هزینه حمل در طول هر سیکل برابر $m \times b$ است با توجه به این‌که تعداد سیکل سالیانه $\frac{D_{(P_C)}}{Q}$ است هزینه حمل به صورت رابطه (۱۱) است.

$$C_{۴}(Q,K) = m \times b \times \left(\frac{D_{(P_C)}}{Q} \right) = \left(\frac{Q}{K} \times b \times \frac{D_{(P_C)}}{Q} \right) = b \times \left(\frac{D_{(P_C)}}{K} \right) \quad (۱۱)$$

حال می‌توان هزینه کل سیستم را با جمع زدن هزینه سالیانه نگهداری، هزینه سالیانه خرید مواد اولیه، هزینه سالیانه سفارش‌دهی و هزینه حمل محصول از رابطه (۱۲) محاسبه کرد.

$$C_{۵}(Q,K) = C_{۱}(Q,K) + C_{۲}(Q,K) + C_{۳}(Q,K) + C_{۴}(Q,K)$$

$$C_{۵}(Q,K) = c \times D(p_c) + b \times \left(\frac{D(p_c)}{K} \right) + A \times \left(\frac{D(p_c)}{Q} \right) + \frac{h_c}{۲} \times \left(Q - (Q-K) \times \left(\frac{D(p_c)}{p} \right) \right) \quad (۱۲)$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

۳-۱-۵ درآمد سالیانه توزیع‌کننده

با توجه به عدم وجود کمبود در سیستم بیان‌شده، توزیع‌کننده تمام محصول خریداری‌شده را در طول یک سال به فروش می‌رساند. بنابراین میزان درآمد سالیانه آن برابر است با حاصل ضرب میزان فروش در قیمت فروش آن است که بر اساس رابطه(۱۳) محاسبه می‌شود.

$$U_1(Q, p_c) = p_c \times D(p_c) \qquad (۱۳)$$

بنابراین سود توزیع‌کننده برای یک سیکل به صورت رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$\Gamma_1(Q,K,p_c) = p_c \times D_{(p_c)} - p_s \times D_{(p_c)} - b\times(\frac{D_{(p_c)}}{K}) - A\times(\frac{D_{(p_c)}}{Q}) - \frac{h_c}{2}\times\left(Q-(Q-K)\times(\frac{D_{(p_c)}}{\lambda(p_s)})\right) \qquad (۱۴)$$

۳-۲ بررسی سیستم تامین‌کننده

در این سیستم، تامین‌کننده محصولی را با نرخ p تولید می‌کند و با قیمت (p_s) به توزیع‌کننده می فروشد و در این سیستم هزینه، تقاضا و پارامترهای قیمت‌گذاری ثابت فرض شده است. تامین‌کننده بدون کمبود نیاز مشتریان را برآورده می‌کند به همین دلیل باید $p \geq D(p_c)$ باشد. همچنین همان‌طور که بیان شد، قیمت فروش تامین‌کننده(p_s) را به می‌توان به عنوان تابعی از قیمت فروش توزیع‌کننده (p_c) نشان داد که در این تحقیق تابع اثرات قیمت به صورت $p_s(p_c) = \phi + \gamma \times p_c$ بیان شده است. برای تعیین تابع هزینه‌های تامین‌کننده، کل هزینه‌های سیستم که شامل هزینه نگهداری، هزینه خرید مواد اولیه و هزینه آماده‌سازی و هزینه تولید است، محاسبه می‌شود. هزینه تولید هر واحد محصول c و هزینه آماده سازی در هر سیکل U است بر این اساس کل هزینه تامین‌کننده به ترتیب در ادامه محاسبه می‌شود.

۳-۲-۱-هزینه نگه‌داری

در محاسبه هزینه نگهداری تامین‌کننده نیاز به محاسبه میزان موجودی تامین‌کننده است و با توجه به این‌که در مدل‌های قطعی، میزان موجودی با مساحت قسمت موجودی برابر است. بنابراین با توجه به شکل۱ مساحت هر سیکل $\frac{k\times t}{2}$ است. تامین‌کننده در طول هر سیکل سفارش‌دهی موظف است به اندازه تعداد دفعات ارسال(m) این روند را تکرار کند تا سفارش هر دوره توزیع‌کننده را برآورد کند. پس هزینه نگه‌داری با استفاده از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$holding\ cost = h_s \times m \times \left(\frac{k\times t}{2}\right) \qquad (۱۵)$$

۳-۲-۲ هزینه تولید

هزینه تولید در هر سیکل محصول برابر با حاصل ضرب تعداد محصول تولیدی ($Q = m\times K$) در هزینه تولید هر واحد محصول که با استفاده از رابطه (۱۶) محاسبه می‌شود:

$$U_2(Q,K) = m\times K\times c \qquad (۱۶)$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

۳-۲-۳ کل هزینه‌های تامین‌کننده

حال می‌توان هزینه کل سیستم تامین‌کننده در هر سیکل را با جمع‌زدن هزینه نگه‌داری، هزینه تولید، هزینه آماده‌سازی و هزینه خرید مواد اولیه از رابطه (۱۷) محاسبه کرد:

$$U_{۳}(Q,K)=U+h+U_{۲}=U+\left(h_s\times m\times\frac{K\times t}{۲}\right)+m\times K\times c=U+c\times K\times m+\left(\frac{۱}{۲}K\times m\times t\times h_s\right) \quad (۱۷)$$

درآمد تامین‌کننده در هر سیکل از حاصل ضرب قیمت فروش هر واحد محصول در تعداد فروش تولیدکننده در آن سیکل به‌دست می‌آید که با استفاده از رابطه (۱۸) نشان داده شده است:

$$U_{۴}(Q,K,p_s)=m\times K\times p_s \quad (۱۸)$$

با توجه به این‌که $K=p\times t$ و $Q=m\times K$ است تفاضل بین هزینه‌ها و درآمد تولیدکننده در هر سیکل از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\Gamma_{۲}(Q,K,p_s)=U_{۴}-U_{۳}=-U-c\times K\times m-\frac{۱}{۲}\times K\times m\times t\times h_s+K\times m\times p_s \quad (۱۹)$$

با توجه به اینکه تعداد سیکل سالیانه $\frac{D_{(P_C)}}{Q}$ است پس سود سالیانه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Gamma_{۳}(Q,K,p_c)=\frac{D_{(p_c)}}{Q}\times\left(\Gamma_{۲}(Q,K,p_c)\right)=\frac{d(p_c)\times(-U-c\times K\times m-\frac{۱}{۲}\times K\times m\times t\times h_s+K\times m\times p_s)}{Q} \quad (۲۰)$$

۳-۳ سود یکپارچه سیستم

کل سود سیستم یکپارچه را از طریق مجموع سود سالیانه توزیع‌کننده و سود سالیانه تامین‌کننده تعیین می‌شود. بنابراین بر اساس روابط (۱۴) و (۲۰) مقدار آن پس از ساده‌سازی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Gamma(Q,K,p_c)=-cd(p_c)-\frac{bd(p_c)}{K}-\frac{Ad(p_c)}{Q}+d(p_c)p_c-\frac{۱}{۲}h(Q-\frac{(-K+Q)d(p_c)}{\lambda(p_s)})$$
$$+\frac{d(p_c)(-A-c\times K\times m-\frac{۱}{۲}K\times m\times t\times h_s+K\times m\times p_s)}{Q} \quad (۲۱)$$

۳-٤ مدل ریاضی مساله

هدف اصلی در مساله بیان‌شده، تعیین مقادیر قیمت فروش توزیع‌کننده، قیمت فروش تولیدکننده، میزان سفارش توزیع‌کننده، تعداد دفعات حمل توسط تولیدکننده و در نهایت میزان هر بار حمل است به گونه‌ای که سود یکپارچه سیستم حداکثر گردد. با توجه به نوع مساله بیان‌شده تعداد دفعات ارسال متغیر گسسته است و حداقل آن برابر یک است چرا که حداقل یک بار ارسال باید انجام شود تا سیستم وظیفه اصلی خود را انجام دهد. همچنین حجم هر بار ارسال نیز متغیر گسسته است. بنابراین بر اساس توضیحات بیان‌شده مساله را می‌توان به صورت زیر مدلسازی کرد.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

$$Max\ \Gamma(Q,K,p_c)$$
$$s.t.$$
$$Q = m \times K$$
$$m \geq ۱ \quad and \quad Int. \qquad K \geq ۰ \quad and \quad Int. \qquad Q \geq ۰ \quad and \quad Int. \qquad p_c \geq ۰$$

٤ الگوریتم حل

برای حل مساله ابتدا بدون در نظر گرفتن محدودیت‌ها، مساله حل می‌شود و مقادیر بهینه مساله تعیین می‌شود که برای تعیین جواب بهینه ابتدا لازم است اثبات مقعر بودن مساله انجام شود که در ادامه اثبات مقعر بودن تابع سود انجام شده است و با توجه به مقعر بودن تابع سود، لذا می‌توان انتظار داشت جواب‌های عدد صحیح در اطراف نقطه بهینه به‌دست آمده در حالت پیوسته متمرکز باشند. بنابراین بر اساس یک الگوریتم پیشنهادی سعی می‌شود مقادیر متغیرهای تصمیم را در اطراف جواب بهینه پیوسته جستجو کرد. در ادامه ابتدا اثبات مقعر بودن تابع سود کل بیان شده است، سپس بر اساس یک رویکرد ابتکاری برای تعیین جواب بهینه گسسته بیان شده است.

لم ۱: تابع سود کل مقعر است.

شرط مقعر بودن تابع سود این است که حاصل عبارت زیر منفی شود.

$$\mathrm{H} = \begin{bmatrix} Q & p_c & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial Q^۲} & \frac{\partial}{\partial Q \partial p_c} & \frac{\partial}{\partial Q \partial K} \\ \frac{\partial}{\partial p_c \partial Q} & \frac{\partial}{\partial p_c^۲} & \frac{\partial}{\partial p_c \partial K} \\ \frac{\partial}{\partial K \partial Q} & \frac{\partial}{\partial K \partial p_c} & \frac{\partial}{\partial K^۲} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ p_c \\ K \end{bmatrix} \qquad (۲۲)$$

مقدار رابطه (۲۲) بعد از ساده‌سازی به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\mathrm{H} = -\frac{۲b\alpha}{K} - \frac{۲(A+U)\alpha}{Q} - \frac{p_c(-h_c K + h_c Q + ۲p \times p_c)\beta}{p} + \frac{K \times p_c \beta h_s}{p} \qquad (۲۳)$$

همان‌طور که مشخص است مقدار رابطه (۲۳) کمتر و مساوی صفر است در این صورت تابع سود کل مقعر است.

■

با توجه مقعر بودن تابع سود می‌توان مقدار بهینه متغیرهای تصمیم را بر اساس مشتق اول نسبت به متغیرهای تصمیم تعیین کرد. در ادامه مقادیر مشتق اول تابع سود نسبت به هر یک از متغیرهای تصمیم به‌دست آورده می‌شود.

- ✓ مشتق اول تابع سود نسبت به Q

$$\frac{(A+U)(\alpha - p_c\beta)}{Q^۲} - \frac{h(p - \alpha + p_c\beta)}{۲p} \qquad (۲۴)$$

- ✓ مشتق اول تابع سود نسبت به p_c

$$\alpha + c\beta + \frac{b\beta}{K} + \frac{h(K-Q)\beta}{۲p} + \frac{(A+U-۲Qp_c)\beta}{Q} + \frac{K\beta h_s}{۲p} \qquad (۲۵)$$

- ✓ مشتق اول تابع سود نسبت به k

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

$$-\frac{(\alpha - p_c\beta)(hK^2 - 2bp + K^2 h_s)}{2K^2 p} \qquad (26)$$

٤-١ الگوریتم حل ابتکاری

قدم اول: با مساوی صفر قراردادن مشتق‌های اول (رابطه (۲۴) ، (۲۵) و (۲۶)) و حل آنها به صورت هم‌زمان و تعیین مقدار بهینه قیمت فروش توزیع‌کننده، میزان سفارش و مقدار بهینه هر بار ارسال تولیدکننده

قدم دوم: اگر مقدار بهینه هر بار ارسال و مقدار تعداد مراحل ارسال ($m = Q/k$) عدد صحیح باشند به جواب بهینه رسیده‌ایم در غیر این صورت به قدم سوم می‌رویم:

قدم سوم: مقدار k_1 و مقدار k_2 به صورت $k_1^* = \lfloor K^* \rfloor$، $k_2^* = \lfloor K^* \rfloor + 1$ تعریف کنید

مقدار m_1 و مقدار m_2 به صورت $m_1^* = \left\lfloor \frac{Q}{K^*} \right\rfloor$، $m_2^* = \left\lfloor \frac{Q}{K^*} \right\rfloor + 1$ تعریف کنید سپس به قدم چهارم بروید

قدم چهارم: بر اساس قدم سوم مقدار سفارش دارای چهار حالت زیر می‌شود:

$$Q_1^* = k_1^* \times m_1^* = \lfloor K^* \rfloor \times \left\lfloor \frac{Q}{K^*} \right\rfloor \qquad Q_2^* = k_2^* \times m_1^* = (\lfloor K^* \rfloor + 1) \times \left\lfloor \frac{Q}{K^*} \right\rfloor$$

$$Q_3^* = k_1^* \times m_2^* = \lfloor K^* \rfloor \times \left(\left\lfloor \frac{Q}{K^*} \right\rfloor + 1 \right) \qquad Q_4^* = k_2^* \times m_2^* = (\lfloor K^* \rfloor + 1) \times \left(\left\lfloor \frac{Q}{K^*} \right\rfloor + 1 \right)$$

قدم پنجم: بر اساس رابطه (۲۵) مقدار بهینه قیمت توزیع‌کننده برای چهار حالت بیان شده در قدم چهارم تعیین می‌شود.

قدم ششم: بر اساس مقادیر قدم چهارم و پنجم مقادیر سود کل تعیین می‌شود و هر حالتی که بیشترین سود را دارد به عنوان بهترین جواب انتخاب می‌شود.

٤-٢ مثال عددی و تحلیل حساسیت

در این بخش یک مثال عددی برای بررسی مساله مدلسازی‌شده، تحلیل حساسیت و تفسیر نتایج آن بیان شده‌است. فرض کنید در یک سیستم تولیدی که در آن نرخ تولید تامین‌کننده در سال ۱۰۰ واحد است تقاضای توزیع‌کننده به عنوان $D(p_c) = 50 - 0/3 \times p_c$ واحد در سال تعریف می‌شود. توزیع‌کننده در هر سیکل یک بار سفارش می‌دهد و هزینه سفارش‌دهی آن برابر با ۵۰۰ واحد پولی در نظر گرفته شده است. هزینه‌های نگهداری هر واحد محصول در سال برای توزیع‌کننده و هزینه‌های حمل‌ونقل برای هر دریافت به ترتیب ۶ واحد پولی و ۲۰ واحد پولی است. هزینه ثابت تولیدی برای تامین‌کننده در هر سیکل تولیدی ۲۰۰واحد پولی، هزینه نگهداری هر واحد محصول برابر۴ واحد پولی است و هزینه تولید هر واحد محصول ۴۰ واحد پولی در نظر گرفته شده است . قیمت فروش هر واحد محصول تامین‌کننده وابسته به قیمت فروش توزیع‌کننده است و از تابع $p_s = 25 + 0/2 \times p_c$ پیروی می‌کند.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

حل مثال بیان شده بر اساس الگوریتم بیان‌شده

قدم اول: معادلات (۲۴)، (۲۵) و (۲۶) به صورت هم‌زمان حل و نتایج زیر حاصل شده است. (برای حل معادلات به صورت هم‌زمان از نرم افزار متمتیکا[1] کمک گرفته شده است)

$$P_c^* = ۱۰۸/۲۴۸ \quad Q^* = ۷۰/۴۱۵۳ \quad k^* = ۲۰\ \Gamma^*(Q,k,p_c) = ۸۱۲.۵۹$$

قدم دوم: با توجه به این‌که تعداد دفعات ارسال ($m = Q/K$) عدد صحیح نیست جواب حالت پیوسته بهینه نیست. پس بر اساس قدم سوم مقادیر مختلف تعداد دفعات ارسال و حجم هر بار ارسال محاسبه می‌شود.

قدم سوم: مقادیر جدید تعداد دفعات ارسال و حجم هر بار ارسال به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$m_1^* = \left[\frac{Q^*}{K^*}\right] = ۳ \quad k_1^* = \left[K^*\right] = ۲۰ ، k_2^* = \left[K^*\right]+۱ = ۲۱ \quad m_2^* = \left[\frac{Q^*}{K^*}\right]+۱ = ٤$$

قدم چهارم: مقادیر مختلف سفارش به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Q_1^* = k_1^* \times m_1^* = \left[K^*\right] \times \left[\frac{Q}{K^*}\right] = ٦۰ \qquad Q_2^* = k_2^* \times m_1^* = \left(\left[K^*\right]+۱\right) \times \left[\frac{Q}{K^*}\right] = ٦۳$$

$$Q_3^* = k_1^* \times m_2^* = \left[K^*\right] \times \left(\left[\frac{Q}{K^*}\right]+۱\right) = ۸۰ \qquad Q_4^* = k_2^* \times m_2^* = \left(\left[K^*\right]+۱\right) \times \left(\left[\frac{Q}{K^*}\right]+۱\right) = ۸٤$$

قدم پنجم: مقادیر قیمت فروش توزیع‌کننده متناظر با مقادیر مختلف سفارش به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$P_{c1}^* = ۱۰۹/۳٤۲ \quad P_{c2}^* = ۱۰۸/۹٤٥ \quad P_{c3}^* = ۱۰۷/۵۰۸ \quad P_{c4}^* = ۱۰۷/۲٤۱$$

قدم ششم: مقادیر سود متناظر با مقادیر مختلف سفارش و قیمت فروش توزیع‌کننده به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Gamma^*(Q_1^*, k_1^*, P_{c1}^*) = ۸۰۸/٤۲۸ \qquad \Gamma^*(Q_2^*, k_2^*, P_{c2}^*) = ۸۱۰/۵۳٤$$

$$\Gamma^*(Q_3^*, k_3^*, P_{c3}^*) = ۸۰۸/۹۱۳ \qquad \Gamma^*(Q_4^*, k_4^*, P_{c4}^*) = ۸۰۷/٤۱٦$$

با توجه به این‌که بیشترین سود مربوط به حالت دوم است پس بهترین جواب به صورت زیر است.

$$\Gamma^*(Q_2^*, k_2^*, P_{c2}^*) = ۸۱۰/۵۳٤ \quad P_{c2}^* = ۱۰۸/۹٤٥ \quad Q_2^* = k_2^* \times m_1^* = \left(\left[K^*\right]+۱\right) \times \left[\frac{Q}{K^*}\right] = ٦۳$$

$$K^* = k_2^* = ۲۱ \qquad and \qquad m^* = m_1^* = ۳$$

۵ تحلیل حساسیت

برای تحلیل حساسیت و راست‌آزمایی مدل، تغییرات جواب بهینه و سود بهینه نسبت به تغییرات پارامترهای مدل بررسی می‌شود. پارامترهایی که در این مساله تغییرات آنها مورد بررسی قرار گرفته است شامل، هزینه ثابت سفارش‌دهی توزیع‌کننده، هزینه ثابت آماده‌سازی، هزینه نگهداری توزیع‌کننده، هزینه نگهداری تولیدکننده و هزینه حمل‌ونقل هر بار ارسال هستند. در این قسمت سعی می‌شود یکی از پارامترها را تغییر دهیم درحالی که مقدار سایر پارامترها ثابت فرض می‌شود. در تحلیل حساسیت پارامترها، در تغییرات هر پارامتر ۱۰ مساله مختلف در نظر گرفته شده و نتایج عددی آنها در جدول ۱نشان داده شده است.

1- Wolfram Mathematica 11

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

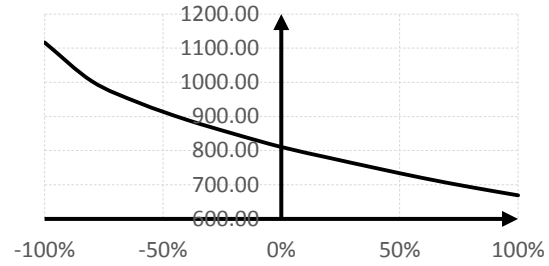
جدول ۱. تغییرات جواب بهینه مدل پیشنهادی بر اثر تغییرات پارامترهای مدل

	ردیف	درصد تغییرات	پارامتر: هزینه ثابت سفارش توزیع کننده	پارامتر: هزینه ثابت آماده‌سازی تولید کننده	پارامتر: هزینه نگهداری توزیع کننده	پارامتر: هزینه نگهداری تولید کننده	پارامتر: هزینه حمل ونقل	متغیرهای تصمیم: مقدار بهینه هر بار ارسال	متغیرهای تصمیم: مقدار بهینه سفارش‌دهی	متغیرهای تصمیم: تعداد بهینه ارسال	متغیرهای تصمیم: قیمت بهینه تولید کننده	متغیرهای تصمیم: قیمت بهینه توزیع کننده	سود یکپارچه بهینه
تغییر هزینه ثابت سفارش‌دهی و هزینه ثابت راه‌اندازی	۱	-۱۰۰	۰	۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۲۰	۱	۵۲/۸۰۶۶	۱۰۴/۰۳۳	۱۱۱۶/۸۸
	۲	-۸۰	۱۰۰	۴۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۴۰	۲	۵۳/۰۹۶۶	۱۰۵/۴۸۳	۱۰۰۳/۰۲
	۳	-۶۰	۲۰۰	۸۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۴۰	۲	۵۳/۴۴۶۶	۱۰۷/۲۳۳	۹۳۹/۷۰
	۴	-۴۰	۳۰۰	۱۲۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۶۰	۳	۵۳/۳۸۶۶	۱۰۶/۹۳۳	۸۹۰/۴۲
	۵	-۲۰	۴۰۰	۱۶۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۶۰	۳	۵۳/۶۲	۱۰۸/۱۰۰	۸۴۹/۰۲
	۶	۲۰	۶۰۰	۲۴۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۸۰	۴	۵۳/۶۷۶۶	۱۰۸/۳۸۳	۷۷۹/۰۸
	۷	۴۰	۷۰۰	۲۸۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۸۰	۴	۵۳/۸۵۱۶	۱۰۹.۲۵۸	۷۴۸/۷۲
	۸	۶۰	۸۰۰	۳۲۰	۶	۴	۲۰	۱۹	۹۵	۵	۵۳/۷۶۰۸	۱۰۸.۸۰۴	۷۱۹/۴۱
	۹	۸۰	۹۰۰	۳۶۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۱۰۰	۵	۵۳/۸۲۶۶	۱۰۹/۱۳۳	۶۹۳/۰۳
	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۴۰۰	۶	۴	۲۰	۲۰	۱۰۰	۵	۵۳/۹۶۶۶	۱۰۹/۸۳۳	۶۶۹/۰۱
تغییرات هزینه ثابت حمل هر بار ارسال	۱	-۱۰۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۰	۲	۷۰	۳۵	۵۳/۴۴۴۶	۱۰۷/۲۲۳	۸۴۷/۰۷
	۲	-۸۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۴	۹	۷۲	۸	۵۳/۵۱۲۴	۱۰۷/۵۶۲	۸۳۲/۰۲
	۳	-۶۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۸	۱۲	۷۲	۶	۵۳/۵۴۹۶	۱۰۷/۷۴۸	۸۲۵/۴۳
	۴	-۴۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۱۲	۱۵	۷۵	۵	۵۳/۵۳	۱۰۷/۶۵	۸۱۹/۸۹
	۵	-۲۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۱۶	۱۸	۷۲	۴	۵۳/۶۰۱۸	۱۰۸/۰۰۹	۸۱۶/۲۲
	۶	۲۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۲۴	۲۲	۶۶	۳	۵۳/۷۴۸۴	۱۰۸/۷۴۲	۸۰۸/۵۹
	۷	۴۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۲۸	۲۳	۶۹	۳	۵۳/۷۱۰۸	۱۰۸/۵۵۴	۸۰۶/۱۱
	۸	۶۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۳۲	۲۵	۷۵	۳	۵۳/۶۲۸	۱۰۸/۱۴	۸۰۲/۶۱
	۹	۸۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۳۶	۲۶	۷۸	۳	۵۳/۵۹۸۶	۱۰۷/۹۹۳	۷۹۸/۷۹
	۱۰	۱۰۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۴۰	۲۸	۸۴	۳	۵۳/۵۳۰۸	۱۰۷/۶۵۴	۷۹۲/۷۴
هزینه نگهداری هر واحد محصول توزیع کننده	۱	-۳۳	۵۰۰	۲۰۰	۴.۰	۴	۲۰	۲۲	۸۸	۴	۵۳/۴۶۵	۱۰۷/۳۲۵	۸۸۰/۴۳
	۲	-۲۰	۵۰۰	۲۰۰	۴.۸	۴	۲۰	۲۱	۸۴	۴	۵۳/۴۸۶	۱۰۷/۴۳	۸۵۱/۰۹
	۳	-۳	۵۰۰	۲۰۰	۵.۸	۴	۲۰	۲۰	۸۰	۴	۵۳/۵۰۷۶	۱۰۷/۵۳۸	۸۱۶/۸۵
	۴	۱۵	۵۰۰	۲۰۰	۶.۹	۴	۲۰	۲۰	۶۰	۳	۵۳/۸۳۵۴	۱۰۹/۱۷۷	۷۸۴/۵۳
	۵	۳۸	۵۰۰	۲۰۰	۸.۳	۴	۲۰	۱۹	۵۷	۳	۵۳/۸۸۰۲	۱۰۹/۴۰۱	۷۴۷/۲۴
	۶	۹۸	۵۰۰	۲۰۰	۱۱.۹	۴	۲۰	۱۶	۴۸	۳	۵۴/۰۹۱۶	۱۱۰/۴۵۸	۶۶۲/۲۲
	۷	۱۳۸	۵۰۰	۲۰۰	۱۴.۳	۴	۲۰	۱۵	۴۵	۳	۵۴/۱۷۱	۱۱۰/۸۵۵	۶۱۲/۷۲
	۸	۱۸۷	۵۰۰	۲۰۰	۱۷.۲	۴	۲۰	۱۳	۳۹	۳	۵۴/۴۱۷۸	۱۱۲/۰۸۹	۵۵۸/۲۲
	۹	۲۴۳	۵۰۰	۲۰۰	۲۰.۶	۴	۲۰	۱۲	۳۶	۳	۵۴/۵۵۴۶	۱۱۲/۷۷۳	۵۰۰/۵۶
	۱۰	۳۱۳	۵۰۰	۲۰۰	۲۴.۸	۴	۲۰	۱۱	۳۳	۳	۵۴/۷۱۸۸	۱۱۳/۵۹۴	۴۳۵/۸۰

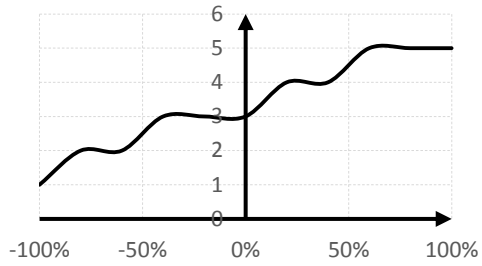
بر اساس نتایج به‌دست آمده از تحلیل حساسیت هزینه‌های ثابت راه‌اندازی و سفارش‌دهی، با افزایش این هزینه‌ها به صورت هم‌زمان، تعداد دفعات دریافت محصول در هر سیکل افزایش می‌یابد (شکل ٤) و از طرف دیگر با افزایش تعداد دریافت محصول در هر سیکل، مقدار سفارش‌دهی هر سیکل افزایش می‌یابد و این امر باعث افزایش هزینه نگهداری می‌شود و در نهایت مقدار سود بهینه روند کاهشی خواهد داشت (شکل ۳).

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

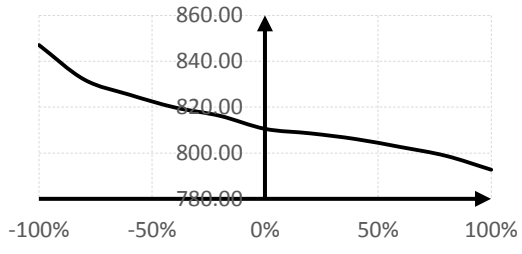


شکل ۳. تغییرات سود نسبت به تغییرات هزینه‌های آماده‌سازی و سفارش‌دهی

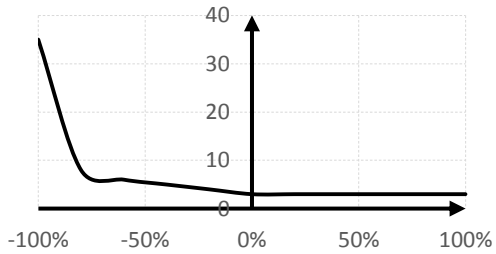


شکل ٤. تغییرات تعداد دریافت در هر سیکل نسبت به تغییرات هزینه های آماده‌سازی و سفارش‌دهی

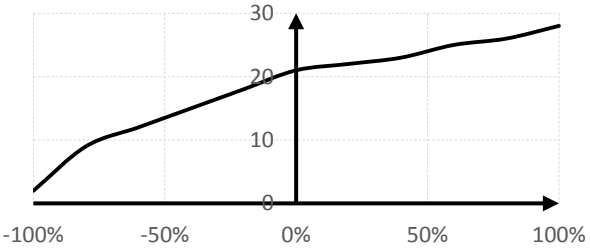
در ادامه به بررسی تغییرات هزینه حمل و نقل هر بار ارسال پرداخته شده است و نتایج نشان می‌دهد، با افزایش هزینه حمل هر بار ارسال، تعداد دفعات دریافت محصول در هر سیکل کاهش (شکل ۶) ولی حجم محصول دریافتی در هر بار ارسال افزایش می یابد (شکل ۷) و حاصل این تغییرات، باعث افزایش مقدار سفارش‌دهی هر سیکل می‌شود و علت آن نیز به خاطر افزایش هزینه‌های حمل‌ونقل است و در نهایت مقدار سود بهینه روند کاهشی خواهد داشت (شکل ۵).



شکل ۵. حساسیت سود نسبت هزینه ثابت حمل هر بار ارسال



شکل ٦. حساسیت تعداد دفعات دریافت نسبت به تغییرات هزینه ثابت حمل هر بار ارسال

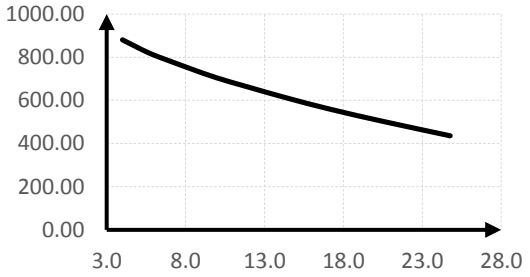


شکل ۷. حساسیت مقدار بهینه هر بار ارسال نسبت به تغییرات هزینه ثابت حمل هر بار ارسال

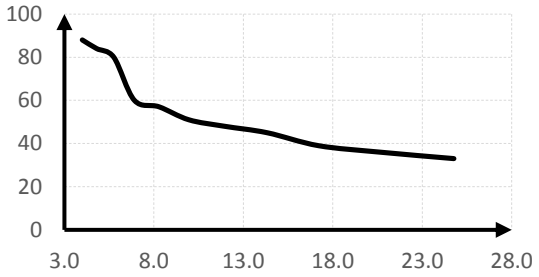
همچنین نتایج حاصل از تغییرات هزینه نگهداری واحد محصول در واحد زمان نشان می‌دهد با افزایش هزینه نگهداری هر واحد محصول توزیع‌کننده، کل سود سیستم کاهش می‌یابد (شکل ۸). علت این امر، افزایش هزینه نگهداری که باعث افزایش قیمت فروش (شکل ۱۰)، کاهش تقاضای مشتری و در نتیجه کاهش میزان سفارش (شکل ۹) است.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

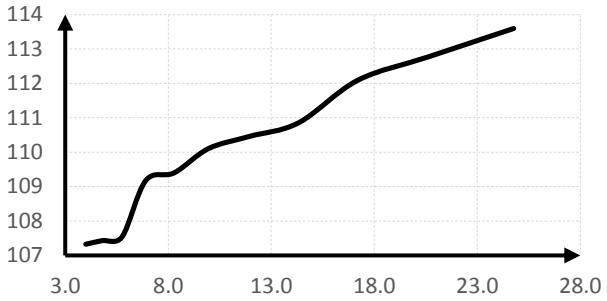
[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]



شکل ۸. حساسیت سود کل نسبت تغییرات هزینه نگهداری هر واحد محصول توسط توزیع‌کننده



شکل ۹. تغییرات میزان سفارش نسبت تغییرات هزینه نگهداری هر واحد محصول توسط توزیع‌کننده



شکل ۱۰. تغییرات قیمت فروش توزیع کننده نسبت تغییرات هزینه نگهداری هر واحد محصول آن

در ادامه به مقایسه روش پیشنهادی با مدل سفارش اقتصادی که توزیع‌کننده تمام سفارشات را به صورت یکجا دریافت می‌کند (حالت کلاسیک) پرداخته می‌شود. بر اساس مثال بیان‌شده، به بررسی تغییرات پارامترها بر جواب بهینه مدل کلاسیک پرداخته می‌شود و در نهایت جواب مدل پیشنهادی که در جدول ۱ آورده شده است با حالت کلاسیک آن مقایسه می‌شود. برای مقایسه تابع سود دو مدل از شاخص RPD[1] استفاده شده است. RPD شاخصی برای اندازه‌گیری تغییرات داده‌ها است و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$RPD=\frac{\text{مقدار سود بیهنه مدل کلاسیک}-\text{مقدار سود بهینه مدل دریافت چندگانه}}{\text{مقدار سود بهینه مدل دریافت چندگانه}}\times ۱۰۰ \qquad (۲۷)$$

بر اساس نتایج به‌دست آمده در جدول ۲ مشخص است که با افزایش هزینه ثابت سفارش‌دهی و هزینه راه‌اندازی مقدار شاخص RPD افزایش می‌یابد و این امر بیان می‌کند در سیستم‌های مدیریت موجودی، هر چه مقدار هزینه‌های ثابت سفارش‌دهی و یا راه اندازی افزایش یابد، کارایی مدل پیشنهادی افزایش می‌یابد به عبارت دیگر در یک سیستم تولیدی یا سفارش‌دهی، اگر مقدار هزینه ثابت راه‌اندازی و یا هزینه ثابت سفارش‌دهی عددی بزرگی باشد سیاست دریافت چندگانه دارای کارایی بهتری نسبت به مدل کلاسیک دارد و بهبود هزینه و سود آن قابل توجه است در چنین مواقعی مدیریت واحد تولیدی یا شرکت خدماتی بهتر است از سیاست دریافت چندگانه استفاده کند. در این مقاله منظور از مدل کلاسیک، مدل‌های کنترل موجودی با یکبار دریافت در هر سیکل است. در مساله بررسی‌شده، توزیع‌کننده محصولات خود را طی چند مرحله دریافت می‌کند ولی در مدل‌های پایه‌ای

[1] Relative Percent Difference

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

کنترل موجودی، مانند مدل EOQ دریافت در هر سیکل فقط یک بار انجام می‌شود. بر این اساس تابع سود کل تولیدکننده و توزیع‌کننده در حالتی دریافت و ارسال یک بار در هر سیکل باشد به صورت زیر است.

$$\Re(Q,p_c)=-c\times d(p_c)-\frac{d(p_c)}{Q}(b+A)+d(p_c)\times p_c-\frac{۱}{۲}h\times Q+\frac{d(p_c)(-A-c\times Q-\frac{۱}{۲}Q\times t\times h_s+Q\times p_s)}{Q} \qquad (۲۸)$$

تفاوت سود یکپارچه مدل کلاسیک(رابطه (۲۸)) با مدل پیشنهادی در این است که در مدل کلاسیک تعداد دریافتها در هر سیکل برابر با یک است؛ لذا مقدار m در مدل کلاسیک برابر یک بوده و این امر باعث می‌شود که مقدار K و Q با هم برابر شوند. لذا تنها مجهول مساله در مدل کلاسیک، میزان سفارش است.

جدول ۲. تغییرات جواب بهینه مدل کلاسیک بر اثر تغییرات پارامترهای مدل

	ردیف	درصد تغییرات	پارامتر: هزینه ثابت سفارش توزیع کننده	پارامتر: هزینه ثابت آماده‌سازی تولید کننده	پارامتر: هزینه نگهداری توزیع کننده	پارامتر: هزینه نگهداری تولید کننده	پارامتر: هزینه حمل‌ونقل هر بار دریافت	مقدار بهینه سفارش دهی (Q)	قیمت بهینه تولید کننده	قیمت بهینه توزیع کننده	سود	RPD
تغییر هزینه ثابت سفارش‌دهی و هزینه ثابت راه‌اندازی	۱	-۶۰	۲۰۰	۸۰	۶	۴	۲۰	۳۹/۸۴۰	۴۶/۴۹۹	۱۰۷/۴۹۷	۹۳۰/۸۰۲	٪۰/۹۵
	۲	-۲۰	۴۰۰	۱۶۰	۶	۴	۲۰	۵۴/۶۸۳	۴۶/۸۳۷	۱۰۹/۱۸۳	۸۲۷/۲۴۷	٪۲/۵۶
	۳	۲۰	۶۰۰	۲۴۰	۶	۴	۲۰	۶۵/۸۸۸	۴۷/۱۰۴	۱۱۰/۵۱۸	۷۴۸/۱۲۳	٪۳/۹۷
	۴	۶۰	۸۰۰	۳۲۰	۶	۴	۲۰	۷۵/۱۶	۴۷/۳۳۴	۱۱۱/۶۶۹	۶۸۱/۹۵۱	٪۵/۲۱
	۵	۱۰۰	۱۰۰۰	۴۰۰	۶	۴	۲۰	۸۳/۱۶۵	۴۷/۵۴۰	۱۱۲/۷۰۲	۶۲۴/۱۵۳	٪۶/۷۰
تغییرات هزینه حمل هر بار ارسال	۶	-۱۰۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۰	۵۹/۷۹۱	۴۶/۹۶	۱۰۹/۷۸۵	۷۹۱/۲۸۵	٪۶/۵۹
	۷	-۶۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۸	۶۰/۶۱۱۴	۴۶/۹۶۵	۱۰۹/۸۲۳	۷۸۹/۰۰۹	٪۴/۴۱
	۸	-۲۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۱۶	۶۰/۴۳۴	۴۶/۹۷۲	۱۰۹/۸۶۱	۷۸۶/۷۴۶	٪۳/۶۱
	۹	۲۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۲۴	۶۰/۷۵۳	۴۶/۹۸۰	۱۰۹/۸۹۹	۷۸۴/۴۹۷	٪۲/۹۸
	۱۰	۶۰	۵۰۰	۲۰۰	۶	۴	۳۲	۶۱/۰۶۹	۴۶/۹۸۷	۱۰۹/۹۳۷	۷۸۲/۲۶۱	٪۲/۵۴
هزینه نگهداری هر واحد محصول توزیع‌کننده	۱۱		۵۰۰	۲۰۰	۴	۴	۲۰	۷۲/۸۶۵	۴۶/۸۰۱	۱۰۹/۰۰۳	۸۵۱/۸۱۲	٪۳/۲۵
	۱۲		۵۰۰	۲۰۰	۵.۸	۴	۲۰	۶۱/۵۶۲	۴۶/۹۵۹	۱۰۹/۷۹۷	۷۹۱/۷۲۸	٪۳/۰۸
	۱۳		۵۰۰	۲۰۰	۸.۳	۴	۲۰	۵۱/۸۷۳	۴۷/۱۵۸	۱۱۰/۷۹۲	۷۲۱/۳۱۸	٪۳/۴۷
	۱۴		۵۰۰	۲۰۰	۱۱.۹	۴	۲۰	۴۳/۳۴۱	۴۷/۴۱۵	۱۱۲/۰۷۳	۶۳۶/۲۶۳	٪۳/۹۲
	۱۵		۵۰۰	۲۰۰	۱۷.۲	۴	۲۰	۳۵/۸۰۳	۴۷/۷۴۹	۱۱۳/۷۴۶	۵۳۲/۲۶۱	٪۴/۶۵

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

همچنین با افزایش هزینه حمل هر بار دریافت، همان طور که از جدول ۱پیداست، تعداد دریافت‌ها در هر بار سفارش کاهش می‌یابد و این امر باعث می‌شود که سیستم دریافت چندگانه به سمت مدل کلاسیک سوق پیدا کند و مقدار RPD ردیفهای ۶ الی ۱۰ جدول ۲ گویای این مطلب است که با افزایش مقدار هزینه حمل، مقدار این شاخص کاهش می‌یابد. در چنین مواقعی اگر هزینه‌های حمل و نقل زیاد باشد تصمیم مناسب برای مدیریت، دریافت به صورت یک مرحله‌ای است. در نهایب به بررسی تاثیر هزینه نگهداری در انتخاب سیستم سفارش‌دهی پرداخته می‌شود در ردیف‌های ۱۱ الی ۱۵ جدول ۲ هزینه نگهداری سیستم افزایش‌یافته است و اثرات این افزایش، باعث افزایش شاخصRPD و درنتیجه افزایش کارایی مدل پیشنهادی است. بنابراین مدل پیشنهادی برای زمانی که هزینه نگهداری یا هزینه سفارش‌دهی عدد بزرگی باشد کارایی خیلی بهتری نسبت به مدل کلاسیک دارد و در چنین مواقعی پیشنهاد می‌شود مدیریت از سیستم دریافت چندگانه استفاده نماید.

٦ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله سیستم یکپارچه تامین‌کننده-توزیع‌کننده مورد بررسی قرار گرفته است. تولیدکننده محصولات تولیدی خود را بر اساس سیاست خود بر اساس تولید به هنگام برای توزیع‌کننده ارسال می‌کند و توزیع‌کننده نیز بر اساس پیش‌بینی‌های خود تقاضای ادغامی مشتریان را پیش‌بینی می‌کند و در این مقاله فرض شده است که نوسانات تقاضا ادغامی مشتریان بسیار کم است که از این تغییرات صرفه‌نظر شده است؛ بنابراین تقاضای مشتریان توزیع‌کننده فقط به قیمت فروش وابسته است. در این سیستم توزیع‌کننده سفارش مورد نیاز یک سیکل خود را برای تامین‌کننده ارسال می‌کند و تامین‌کننده محصولات سفارش داده‌شده توسط توزیع‌کننده را در چند مرحله ارسال می‌کند. قیمت فروش تولیدکننده وابسته به قیمت فروش توزیع‌کننده است که به صورت یک تابع افزایشی نسبت به قیمت فروش توزیع‌کننده بیان شده است. مساله بیان‌شده، مدل‌سازی‌شده و بر اساس یک الگوریتم پیشنهادی جواب بهینه مساله به‌دست آمده است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که مساله پیشنهادی وابستگی خیلی زیادی نسبت به هزینه نگهداری و هزینه ثابت سفارش‌دهی و راه اندازی دارد. در مسایل برنامه‌ریزی و کنترل موجودی در زمینه موضوع بررسی‌شده ممکن است تغییرات تقاضا ناچیز نباشد و در این صورت می‌توان آن را به صورت غیرقطعی بررسی کرد. در چنین حالتی، تغییرات زیاد تقاضا پیچیدگی مساله را افزایش‌داده و می‌تواند زمینه مناسبی برای توسعه مدل پیشنهادی باشد. همچنین بررسی مساله در حالت چند تولیدکننده و چند توزیع‌کننده با در نظر گرفتن مواردی مانند رقابت بین اعضای زنجیره توسعه مناسبی برای چنین مسایلی خواهد بود.

منابع

[1] F.W. Harris,(1913), “How many parts to make at once”, Factory, the Magazine of Management, 10: 135-136.
[2] E. Taft,(1918), “The most economical production lot”, Iron Age, 101: 1410-1412.
[3] H. Sadeghi,(2019), “Optimal pricing and replenishment policy for production system with discrete demand”, International Journal of Industrial Engineering and Management Science, 6: 37-50.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]
[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]

[4] G.A. Widyadanaa, H.M. Wee, 2009, "A multi-product EPQ model with discrete delivery order: a Langrangean solution approach", Global perspective for competitive enterprise, economy and ecology, Springerpp. 601-608.
[5] H.M. Wee, G.A. Widyadana,(2013), "Single-vendor single-buyer inventory model with discrete delivery order, random machine unavailability time and lost sales", International Journal of Production Economics, 143: 574-579.
[6] S.H.R. Pasandideh, S.T.A. Niaki,(2010), "Optimizing the economic production quantity model with discrete delivery orders", Journal of Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research, 44: 49-62.
[7] L.E. Cárdenas-Barrón, G. Treviño-Garza, G.A. Widyadana, H.-M. Wee,(2014), "A constrained multi-products EPQ inventory model with discrete delivery order and lot size", Applied Mathematics and Computation, 230: 359-370.
[8] A.H. Nobil, A.H.A. Sedigh, L.E. Cárdenas-Barrón,(2017), "A multiproduct single machine economic production quantity (EPQ) inventory model with discrete delivery order, joint production policy and budget constraints", Annals of Operations Research, DOI: 1-37.
[9] S. Shafiee-Gol, M.M. Nasiri, A.A. Taleizadeh,(2016), "Pricing and production decisions in multi-product single machine manufacturing system with discrete delivery and rework", Opsearch, 53: 873-888.
[10] H. Sadeghi, A. Makui, H. Heydari,(2013), "Determining the periodicity and planned lead time in serial-production systems with dependent demand and uncertain lead time", Uncertain Supply Chain Management, 1: 87-98.
[11] H. Sadeghi, A. Makui, M. Heydari,(2016), "Multilevel production systems with dependent demand with uncertainty of lead times", Mathematical Problems in Engineering, 2016.
[12] H. Sadeghi, A. Makui, M. Heydari, A.H. Ghapanchi,(2015), "Proposing a model for optimising planned lead-times and periodicity in MRP systems under uncertainty", International Journal of Services and Operations Management, 21: 310-331.
[13] M. AlDurgam, K. Adegbola, C.H. Glock,(2017), "A single-vendor single-manufacturer integrated inventory model with stochastic demand and variable production rate", International Journal of Production Economics, 191: 335-350.
[14] Y. Liu, Q. Li, Z. Yang,(2019), "A new production and shipment policy for a coordinated single-vendor single-buyer system with deteriorating items", Computers & Industrial Engineering, 128: 492-501.
[15] A. Mahmoodi, H. Sadeghi,(2020), "Developing (1, T) Policy for Two-level Inventory Systems with non-Identical Retailers and Perishable Items", Journal of Operational Research and Its Applications, 17: 27-46.
[16] Y.-J. Lin, C.-H. Ho,(2011), "Integrated inventory model with quantity discount and price-sensitive demand", Top, 19: 177-188.
[17] B. Pal, S.S. Sana, K. Chaudhuri,(2012), "Multi-item EOQ model while demand is sales price and price break sensitive", Economic Modelling, 29: 2283-2288.
[18] S. Tiwari, L.E. Cárdenas-Barrón, M. Goh, A.A. Shaikh,(2018), "Joint pricing and inventory model for deteriorating items with expiration dates and partial backlogging under two-level partial trade credits in supply chain", International Journal of Production Economics, 200: 16-36.
[19] S. Rezaee, M. khakestari,(2019), "An Introduction to Hybrid Model Inventory Control with a Green Supplier Selection Model under Uncertainty", Journal of Operational Research and Its Applications, 16: 73-87.
[20] M. Rastogi, S. Singh,(2019), "An inventory system for varying deteriorating pharmaceutical items with price-sensitive demand and variable holding cost under partial backlogging in healthcare industries", Sādhanā, 44: 95.
[21] H. Sadeghi, H. Golpîra, S.A.R. Khan,(2021), "Optimal integrated production-inventory system considering shortages and discrete delivery orders", Computers & Industrial Engineering, 156: 107233.
[22] B. Karthick, R. Uthayakumar,(2021), "Optimizing an imperfect production model with varying setup cost, price discount, and lead time under fuzzy demand", Process Integration and Optimization for Sustainability, 5: 13-29.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]
[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.49]