مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هجدهم، شماره سوم (پیاپی ۷۰)، پاییز ۰۰، ص ص ۷۱-۴۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

# توسعه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز در شرایط عدم قطعیت

**وحید اتحادی[۱]، حسن حسینی نسب [۲*]، محمدباقر فخرزاد[۳]، حسن خادمی زارع[۴]**

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه یزد، گروه مهندسی صنایع، یزد، ایران

۲- استاد، دانشگاه یزد، گروه مهندسی صنایع، یزد، ایران

۳- دانشیار، دانشگاه یزد، گروه مهندسی صنایع، یزد، ایران

۴- استاد، دانشگاه یزد، گروه مهندسی صنایع، یزد، ایران

رسید مقاله: ۶ مرداد ۱۳۹۹

پذیرش مقاله: ۲۲ فروردین ۱۴۰۰

## چکیده

ارزیابی کارایی یک موضوع بسیار مهم و کلیدی در شرایط رقابتی می‌باشد. این در حالی است که سازمان‌ها و شرکت‌ها با عدم قطعیت‌های مختلفی مواجه هستند و این موضوع، بررسی کارایی آنها را به شدت سخت و پیچیده می‌کند. در این تحقیق، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز، برای سه حالت غیرقطعی شامل: خروجی‌های غیرقطعی، ورودی‌های غیرقطعی و ورودی و خروجی هم‌زمان غیرقطعی، توسعه داده شده‌است. مدل‌های ارایه شده برای ارزیابی کارایی ۱۰ فرآیند دو مرحله‌ای فروشنده و خریدار، در یک زنجیره‌تامین مورد استفاده قرار گرفته و تاثیر عدم قطعیت داده‌ها، مورد بررسی قرار گرفته‌است. نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های توسعه داده شده، با نتایج مدل‌های شبکه سنتی DEA، مقایسه شده‌است. اعتبار و صحت مدل‌های توسعه‌یافته نیز مورد بررسی قرار گرفته‌است. نتایج نشان می‌دهد که قابلیت اطمینان مدل‌های پیشنهادی از مدل سنتی شبکه DEA، بیشتر است. همچنین با بررسی کارایی واحد های تصمیم‌گیری در شرایط مختلف عدم قطعیت و نوسانات داده‌ها، مشخص گردید، هرچقدر دامنه این نوسان بیشتر باشد، امتیاز کارایی واحدهای مختلف نیز کاهش پیدا می‌کند که با واقعیت همخوانی دارد.

**کلمات کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز، بهینه‌سازی استوار، کارایی، زنجیره‌تامین.

## ۱ مقدمه

مدل‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها، سیستم‌ها را یک مجموعه بسته در نظرگرفته و فرآیندهای داخلی سیستم و روابط بین آن‌ها را نادیده می‌گیرد. این دیدگاه، معروف به دیدگاه جعبه سیاه است و بسیاری از اطلاعات ارزشمند

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: hhn@yazd.ac.ir



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]

[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]

[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

را در مورد واحدهای تصمیم‌گیری، نادیده و اندازه‌گیری کارایی را صرفا به ورودی‌ها و خروجی‌های نهایی محدود می‌کند[۱-۳].

در واقع مدل‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها، در محاسبه کارایی سیستم‌های پیچیده و فرآیندهایی که متشکل از چند مرحله‌اند، مشکل داشته و نمی‌تواند کارایی هر یک از فرآیندهای داخلی را محاسبه کند. در دنیای واقعی نمونه‌های زیادی وجود دارد، که بخشی از خروجی‌های هر مرحله، به عنوان خروجی‌های نهایی، تحویل مشتری، و بخشی دیگر به عنوان ورودی‌ها، وارد مرحله بعد می‌گردد[۳].

در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز، هر مرحله به صورت یک سیستم باز است و ورودی‌هایی از بیرون و مرحله قبل می‌تواند داشته باشد [۴]. مشهورترین نظریه‌های مطرح در حوزه تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مربوط به مدل‌های کائو [۵]، کوک و همکاران [۶]، چن و یال [۳] و لی و همکاران [۷] است.

در مدل‌های سنتی DEA، چنانچه واحد تصمیم‌گیرنده دارای فرآیندهای داخلی باشد، کارایی هر یک از فرآیندهای داخلی و فرآیند کل، به صورت مستقل محاسبه می‌گردد. در حالی که در مدل‌های شبکه‌ای DEA، محدودیت‌های فرآیندهای داخلی، به محدودیت فرآیند کل، اضافه می‌گردد، در نتیجه نمره کارایی کل، کوچک‌تر از نمره کارایی فرآیندهای داخلی است. لذا مدل‌های شبکه‌ای به طور مناسب‌تری رابطه میان کارایی کل و کارایی فرآیندهای داخلی را توصیف می‌کند[۷].

از طرف دیگر، در دنیای واقعی، عدم قطعیت داده‌ها، امری اجتناب‌ناپذیر است. گاهی اوقات آشفتگی بسیار کوچک در داده‌های مساله منجر به جواب‌های غیربهینه و یا غیرقابل قبول می‌گردد. این بدان معناست که در نظر گرفتن داده‌های قطعی، در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، ممکن است نتایج نادرستی از کارایی، به تصمیم‌گیرندگان، ارایه دهد و یک تغییر کوچک در داده‌های مساله، وضعیت واحدهای تصمیم‌گیری را از حالت کارا به ناکارا و بالعکس تغییر دهد [۸].

در حوزه عدم قطعیت داده‌های DEA، رویکردهای تصادفی[۸]، فاصله‌ای [۹] و فازی [۱۰]، نیز مورد بحث قرار گرفته است. در رویکرد تصادفی، باید تابع توزیع برای داده‌های غیرقطعی، انتخاب گردد، که انتخاب مناسب یک توزیع بسیار دشوار خواهد بود و انتخاب نادرست منجر به نتایج اشتباه می‌گردد [۱۱]. مشکل رویکرد فاصله‌ای، دشواری در تخمین درست، مرزهای بالا و پایین کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری است. وانگ و همکارانش[۹]، مشکلات برخی از مدل‌های DEA فازی را، مورد بررسی قرار داده‌اند و به این نتیجه رسیدند که در بعضی موارد، پیچیدگی رویکرد فازی، به‌صورت نمایی رشد می‌کند. بهینه‌سازی استوار، به عنوان یک ابزار جدید می‌تواند مشکلات بیان شده در رویکردهای بهینه‌سازی در حالت عدم قطعیت را برطرف کند. این روش، برای اولین بار توسط سویستر ارایه گردید[۱۲]. سپس توسط بن تال و نمیروسکی [۱۳] و برتیسماس و سیم [۱۴] توسعه داده شد.

تاکنون تحقیقات زیادی در زمینه بهینه‌سازی استوار صورت گرفته[۱۴,۱۳]، اما با توجه به این‌که در بهینه‌سازی استوار، برای متغیرهای موجود در محدودیت‌های تساوی، نمی‌توان عدم قطعیت را لحاظ نمود، درنظرگرفتن عدم قطعیت در داده‌های ورودی و خروجی به طور هم‌زمان بسیار دشوار می‌باشد. با توجه به اهمیت



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

موضوع عدم قطعیت در DEA، در این مقاله یک رویکرد جدید ارایه می‌گردد که بر مبنای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز است. در این بررسی، سه حالت ورودی غیرقطعی، خروجی غیرقطعی و ورودی و خروجی هم‌زمان غیر قطعی، مورد مطالعه قرار گرفته است. مدل‌های استوار مربوط به هر سه حالت، توسعه داده شده و مثال عددی ذکر گردیده است.

این مقاله در شش بخش سازماندهی شده‌است. بررسی ادبیات در بخش ۲، ارایه شده‌است. مدل ریاضی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز(Opened-NetDEA) و مدل‌های پیشنهادی استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز، به ترتیب در بخش ۳ و ۴، توسعه داده شده است. مطالعه موردی شامل ۱۰ فرآیند دو مرحله‌ای، فروشنده و خریدار در زنجیره تامین، در بخش ۵، ارایه و نتایج حاصل از مدل پایه‌ای و مدل‌های پیشنهادی مطرح و مقایسه گردیده‌است. در نهایت نتیجه‌گیری‌ها، در بخش ۶ ارایه شده است.

## ۲ پیشینه پژوهش

تحقیقات زیادی در زمینه ارزیابی کارایی و استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها، انجام شده است. در ادامه تحقیقات مرتبط با این مقاله بررسی می‌گردد. پارک در سال ۲۰۰۹، واحدهای تصمیم‌گیری دارای چند مرحله بدون محصولات میانی را مطالعه نمود. مدل ارایه شده، برای اندازه‌گیری عملکرد ۲۰ واحد عملیات سرویس کابل‌های تلویزیون در کره جنوبی در سال‌های ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۱ مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که شرکت‌ها با پشتیبانی بالا بهترین کارایی را در بین سایر شرکت‌ها داشته‌اند [۱۵]. تیسوتسو و گتو در سال ۲۰۰۹، مدل SBM وزن‌دار را برای بررسی عملکرد ۹۰ شرکت توزیع برق، در ایالات متحده، مورد استفاده قرار دادند. مراحل درنظر گرفته‌شده شامل تولید، انتقال، توزیع، فروش، و اداره عمومی می‌باشد و وزن آن‌ها براساس هزینه‌های سهام درنظر گرفته شده‌است. نتایج این تحقیق بیانگر کارایی روش SBM در رتبه‌بندی شرکت‌ها، می‌باشد. [۱۶]. وی و همکاران در سال ۲۰۱۱، ساختار پایه چند مرحله‌ای بدون محصولات میانی، را مورد بحث قرار دادند. هدف مدل آن‌ها حداقل کردن مجموع پارامترهای فاصله‌ای مرتبط با تمام مراحل، از هر دو طرف ورودی و خروجی است. آن‌ها نشان دادند که واحد تصمیم‌گیری کارآمد است، اگر و فقط اگر تمام فرآیندها، زمانی که به صورت مستقل اندازه‌گیری می‌گردد، کارآمد باشد [۱۷]. لی و جانسون در سال ۲۰۱۲، مدل ارتباطی ارایه‌شده توسط کائو در سال ۲۰۰۹، را برای ساختارهای شبکه عمومی، با فرض بازده به مقیاس متغیر، برای بررسی عملکرد ۱۵ شرکت هواپیمایی ایالات متحده، مورد استفاده قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی نسبت به مدل‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی بیشتری دارد [۷]. نوری و همکارانش در سال ۲۰۱۳، پنج فرایند/مرحله را در یک واحد تصمیم‌گیری تولیدی مشخص و از این مدل برای اندازه‌گیری بهره‌وری ۱۵ واحد صنعتی در ایران، استفاده نمودند[۱۵]. سیستم تولید ترکیبی از چهار فرایند، طراحی ظرفیت، تولید تقاضا، عملیات و مصرف تقاضا، طراحی شده است، کائو در سال ۲۰۱۴، یک فرایند مجازی را به هر یک از فرآیندهای اصلی به صورت موازی متصل نمود، تا ورودی‌ها و خروجی‌های نهایی را از طریق این فرآیند مجازی منتقل



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

سازد. کارایی واحد تصمیم‌گیری، از کارایی هر مرحله به دست می‌آید، که هر مرحله دارای ساختار موازی متشکل از فرآیندهای اصلی و مجازی است [۵].

در دنیای واقعی، داده‌ها دارای عدم قطعیت می‌باشد. بنابراین، استفاده از مدل‌های DEA سنتی ممکن است منجر به نتایج نادرست گردد. سجادی و عمرانی در سال ۲۰۱۱، مدل‌های استوار DEA را، با فرض عدم‌قطعیت در داده‌های خروجی، برای ارزیابی عملکرد شرکت‌های توزیع برق پیشنهاد نمودند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عدم قطعیت، کارایی واحد ها به شکل واقعی‌تر در مدل نشان داده می‌شود [۱۸]. شکوهی و همکارانش در سال ۲۰۱۱، مدل‌های استوار DEA را، با فرض عدم‌قطعیت در داده‌های ورودی و خروجی، توسعه دادند نتایج پیاده‌سازی این مدل نشان می‌دهد که هرچقدر تعداد پارامترهای غیرقطعی افزایش پیدا کند، پیچیدگی حل مدل ریاضی DEA، بالاتر می‌رود[۱۹]. وانگ و وی، مدل‌های استوار CCR، را به دو صورت ورودی- محور و خروجی- محور، براساس رویکرد بنتال و نیمروفسکی توسعه دادند. نتایج حاکی از کارایی روش بهینه‌سازی استوار در مواجهه با شرایط غیرقطعی می‌باشد [۹]. عمرانی و همکاران در سال ۲۰۱۷، کارایی زنجیره‌تامین را با تحلیل پوششی داده‌ها غیرقطعی ارزیابی کردند. در این تحقیق که ورودی‌ها غیرقطعی می‌باشد، از روش سناریو محور و تبدیل به مدل استوار استفاده شده است. نتایج تحلیل‌ها نشان‌دهنده این موضوع است که مدل استوار تحت سناریوها مختلف، کارایی خود را به خوبی نشان می‌دهد [۲۰]. زو و همکاران در سال ۲۰۱۷، یک مدل ریاضی چندهدفه بر اساس تحلیل پوششی داده‌ها توسعه داده‌اند. در این مدل خروجی‌ها دارای عدم قطعیت بوده و از رویکرد فازی برای مواجهه با آن استفاده شده است. همچنین یک طبقه‌بندی از جواب‌های بهینه این مدل ارایه‌شده که قادر است چندین رتبه کارایی برای هر یک از واحدها ارایه دهد. نتایج نهایی گویای این موضوع است که طراحی روش تحلیل پوششی داده‌ها می‌تواند حالات مختلف کارایی واحدها را بررسی و مناسب‌ترین آنها را گزارش کند [۲۱]. لیو و لو در سال ۲۰۱۸، یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها با ورودی و خروجی غیرقطعی ارایه کردند که در آن عدم قطعیت به صورت بازه ای و از رویکرد استوار بهره برده شده است. این مدل به منظور ارزیابی کارایی واحدهای تولیدی مختلف طراحی‌شده و شاخص‌های زیست محیطی و اجتماعی نیز در آن تاثیرگذار است. نتایج حاصل‌شده گویای آن است که روش مورد نظر می‌تواند حساسیت مربوط به عدم قطعیت را به خوبی کنترل کند [۲۲]. آقایی و رعایت پناه در سال ۲۰۱۹ ارزیابی کارایی شعب بانک را به کمک رویکرد بهینه‌سازی استوار در تحلیل پوششی داده‌ها انجام داده‌اند. در این تحقیق هم ورودی‌ها و هم خروجی‌ها به صورت غیرقطعی و بازه‌ای در نظر گرفته شده و یک مدل استوار بر اساس روش برتسیماس و سیم توسعه داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که نمره کارایی مالی بانک‌ها با افزایش عدم قطعیت در داده‌ها بیشتر می‌شود [۲۳]. شکوری و همکاران در سال ۲۰۱۹، دو مدل تصادفی دو مرحله‌ای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای بسته، برای برآورد کارایی DMUها تحت عدم اطمینان بر اساس استاکلبرگ (رهبر- پیرو) و مدل‌های تئوری بازی متمرکز را ارایه نمودند. کاربرد مدل‌های پیشنهادی در زمینه تجزیه و تحلیل عملکرد شعب بانک نشان داده شده است[۲۴]. هوو و همکاران در سال ۲۰۱۹، واحد های تولیدی مختلف را بر اساس میزان هدر رفت آب مصرفی رتبه‌بندی کردند. در این تحقیق هم ورودی‌ها و هم خروجی‌ها به صورت قطعی در نظر گرفته شده و یک مدل مبتنی بر کمکی برای



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

ارزیابی کارایی واحدهای تولیدی توسعه داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که شاخص‌های زیست محیطی می‌تواند تاثیر به سزایی در کارایی واحدهای تولیدی داشته باشد [۲۵]. کاون و همکاران در سال ۲۰۲۰، به ارزیابی واحدهای یک زنجیره‌تامین حلقه بسته در شرایط عدم قطعیت پرداخته‌اند. آنها از روش تئوری بازی‌ها و نیز تحلیل پوششی داده‌ها، برای این منظور استفاده کرده‌اند و با توجه به شرایط عدم قطعیت، ورودی و خروجی را به صورت اعداد فازی در نظر گرفته‌اند. نتایج بیان می‌کند که عدم قطعیت تاثیر به سزایی در شاخص‌های اقتصادی زنجیره‌تامین دارد [۲۶]. جامخانه و همکاران در سال ۱۳۹۸، با استفاده از رویکرد سه مرحله‌ای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز، اطلاعات جمع‌آوری شده از ۱۶ شرکت برق که شامل سه بخش تولید، انتقال و توزیع، می‌باشد را برای سال ۱۳۹۶، مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. در این مطالعه داده‌ها قطعی در نظر گرفته شده است[۲۷]. امیرتیموری و همکاران در سال ۱۳۹۸، یک روش کارایی‌سنجی برای ارزیابی عملکرد شرکت‌های گاز استانی با حضور شاخص‌های نامطلوب ارایه نمودند[۲۸]. پیکانی و همکاران در سال ۲۰۲۰، انواع مدل‌های بهینه‌سازی استوار در زمینه ارزیابی کارایی تولید را مرور کرده‌اند. آنها در مجموع ۳۷ تحقیق را مرور کرده و نشان داده‌اند که تحلیل پوششی داده‌های استوار یک ابزار کارامد و مفید در اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت به حساب می‌آید [۱۱]. دی و هکاران در سال ۲۰۲۰ زنجیره‌های تامین ناب و پایدار را بر اساس عملکرد آنها رتبه‌بندی کرده‌اند. ویژگی اصلی این تحقیق در آن است که زنجیره‌هایی مورد بررسی قرار گرفته است که مبتنی بر شرکت‌ها و واحدهای اقتصادی کوچک هستند. با توجه به این‌که شاخص‌های مورد استفاده تماما بر اساس رفتار اقتصادی و زیست محیطی است، لذا تمامی داده‌ها به صورت قطعی در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل‌شده نشان داده است که ترکیب ناب و پایداری می‌تواند به شرکت‌های کوچک در رشد و توسعه و بهبود عملکرد آنها کمک شایانی بکند [۲۹]. آلوارز و همکاران در سال ۲۰۲۰، مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای با فرض خروجی‌های غیرقطعی ارایه و مجموعه خرده فروشان یک زنجیره‌تامین را بر اساس چرخه عمر محصول و حجم فروش آنها رتبه‌بندی نمودند. نتایج پیاده‌سازی این روش نشان می‌دهد که لحاظ کردن چرخه عمر محصول در DEA، می‌تواند زنجیره‌های تامین را از نظر پایداری، ارتقا بخشد [۳۰]. در جدول ۱ به مرور مهم‌ترین تحقیقات این حوزه پرداخته شده است.

**جدول ۱.** خلاصه ادبیات موضوع

| محقق | سال | ارزیابی کارایی | | | نوع تحلیلی پوششی | | نوع داده‌ها | | | | شیوه مواجهه با عدم قطعیت | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | کارایی تولید | کارایی خدمات | کارایی زنجیره تامین | یک مرحله ای | شبکه‌ای | داده‌ها قطعی | ورودی غیرقطعی | خروجی غیرقطعی | ورودی و خروجی غیرقطعی | قطعی | فازی | احتمالی | استوار |
| پارک | ۲۰۰۹ | √ | | | √ | | √ | | | | √ | | | |



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

| محقق | سال | ارزیابی کارایی | | | نوع تحلیلی پوششی | | نوع داده‌ها | | | | شیوه مواجهه با عدم قطعیت | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | کارایی تولید | کارایی خدمات | کارایی زنجیره تامین | یک مرحله ای | شبکه‌ای | داده‌ها قطعی | ورودی غیرقطعی | خروجی غیرقطعی | ورودی و خروجی غیرقطعی | قطعی | فازی | احتمالی | استوار |
| تیسوتسو و گتو | ۲۰۰۹ | | √ | | √ | | | √ | | | | | √ | |
| وی و همکاران | ۲۰۱۱ | √ | | | | √ | √ | | | | √ | | | |
| سجادی و عمرانی | ۲۰۱۱ | | √ | | √ | | | | √ | | | | | √ |
| وانگ و وی | ۲۰۱۱ | | √ | | √ | | | √ | | | | | | √ |
| نوری و همکاران | ۲۰۱۳ | √ | | | √ | | √ | | | | √ | | | |
| لی و جانسون | ۲۰۱۲ | | √ | | √ | | √ | | | | √ | | | |
| کائو | ۲۰۱۴ | | √ | | | √ | √ | | | | √ | | | |
| عمرانی و همکاران | ۲۰۱۷ | | | √ | √ | | | √ | | | | | | √ |
| زو و همکاران | ۲۰۱۷ | | | √ | | | | | √ | | | √ | | |
| لیو و لو | ۲۰۱۸ | √ | | | √ | | | | | √ | | | | √ |
| آقایی و رعایت پناه | ۲۰۱۸ | | √ | | | √ | | | | √ | | | | √ |
| هوو و همکاران | ۲۰۱۹ | √ | | | √ | | √ | | | | √ | | | |
| شکوری و همکاران | ۲۰۱۹ | | √ | | | √ | | | | √ | | | √ | |
| جامخانه و همکاران | ۱۳۹۸ | √ | | | | √ | √ | | | | √ | | | |
| تیموری و همکارن | ۱۳۹۸ | √ | | | | √ | √ | | | | √ | | | |
| کاون و همکاران | ۲۰۲۰ | | | √ | √ | | | | | √ | | √ | | |
| پیکانی و همکاران | ۲۰۲۰ | √ | | | √ | | | √ | | | | | √ | √ |
| دی و همکاران | ۲۰۲۰ | | | √ | | √ | √ | | | | √ | | | |
| آلوارز و همکاران | ۲۰۲۰ | | | √ | √ | | | | √ | | | | √ | |
| تحقیق حاضر | ۲۰۲۰ | | | √ | | √ | | √ | √ | √ | | | | √ |

با بررسی دقیق ادبیات موضوع و نیز مقایسه این تحقیق با سایر تحقیقات در جدول ۱، به طور خلاصه، نوآوری مقاله به شرح زیر می‌باشد.

۱- توسعه مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با خروجی‌های غیرقطعی، این مدل برای حالتی که نوسان در خروجی‌های نهایی واحدهای تصمیم‌گیری وجود دارد، مورد استفاده خواهد بود. این حالت زمانی رخ



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

می‌دهد که اندازه‌گیری دقیق خروجی‌ها میسر نمی‌باشد و اندازه واقعی خروجی‌ها نسبت به مقادیر اندازه‌گیری‌شده اختلاف دارد.

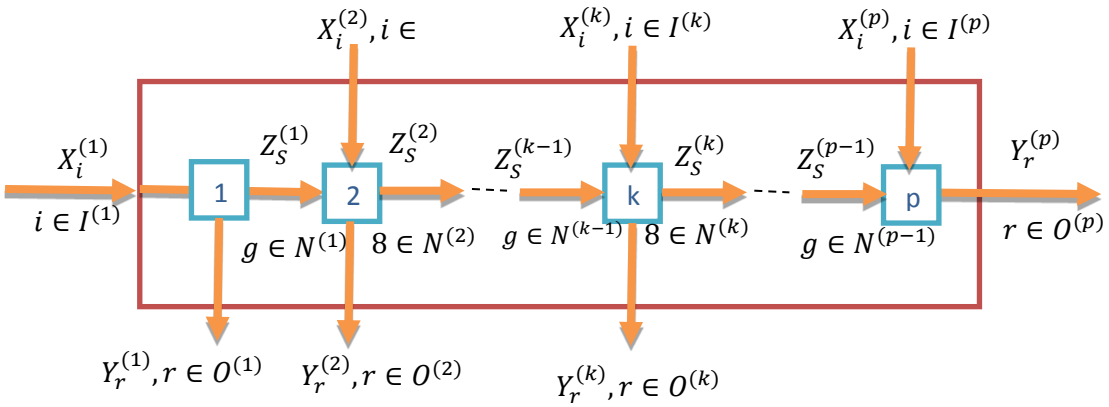
۲- توسعه مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با ورودی‌های غیرقطعی، این مدل برای حالتی که داده‌های ورودی DMU ها دارای نوسان می‌باشد و اندازه‌گیری دقیق آن‌ها میسر نیست، به‌کار می‌رود.

۳- توسعه مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با ورودی‌ها و خروجی‌های غیرقطعی، جهت اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در صورت وجود عدم‌قطعیت هم‌زمان در ورودی‌ها و خروجی‌ها ارایه گردیده‌است.

۴- مقایسه نتایج مدل‌های توسعه‌داده‌شده با مدل‌های پایه.

## ۳ مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز

برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری (به عنوان مثال شبکه‌های زنجیره‌تامین)، محدود کردن محاسبات فقط به ورودی‌های اولیه و خروجی‌های نهایی و صرف‌نظر کردن از تعاملات داخلی طی مراحل مختلف DMUها، اقدام نادرستی خواهد بود، زیرا ممکن است منجر به نتایج اشتباه گردد. در شبکه باز، هر مرحله به صورت یک سیستم باز است و ورودی‌هایی از بیرون و مرحله قبل، می‌تواند داشته باشد. این شبکه می‌تواند به‌صورت سری یا موازی وجود داشته باشد. ساختار سری به واحدهای تصمیم‌گیری اشاره دارد، که از تعدادی مرحله/فرآیند متصل و پشت سرم هم تشکیل شده است. و در آن هر فرآیند ورودی‌های مستقل و محصولات میانی تولید شده توسط فرایند قبلی را مصرف و خروجی‌های مستقل و محصولات میانی را برای فرآیند بعدی تولید می‌کند. شکل ۱ یک نمونه از سیستم سری را نشان می‌دهد که در آن $X_i^{(1)}$، $X_i^{(2)}$،...، $X_i^{(P)}$ نشان‌دهنده ورودی هر یک از مراحل ۱ تا P می‌باشد و $Z_s^{(1)}$ ، $Z_s^{(2)}$، .... $Z_s^{(P-1)}$ نشانگر خروجی هر یک از مراحل ۱ تا $p-1$ و ورودی هر یک از مراحل ۲ تا P می‌باشد. در نهایت $Y_r^{(p)}$ بیانگر خروجی نهایی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری می‌باشد.

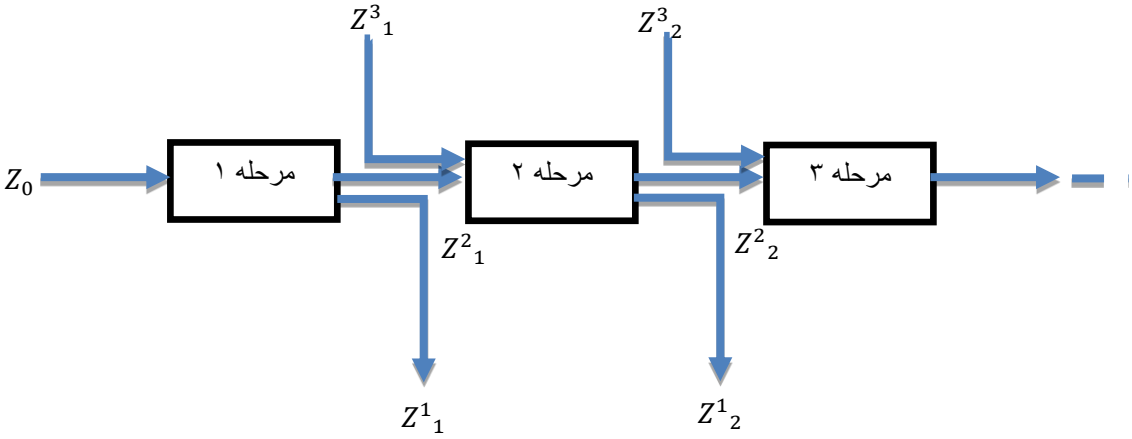



**شکل ۱.** ساختار سری [۲۸]



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

ساختارهای سری می‌توانند شامل تعداد زیادی مراحل پشت سرهم باشند، ساختار شبکه‌ای باز P- مرحله‌ای توسعه‌ای از مدل‌های سری می‌باشد. نمونه این ساختار در شکل ۲، قابل ملاحظه می‌باشد. بردار ورودی برای مرحله ۱، با $z_0$ نشان داده شده است. بردارهای خروجی از مراحل P، به دو فرم $z_p^1$ و $z_p^2$ مشاهده می‌گردد، که خروجی $z_p^1$ سیستم را ترک می‌کند و خروجی $z_p^2$ به عنوان ورودی وارد مرحله $p+1$ می‌شود.




**شکل ۲.** مدل شبکه‌ای باز سری

متغیرهای تصمیم جهت فرمول‌بندی مدل شبکه‌ای باز سری شامل موارد زیر می‌باشد.

$z_{pr}^{j1}$ : r امین بردار خروجی مرحله P واحد تصمیم‌گیری j که در این مرحله سیستم را ترک می‌کند و به عنوان ورودی وارد مرحله بعد نمی‌شود( $r=1,\ldots,R_p$ )

$z_{pk}^{j2}$ : k امین بردار خروجی مرحله P واحد تصمیم‌گیری j که به عنوان ورودی وارد مرحله $p+1$ می‌شود

$z_{pi}^{j2}$ : i امین بردار ورودی مرحله $p+1$ واحد تصمیم‌گیری $j$

$u_{pr}$ : وزن‌ها برای متغیر $z_{pr}^{j1}$

$\eta_{pk}$ : وزن‌ها برای متغیر $z_{pk}^{j2}$

$v_{pi}$ : وزن‌ها برای متغیر $z_{pi}^{j2}$

با بهره‌گیری از متغیرهای تصمیم فوق، فرم خطی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز به‌صورت زیر می‌باشد [۶].

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}^{j1} + \sum_{k=1}^{S_p} \eta_{pk} z_{pk}^{j2}\right),\\
&s.t. \quad \left\{\sum_{i=1}^{I_o} v_{oi} z_{oi}^{j} + \sum_{p=2}^{p}\left(\sum_{k=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k} z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i} z_{p-1i}^{j3}\right)\right\} = 1,\\
&\sum_{r=1}^{R_1} u_{1r} z_{1r}^{j1} + \sum_{K=1}^{S_1} \eta_{1k}\, z_{1k}^{j2} \le \sum_{i=1}^{I_o} v_{oi}\, z_{oi}^{j},\\
&\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}^{j1} + \sum_{K=1}^{S_p} \eta_{pk}\, z_{pk}^{j2} \le \sum_{K=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k}\, z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i}\, z_{p-1i}^{j3} \quad \forall j,\\
&u_{pr}, \eta_{pk}, v_{pi}\ , v_{oi} > 0.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

در مدل‌های مضربی تحلیل پوششی داده‌ها، اگر تابع هدف، فقط حدکثر نمودن خروجی‌ها باشد، مدل DEA، ورودی- محور نامیده می‌شود. لذا مدل شماره (۱) یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز ورودی-محور است. محدودیت اول ورودی را در سطحی ثابت نگه می‌دارد. محدودیت‌های دوم و سوم مدل (۱) بیان می‌کند که برای همه واحدهای تصمیم‌گیری باید مجموع خروجی‌ها، کمتر یا مساوی ورودی‌ها باشد. محدودیت دوم به فرآیند اول و محدودیت سوم به فرآیندهای بعدی اشاره دارد.

## ٤ رویکرد بهینه‌سازی استوار در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز سری

بهینه‌سازی استوار یکی از روش‌های جدید برنامه‌ریزی ریاضی است، که اخیرا توجه محققان زیادی را به خود جلب کرده است. این روش برای مدل‌سازی اثر نویز در داده‌ها، یافتن یک جواب شدنی برای مسایل برنامه‌ریزی ریاضی و جایگزینی برای برنامه‌ریزی تصادفی و تحلیل‌حساسیت به شمار می‌رود. مدل‌های شناخته شده در حوزه بهینه‌سازی استوار، سویستر[۱۲]، بنتال و نیمروفسکی[۱۳] و برتیسماس و سیم [۱۴] است که هر کدام دارای نقاط ضعف و قوت می‌باشد. مشکل اصلی روش سویستر این است که برای تضمین استوار بودن جواب، مقدار زیادی از تابع هدف را در نظر نمی‌گیرد. مدل بنتال دارای این مزیت است که سطح اطمینان را می‌توان با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده مشخص نمود ولی یکی از مهم‌ترین ضعف‌های این روش، تغییر درجه مساله مورد بررسی است. در مدل برتیسماس و سیم، علاوه بر این که سطح اطمینان در محدودیت‌ها، قابل تعیین می‌باشد، کلاس مدل برنامه‌ریزی نیز حفظ می‌گردد. لذا در این مقاله، جهت استوار نمودن مدل از روش برتیسماس و سیم [۱۴]، استفاده شده‌است.

به منظور ارایه روش بهینه‌سازی استوار برتیسماس و سیم ، مساله بهینه‌سازی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} &Max \quad cx \\ &s.t. \quad \sum_j \tilde{\alpha}_{ij} x \le b_i, \quad \forall i, \\ &x \ge 0. \end{aligned} \tag{۲}$$

در مساله بالا، پارامترهای $\tilde{\alpha}_{ij}$(ضرایب فنی محدودیت‌ها)، دارای عدم‌قطعیت می‌باشد. فرض می‌گردد، عدم‌قطعیت در محدودیت ها از یکدیگر مستقل است. پارامتر دارای عدم‌قطعیت به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\tilde{\alpha}_{ij} = \alpha_{ij} + \xi_{ij}\hat{\alpha}_{ij} \tag{۳}$$

در این تساوی، $\alpha_{ij}$، مقادیر اسمی و $\hat{\alpha}_{ij}$، درصد مشخص شده‌ای از مقدار اسمی(به عنوان مثال ۱۰ درصد $\alpha_{ij}$است در واقع بیان‌کننده سطح عدم‌اطمینان می‌باشد) پارامترهای دارای عدم قطعیت $\tilde{\alpha}_{ij}$، است. $\xi_{ij}$، بیانگر متغیرهای تصادفی مستقلی است که به صورت یکنواخت بین یک و منفی یک توزیع گردیده‌است.

بر این اساس، فرم استوار مدل فوق با رویکرد برتیسماس و سیم به صورت زیر می‌باشد [۱۴]:



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

$$
\begin{aligned}
&Max \quad cx \\
&s.t. \quad \sum_j \tilde{\alpha}_{ij} x + \sum_j p_{ij} + z_i \Gamma \le b_i \quad \forall i \\
&z_i + p_{ij} \ge \hat{\alpha}_{ij}\, x_j \quad \forall j \\
&z_i, p_{ij}, x_j \ge 0 .
\end{aligned}
\qquad (۴)
$$

در این رابطه $\Gamma$، سطح محافظه‌کاری، در هر محدودیت را تعیین می‌کند. چنانچه $\Gamma = 0$، هیچ‌گونه محافظه‌کاری در مقابل انحراف در داده‌ها، وجود ندارد و چنانچه $\Gamma$، برابر تعداد داده‌های نامطمئن سیستم باشد، بیشترین سطح محافظه‌کاری درنظر گرفته شده‌است.

بر اساس روابط فوق، در این مقاله توسعه مدل‌های استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز در سه حالت، خروجی غیرقطعی، ورودی غیرقطعی و ورودی و خروجی هم‌زمان غیر قطعی در بخش‌های زیر ارایه گردیده است.

## ٤-١ حالت اول: توسعه مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با خروجی‌های غیرقطعی (ورودی- محور)

مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با خروجی‌های غیرقطعی، هنگامی که نوسان در خروجی‌های نهایی واحدهای تصمیم‌گیری وجود دارد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. این حالت زمانی رخ می‌دهد که اندازه‌گیری دقیق خروجی‌ها میسر نمی‌باشد و اندازه واقعی خروجی‌ها، نسبت به مقادیر اندازه‌گیری شده اختلاف دارد. نمونه عملی این حالت را می‌توان در بررسی کارایی تامین‌کننده‌های زنجیره‌تامین مشاهده نمود.

جهت تدوین مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز، باید توجه نمود که با توجه به وجود محدودیت $\sum_{i=1}^{I_o} v_{oi} z_{1r}^{j1} + \sum_{p=1}^{p} \left( \sum_{K=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k}\, z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} u_{p-1i}\, z_{p-1i}^{j3} \right) = 1$، نمی‌توان استواری را برای داده‌های ورودی سیستم ($z_{p-1i}^{j3}$ ، $z_{p-1k}^{j2}$ ، $z_{1r}^{j1}$) در نظر گرفت، زیرا در این صورت مدل نشدنی می‌گردد. ولی برای خروجی‌های نهایی سیستم ($z_{pk}^{j2}$ ، $z_{pr}^{j1}$)، می‌توان این مفهوم را مدنظر قرار داد و استواری را برای آن‌ها درنظر گرفت. ضمنا با توجه به این‌که در تابع هدف مدل، داده‌های خروجی وجود دارد، تابع هدف آن نیز دارای عدم قطعیت می‌باشد، برای استوار نمودن این داده‌ها، در مدل شبکه‌ای باز، نیاز است تغییراتی در مدل فوق صورت گیرد. بنابراین تابع هدف به محدودیت‌ها اضافه می‌گردد و مدل به صورت زیر تبدیل می‌شود.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

$$
\begin{aligned}
&Max \quad Z \\
&s.t. \quad Z-\sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p}u_{pr}z_{pr}^{j1}+\sum_{k=1}^{S_p}\eta_{pk}z_{pk}^{j2}\right)\le 0 \\
&\left\{\sum_{i=1}^{I_o}v_{oi}z_{oi}^{j}+\sum_{p=2}^{p}\left(\sum_{k=1}^{S_{p-1}}\eta_{p-1k}z_{p-1k}^{j2}+\sum_{i=1}^{I_p}v_{p-1i}z_{p-1i}^{j3}\right)\right\}=1, \\
&\sum_{r=1}^{R_1}u_{1r}z_{1r}^{j1}+\sum_{K=1}^{S_1}\eta_{1k}\,z_{1k}^{j2}\le\sum_{i=1}^{I_o}v_{oi}\,z_{oi}^{j}, \\
&\sum_{r=1}^{R_p}u_{pr}z_{pr}^{j1}+\sum_{K=1}^{S_p}\eta_{pk}\,z_{pk}^{j2}\le\sum_{K=1}^{S_{p-1}}\eta_{p-1k}\,z_{p-1k}^{j2}+\sum_{i=1}^{I_p}v_{p-1i}\,z_{p-1i}^{j3}+\forall j, \\
&u_{pr},\eta_{pk},v_{pi}\ ,v_{oi}>0.
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

بر این اساس، مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با خروجی‌های غیرقطعی به‌صورت زیر خواهد بود.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad Z \\
&s.t.\ \ Z-\sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p}u_{pr}z_{pr}^{j1}+\sum_{K=1}^{S_p}\eta_{pk}z_{pk}^{j2}\right)+\sum_{p=1}^{p}\left(z_i\Gamma_i+\sum_{r=1}^{Rp}w_{pr}\right)\le 0 \\
&z_i+w_{pr}\ge\hat{\alpha}_{pr}u_{pr}\ \ ,\ \forall r \\
&\sum_{i=1}^{I_o}v_{oi}z_{1r}^{j1}+\sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{K=1}^{S_{p-1}}\eta_{p-1k}\,z_{p-1k}^{j2}+\sum_{i=1}^{I_p}u_{p-1i}\,z_{p-1i}^{j3}\right)=1 \\
&\sum_{r=1}^{R_1}u_{1r}z_{1r}^{j1}+\sum_{K=1}^{S_1}\eta_{1k}\,z_{1k}^{j2}-\sum_{i=1}^{I_o}v_{oi}\,z_{oi}^{j}+\sum_{r=1}^{R_1}w_{1r}+z_i\,\Gamma_i\le 0\ ,\ \ \forall j \\
&z_i+w_{1r}\ge\hat{\alpha}_{1r}u_{1r}\ \ ,\ \forall r \\
&u_{pr},\eta_{pk},v_{pi}\ ,v_{oi}>0\ ,\quad z_i\ ,w_{pr},z_i\ ,w_{1r},z_i^{''}\ge 0.
\end{aligned}
\tag{۶}
$$

در مدل (۶)، مقدار بهینه متغیر Z، کارایی سیستم را نشان می‌دهد. پس از محاسبه سایر متغیرها $(u^*_{pr},\ \eta^*_{pk},\ v^*_{pi},\ v^*_{oi})$، میزان کارایی زیرفرآیندها، با جایگذاری این مقادیر در مجموعه موزون خروجی‌ها به ورودی‌ها در هر زیرفرآیند، محاسبه می‌گردد. سایر متغیرها نیز، متغیرهای استواری مدل می‌باشند. متغیر $\hat{\alpha}$، درصد اغتشاش و متغیر $\Gamma$، سطح محافظه‌کاری را در هر محدودیت تعیین می‌کند. چنانچه $\Gamma=0$، باشد، هیچ‌گونه محافظه‌کاری در مقابل انحراف در داده‌ها وجود ندارد و اگر $\Gamma$، برابر تعداد متغیرهای نامطمئن درنظر گرفته شود، بیشترین سطح محافظه‌کاری لحاظ گردیده است.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

## ٤-٢ حالت دوم: توسعه مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با ورودی‌های غیرقطعی

مدل استوار برتیسماس و سیم اساسا بر مبنای ایجاد محدودیت در بازه‌ها با استفاده از دو پارامتر درصد اغتشاش و سطح اطمینان عمل می‌کند. یکی از مهم‌ترین محدودیت‌های این‌گونه مدل‌ها عدم توانمندی در برخورد با محدودیت‌های مساوی می‌باشد و ضروری است برای وجود اغتشاش در خصوص ورودی‌ها نیز تدابیری اتخاذ گردد. یک رویکرد برای این منظور استفاده از مدل‌های خروجی - محور است که در ادامه تشریح شده است.

در مدل‌های DEA، راهکار بهبود واحدهای ناکارا، رسیدن به مرز کارایی است. مرز کارایی متشکل از واحدهایی با اندازه کارایی یک، می‌باشد. به طور کلی، دو نوع راهکار برای بهبود واحدهای غیرکارا و رسیدن آن‌ها به مرز کارایی وجود دارد:

الف- کاهش نهاده‌ها، بدون کاهش ستاده‌ها، تا زمان رسیدن به مرز کارایی (این نگرش را ماهیت نهاده‌ای بهبود عملکرد یا سنجش کارایی با ماهیت ورودی- محور می‌نامند).

ب- افزایش ستاده‌ها تا زمان رسیدن به مرز کارایی بدون جذب نهاده‌های بیشتر(این نگرش را ماهیت ستاده‌ای بهبود عملکرد یا سنجش کارایی با ماهیت خروجی- محور می‌نامند).

دیدگاه خروجی- محور، به دنبال دست‌یابی به نسبتی (نسبت خروجی‌ها به ورودی‌ها) می‌باشد که با مینیمم‌سازی ورودی‌ها و ثابت نگهداشتن میزان خروجی‌ها (خروجی‌ها را برابر یک قرار می‌دهد)، واحد در مرز کارا قرار گیرد. اما دیدگاه ورودی- محور، به دنبال نسبتی است که با ماکزیمم‌سازی خروجی‌ها و ثابت نگهداشتن میزان ورودی‌ها، واحد به مرز کارا، برسد.

لذا با توجه به توضیحات ذکر شده، در این مقاله برای رفع این مشکل تابع هدف مدل (۱) را به صورت $\text{Min } z=\left\{\sum_{i=1}^{I_o} v_{oi} z_{oi}^{j} + \sum_{p=2}^{p}\left(\sum_{k=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k} z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i} z_{p-1i}^{j3}\right)\right\}$ و محدودیت اول را به صورت $\sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr}\, z_{pr}^{j1} + \sum_{K=1}^{S_p} \eta_{pk}\, z_{pk}^{j2}\right)=1$، تغییر می‌دهیم. تا این مدل تبدیل به یک مدل خروجی - محور گردد و تابع هدف به صورت محدودیت به مدل اضافه می‌گردد. با توجه به موارد ذکر شده مدل (۱) به فرم مدل(۷) تغییر پیدا می‌کند.

$$
\begin{aligned}
&Min \quad z \\
&s.t.\ \ z-\sum_{i=1}^{I_o} v_{oi}\, z_{oi}^{j} - \sum_{p=2}^{p}\left(\sum_{k=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k}\, z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i}\, z_{p-1i}^{j3}\right) \le 0 \\
&\sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr}\, z_{pr}^{j1} + \sum_{K=1}^{S_p} \eta_{pk}\, z_{pk}^{j2}\right)=1 \\
&\sum_{r=1}^{R_1} u_{1r} z_{1r}^{j1} + \sum_{K=1}^{S_1} \eta_{1k}\, z_{1k}^{j2} \le \sum_{i=1}^{I_o} v_{oi}\, z_{oi}^{j}, \\
&\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}^{j1} + \sum_{K=1}^{S_p} \eta_{pk}\, z_{pk}^{j2} \le \sum_{K=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k}\, z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i}\, z_{p-1i}^{j3} + \forall j, \\
&u_{pr}, \eta_{pk}, v_{pi}\ , v_{oi} > 0 .
\end{aligned}
\qquad (۷)
$$



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

لذا مدل توسعه داده شده استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با ورودی‌های غیرقطعی(خروجی- محور)، عبارت خواهد بود از:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad z \\
&s.t. \quad z-\sum_{i=1}^{I_o} v_{oi}\, z_{oi}^{j}-\sum_{p=2}^{p}\left(\sum_{k=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k}\, z_{p-1k}^{j2}+\sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i}\, z_{p-1i}^{j3}\right)+\sum_{i=1}^{I_o} w_{oi}+\sum_{p=2}^{p}\sum_{i=1}^{I_p} w_{p-1i}+z_i\,\Gamma_i \le 0 \\
&z_i+w_{oi} \ge \hat{\alpha}_{oi}\, v_{oi}\ ;\forall i, \qquad z_i+w_{p-1i} \ge \hat{\alpha}_{p-1i}\, v_{p-1i};\ \forall i \\
&\sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr}\, z_{pr}^{j1}+\sum_{K=1}^{S_p} \eta_{pk}\, z_{pk}^{j2}\right)=1 \\
&\sum_{r=1}^{R_1} u_{1r}\, z_{1r}^{j1}+\sum_{K=1}^{S_1} \eta_{1k}-\sum_{i=1}^{I_o} v_{oi}\, z_{oi}^{j}+\sum_{i=1}^{I_o} w_{oi}+z_i'\,\Gamma_i \le 0 \qquad (8) \\
&z_i'+w_{oi} \ge \hat{\alpha}_{oi}\, v_{oi}\ ;\forall i \\
&\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}+\sum_{K=1}^{S_p} \eta_{pk} z_{pk}^{j2}-\sum_{K=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k} z_{p-1k}^{j2}-\sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i} z_{p-1i}^{j3}+\sum_{i=1}^{I_p} w_{p-1i}+z_i''\,\Gamma_i \le 0 \\
&z_i''+w_{p-1i} \ge \hat{\alpha}_{p-1i}\, v_{p-1i} \\
&u_{pr}, \eta_{pk}, v_{pi}, v_{oi} > 0, \quad z_i, w_{pr}, z_i', w_{1r}, z_i'' \ge 0
\end{aligned}
$$

در مدل (۸)، مقدار بهینه متغیر $Z$، کارایی سیستم را نشان می‌دهد. پس از محاسبه سایر متغیرها $(u^*_{pr}, \eta^*_{pk}, v^*_{pi}, v^*_{oi})$، میزان کارایی زیرفرآیندها، با جایگذاری این مقادیر در مجموعه موزن خروجی‌ها به ورودی‌ها در هر زیرفرآیند، محاسبه می‌گردد. سایر متغیرها نیز، متغیرهای استواری مدل می‌باشند. متغیر $\hat{\alpha}$، درصد اغتشاش و متغیر $\Gamma$، سطح محافظه‌کاری را در هر محدودیت تعیین می‌کند. چنانچه $\Gamma = 0$، باشد، هیچ‌گونه محافظه‌کاری در مقابل انحراف در داده‌ها وجود ندارد و اگر $\Gamma$، برابر تعداد متغیرهای نامطمئن درنظر گرفته شود، بیشترین سطح محافظه‌کاری لحاظ گردیده است.

## ۴-۳ حالت سوم: توسعه مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با ورودی و خروجی غیرقطعی

در مدل‌های پایه‌ای استوار به علت وجود تساوی در محدودیت‌ها، لحاظ نمودن موارد غیرقطعی به متغیرها میسر نیست. لذا برای مواقعی که اغتشاش در کلیه متغیرها وجود دارد، ضروری است تا تغییراتی در مدل اعمال گردد. مدل (۹)، مدل پایه‌ای CCR است.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \sum_{r=1}^{S} u_r y_{r0} \Big/ \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} \\
&s.t. \\
&\frac{\sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1,\ j = 1,2,\ldots,n \\
&u_r \ge 0, v_i \ge 0 .
\end{aligned}
\tag{۹}
$$

برای شروع استوارسازی، لازم است تابع هدف به محدودیت‌ها اضافه گردد که در روابط (۱۰) مشخص‌شده است.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \Pi \\
&s.t. \\
&\Pi - \sum_{r=1}^{S} u_r y_{r0} \Big/ \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} \le 0, \\
&\frac{\sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1,\ j = 1,2,\ldots,n \\
&u_r \ge 0, v_i \ge 0 .
\end{aligned}
\tag{۱۰}
$$

معادل مدل DEA کسری (۱۰)، به صورت مدل (۱۱) است.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \Pi \\
&s.t. \\
&\Pi \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} - \sum_{r=1}^{S} u_r y_{r0} \le 0, \\
&\sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0,\ j = 1,2,\ldots,n \\
&u_r \ge 0, v_i \ge 0 .
\end{aligned}
\tag{۱۱}
$$

به دلیل عدم وجود محدودیت مساوی در مدل (۱۱)، می‌توان ورودی‌ها و خروجی‌ها را به صورت هم‌زمان غیرقطعی درنظر گرفت. نهایتا با توجه به تغییراتی که در فرم CCR (مدل (۹))، صورت گرفت می‌توان مدل (۱) را به صورت زیر بازنوسی نمود:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \Pi \\
&s.t.\ \Pi \left\{ \sum_{i=1}^{I_o} v_{oi} z_{oi}^{j} + \sum_{p=2}^{p} \left( \sum_{K=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k} z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i} z_{p-1i}^{j3} \right) \right\} - \sum_{p=1}^{p} \left( \sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}^{j1} + \sum_{k=1}^{S_p} \eta_{pk} z_{pk}^{j2} \right) \le 0 \\
&\sum_{r=1}^{R_1} u_{1r} z_{1r}^{j1} + \sum_{k=1}^{S_1} \eta_{1k} z_{1k}^{j2} - \sum_{i=1}^{I_o} v_{oi} z_{oi}^{j} \le 0; \forall j \\
&\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}^{j1} + \sum_{k=1}^{S_p} \eta_{pk} z_{pk}^{j2} - \sum_{k=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k} z_{p-1k} - \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i} z_{p-1i}^{j3} \le 0; \forall j
\end{aligned}
\tag{۱۲}
$$



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

در مدل (۱۲)، به دلیل عدم وجود محدودیت مساوی، می‌توان ورودی‌ها و خروجی‌ها را به صورت هم‌زمان غیرقطعی درنظرگرفت. با توجه به غیرخطی بودن مدل (۱۲)، مشکل اصلی در مدل استوار که پیچیده‌تر از مدل اصلی می‌باشد، روش حل و پیدا کردن جواب‌های بهینه است. توسعه مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز با ورودی‌ها و خروجی‌های غیرقطعی به‌صورت مدل زیر خواهد بود:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \pi \\
&s.t. \sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}^{j1} + \sum_{k=1}^{S_p} \eta_{pk} z_{pk}^{j2}\right) - \Pi\left\{\sum_{i=1}^{I_o} v_{oi}\, z_{oi}^{j} + \sum_{p=2}^{p}\left(\sum_{K=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k}\, z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i}\, z_{p-1i}^{j3}\right)\right\} - \sum_{i=1}^{I_o} w_{oi} - \sum_{p=2}^{p}\left(\sum_{k=1}^{S_{p-1}} w_{p-1k} + \sum_{i=1}^{I_p} w_{p-1i}\right) - \\
&\sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p} w_{pr} + \sum_{k=1}^{S_p} w_{pk}\right) - z_i \Gamma_i \geq 0 \\
&\sum_{p=1}^{p}\left(\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}^{j1} + \sum_{k=1}^{S_p} \eta_{pk} z_{pk}^{j2}\right) - \Pi\left\{\sum_{i=1}^{I_o} v_{oi}\, z_{oi}^{j} + \sum_{p=2}^{p}\left(\sum_{K=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k}\, z_{p-1k}^{j2} + \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i}\, z_{p-1i}^{j3}\right)\right\} \qquad (۱۳) \\
&\sum_{r=1}^{R_1} u_{1r} z_{1r}^{j1} + \sum_{k=1}^{S_1} \eta_{1k} z_{1k}^{j2} - \sum_{i=1}^{I_o} v_{oi} z_{oi}^{j} + \sum_{r=1}^{R_1} w_{1r} + \sum_{K=1}^{S_1} w_{1k} + \sum_{i=1}^{I_o} w_{oi} + z_i\, \Gamma_i \leq 0; \forall j \\
&\sum_{r=1}^{R_p} u_{pr} z_{pr}^{j1} + \sum_{k=1}^{S_p} \eta_{pk} z_{pk}^{j2} - \sum_{k=1}^{S_{p-1}} \eta_{p-1k} z_{p-1k} - \sum_{i=1}^{I_p} v_{p-1i} z_{p-1i}^{j3} + \sum_{r=1}^{R_p} w_{pr} + \sum_{K=1}^{S_p} w_{pk} + \sum_{k=1}^{S_{p-1}} w_{p-1k} + \sum_{i=1}^{I_p} w_{p-1i} + z''_i\, \Gamma_i \leq 0; \forall j \\
&z'_i + w_{1r} \geq \hat{\alpha}_{1r} u_{1r}; \forall r \quad z'_i + w_{1k} \geq \hat{\alpha}_{1k} v_{1k}; \forall k \quad z'_i + w_{oi} \geq \hat{\alpha}_{oi} v_{oi}; \forall i \\
&z''_i + w_{pr} \geq \hat{\alpha}_{pr} u_{pr}; \forall r \quad z''_i + w_{pk} \geq \hat{\alpha}_{pk} \eta_{pk}; \forall k \quad z''_i + w_{p-1k} \geq \hat{\alpha}_{p-1k} \eta_{p-1k}; \forall i \\
&z''_i + w_{p-1i} \geq \hat{\alpha}_{p-1i} v_{p-1i}; \forall i
\end{aligned}
$$

برای نشان دادن کارایی مدل‌های توسعه‌داده‌شده مثال‌های عددی زیر ارایه گردیده است.

## ۵ مثال‌های عددی

در این مقاله برای به‌کارگیری مدل، از داده‌های مقاله کوک و همکاران [۶] استفاده شده است. این داده‌ها شامل فرآیند دو مرحله‌ای، فروشنده و خریدار در زنجیره‌تامین می‌باشد. ورودی‌ها برای مرحله اول(فروشنده) شامل، کارگر($z_{O1}^{j}$)، هزینه عملیاتی($z_{O2}^{j}$) و هزینه ارسال و حمل و نقل($z_{O3}^{j}$) و خروجی‌های مرحله اول، تعداد محصول A منتقل شده($z_{11}^{j2}$)، تعداد محصول B حمل شده($z_{12}^{j2}$) و تعداد محصول C حمل شده($z_{13}^{j2}$) است. در این داده‌ها فرض شده است همه خروجی‌های مرحله اول به عنوان ورودی وارد مرحله دوم می‌شود. در مرحله دوم(خریدار)، علاوه بر ورودی‌های مرحله قبل، کارگر($z_{11}^{j3}$)، نیز به عنوان ورودی محسوب می‌گردد و دو خروجی فروش($z_{21}^{j1}$) و سود($z_{22}^{j1}$) را دارد (شکل شماره ۳)، در جدول ۲، داده‌های مورد استفاده آورده‌شده‌است. با فرض وجود عدم‌قطعیت در متغیرهای خروجی مساله، از مدل استوار ورودی- محور تحلیل پوششی داده‌های

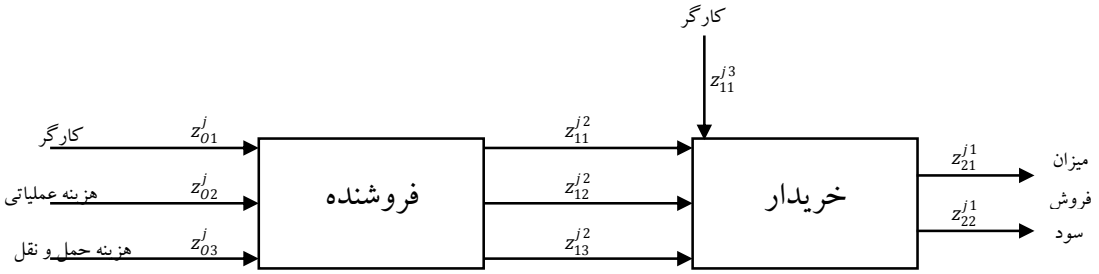


[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

شبکه‌ای باز(مدل (۶)) استفاده گردید. ستون‌های ۹ و ۱۰ جدول ۲، مقادیر اسمی دو متغیر خروجی نهایی(میزان فروش و سود) که غیرقطعی می‌باشند را، نشان می‌دهد.

**جدول ۲.** داده‌های ورودی و خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها

| واحدها | کارگر $z_{\cdot 1}^{j}$ | هزینه عملیاتی $z_{\cdot 2}^{j}$ | هزینه حمل و نقل $z_{\cdot 3}^{j}$ | محصول A $z_{11}^{j2}$ | محصول B $z_{12}^{j2}$ | محصول C $z_{13}^{j2}$ | کارگر $z_{11}^{j3}$ | فروش $z_{21}^{j1}$ | سود $z_{22}^{j1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۹ | ۵۰ | ۱ | ۲۰ | ۱۰ | ۵ | ۸ | ۱۰۰ | ۲۵ |
| ۲ | ۱۰ | ۱۸ | ۱۰ | ۱۰ | ۱۵ | ۷ | ۱۰ | ۷۰ | ۲۰ |
| ۳ | ۹ | ۳۰ | ۳ | ۸ | ۲۰ | ۲ | ۸ | ۹۶ | ۳۰ |
| ۴ | ۸ | ۲۵ | ۱ | ۲۰ | ۲۰ | ۱۰ | ۱۰ | ۸۰ | ۲۰ |
| ۵ | ۱۰ | ۴۰ | ۵ | ۱۵ | ۲۰ | ۵ | ۱۵ | ۸۵ | ۱۵ |
| ۶ | ۷ | ۳۵ | ۲ | ۳۵ | ۱۰ | ۵ | ۵ | ۹۰ | ۳۵ |
| ۷ | ۷ | ۳۰ | ۳ | ۱۰ | ۲۵ | ۸ | ۱۰ | ۱۰۰ | ۳۰ |
| ۸ | ۱۲ | ۴۰ | ۴ | ۲۰ | ۲۵ | ۴ | ۸ | ۱۲۰ | ۱۰ |
| ۹ | ۹ | ۲۵ | ۲ | ۱۰ | ۱۰ | ۵ | ۱۵ | ۱۱۰ | ۱۵ |
| ۱۰ | ۱۰ | ۵۰ | ۱ | ۲۰ | ۱۵ | ۹ | ۱۰ | ۸۰ | ۲۰ |




**شکل ۳.** ساختار شبکه مورد مطالعه

پس از مشخص شدن داده‌های ورودی، این داده‌ها تحت مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز بهینه‌سازی شده است. برای اجرای مدل استوار Opened-Net DEA، مبتنی بر رویکرد برتیسماس و سیم، تعداد متغیرهای خروجی(غیرقطعی)، برابر ۲، است، لذا متغیر $\Gamma$، نیز برای تمام محدودیت‌ها برابر ۲، فرض و میزان درصد خطا $\hat{\alpha}$ ، برای دو متغیر غیرقطعی، مقادیر ۰/۰۵ و ۰/۱۰ منظور گردید.

جدول ۳، نتایج حاصل از اجرای مدل‌های استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز(Robust Opened-Net DEA) با میزان درصد خطای ۰/۰۵ ($\hat{\alpha}=$۰/۰۵) را برای ۱۰ فرآیند دو مرحله‌ای، فروشنده و خریدار در زنجیره تامین، نشان می‌دهد. در ستون‌های ۲ و ۳ جدول ۳، میزان کارایی هر یک از مراحل زنجیره‌تامین که شامل خریدار و فروشنده می‌باشد، نشان داده شده است، همچنین کارایی کل و رتبه واحد تصمیم‌گیری، به ترتیب در ستون‌های ۴ و ۵ جدول ۳، قابل مشاهده می‌باشد.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

**جدول ۳.** نتایج مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه ای باز $(\hat{\alpha} = ۰/۰۵)$

| رتبه | کارایی کل | کارایی مرحله خریدار | کارایی مرحله فروشنده | واحدهای تصمیم گیری |
|---|---|---|---|---|
| ۳ | ۰/۸۵۹ | ۰/۹۸۱ | ۰/۷۱۴ | ۱ |
| ۵ | ۰/۸۳۸ | ۰/۷۶۹ | ۰/۸۹۱ | ۲ |
| ۶ | ۰/۷۹۷ | ۰/۸۶۹ | ۰/۵۵۱ | ۳ |
| ۷ | ۰/۷۴۸ | ۰/۵۲۹ | ۰/۹۵۱ | ۴ |
| ۱۰ | ۰/۵۹۱ | ۰/۵۵۷ | ۰/۶۵۰ | ۵ |
| ۱ | ۰/۹۵۲ | ۰/۹۹۱ | ۰/۹۳۲ | ۶ |
| ۲ | ۰/۸۶۶ | ۰/۷۴۳ | ۰/۹۸۸ | ۷ |
| ۴ | ۰/۸۵۴ | ۰/۹۱۲ | ۰/۶۵۸ | ۸ |
| ۸ | ۰/۷۲۷ | ۰/۸۰۳ | ۰/۴۸۹ | ۹ |
| ۹ | ۰/۷۲۶ | ۰/۶۳۴ | ۰/۷۳۳ | ۱۰ |
| **میانگین** | **۰/۷۹۶** | **۰/۷۷۹** | **۰/۷۵۶** | |

جدول ۴، نتایج حاصل از اجرای مدل‌های استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز(Robust Opened-Net DEA) با میزان درصد خطای ۰/۱ $(\hat{\alpha} = ۰/۱)$ را برای ۱۰ فرآیند دو مرحله‌ای، فروشنده و خریدار در زنجیره تامین، نشان می‌دهد. در ستون‌های ۲ و ۳ جدول ۴، میزان کارایی هر یک از مراحل زنجیره تامین که شامل خریدار و فروشنده می‌باشد، نشان داده شده است، همچنین کارایی کل و رتبه واحد تصمیم‌گیری، به ترتیب در ستون‌های ۴ و ۵ جدول ۴، قابل مشاهده می‌باشد.

**جدول ٤.** نتایج مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز $(\hat{\alpha} = ۰/۱)$

| رتبه | کارایی کل | کارایی مرحله خریدار | کارایی مرحله فروشنده | واحدهای تصمیم گیری |
|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۰/۷۹۹ | ۰/۹۵۱ | ۰/۷۰۱ | ۱ |
| ۳ | ۰/۸۰۳ | ۰/۷۳۲ | ۰/۸۳۲ | ۲ |
| ۶ | ۰/۷۴۶ | ۰/۸۲۱ | ۰/۵۳۱ | ۳ |
| ۷ | ۰/۷۲۴ | ۰/۵۰۱ | ۰/۹۱۰ | ۴ |
| ۱۰ | ۰/۵۶۹ | ۰/۵۲۷ | ۰/۶۳۱ | ۵ |
| ۱ | ۰/۹۰۸ | ۰/۹۳۱ | ۰/۸۷۰ | ۶ |
| ۲ | ۰/۸۳۱ | ۰/۷۰۲ | ۰/۹۳۱ | ۷ |
| ۵ | ۰/۷۹۱ | ۰/۹۰۱ | ۰/۵۹۸ | ۸ |
| ۹ | ۰/۶۷۹ | ۰/۸۷۱ | ۰/۴۶۲ | ۹ |
| ۸ | ۰/۷۰۰ | ۰/۶۰۱ | ۰/۷۲۰ | ۱۰ |
| ***میانگین*** | **۰/۷۵۵** | **۰/۷۵٤** | **۰/۷۱۹** | |

نتایج حاصل از اجرای مدل استوار Opened-Net DEA، مبتنی بر رویکرد برتیسماس و سیم، نشان می‌دهد (جداول ۳ و ۴)، با افزایش میزان انحراف در داده‌های غیرقطعی، از ۰/۰۵ به ۰/۱، میانگین کارایی کل از ۰/۷۹۵ به ۰/۷۵۵ (ستون ۴ جداول ۳ و ۴) و نمره کارایی هر واحد تصمیم‌گیری و مراحل تشکیل‌دهنده آن، کاهش می‌یابد.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

جدول ۵، نتایج حاصل از اجرای مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز(Opened-Net DEA) و مدل‌های استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز(Robust Opened-Net DEA) را برای ۱۰ فرآیند دو مرحله‌ای، فروشنده و خریدار در زنجیره تامین، نشان می‌دهد. همان‌طور که در ستون چهارم این جدول نشان داده شده‌است، از نظر کارایی محاسبه‌شده در مدل شبکه‌ای DEA باز، فقط واحد تصمیم‌گیری ۶، نمره کارایی برابر با یک کسب نموده‌است. سایر واحدهای تصمیم‌گیری نمرات کارایی بین ۰/۶۲(واحد تصمیم‌گیری ۵) و ۰/۹۲۸۸ (واحد تصمیم گیری ۸) دارد. با استفاده از مدل شبکه‌ای DEA باز و بدون در نظر گرفتن نوسان(عدم قطعیت) در داده‌ها، میانگین کارایی کل واحدهای تصمیم‌گیری، ۰/۸۲۲ است.

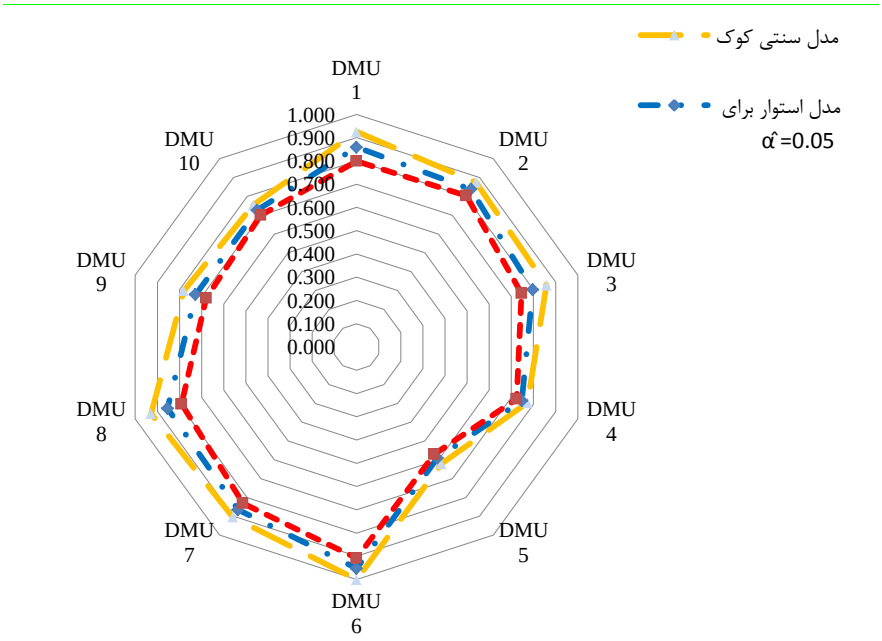
**جدول ۵.** نتایج مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه ای باز و مدل سنتی

| مدل *DEA* شبکه‌ای باز | مدل استوار *DEA* شبکه‌ای باز ($\hat{\alpha}=۰/۱$) | مدل استوار *DEA* شبکه‌ای باز ($\hat{\alpha}=۰/۰۵$) | واحدهای تصمیم‌گیری |
|---|---|---|---|
| ۰/۹۲۴ | ۰/۷۹۹ | ۰/۸۵۹ | ۱ |
| ۰/۸۷۵ | ۰/۸۰۳ | ۰/۸۳۷ | ۲ |
| ۰/۸۵۸ | ۰/۷۴۶ | ۰/۷۹۶ | ۳ |
| ۰/۷۷۳ | ۰/۷۲۴ | ۰/۷۴۷ | ۴ |
| ۰/۶۲۰ | ۰/۵۶۹ | ۰/۵۹۱ | ۵ |
| *1* | ۰/۹۰۸ | ۰/۹۵۲ | ۶ |
| ۰/۹۰۴ | ۰/۸۳۰ | ۰/۸۶۵ | ۷ |
| ۰/۹۲۸ | ۰/۷۹۱ | ۰/۸۵۴ | ۸ |
| ۰/۷۸۰ | ۰/۶۷۸ | ۰/۷۲۷ | ۹ |
| ۰/۷۵۴ | ۰/۷۰۰ | ۰/۷۲۶ | ۱۰ |
| **۰/۸۴۲** | **۰/۷۵۵** | **۰/۷۹۵** | **میانگین** |

نکته دیگر این که سطح انحراف در متغیرها، رابطه مستقیم با کاهش سطح کارایی واحدهای تصمیم‌گیری و زیرفرآیندهای آن‌ها دارد. به این مفهوم که سطح کارایی واحدها در حالتی که میزان انحراف ۰/۱ می‌باشد، نسبت به موقعی که میزان انحراف ۰/۰۵ است، کاهش چشم‌گیرتری دارد. شکل ۴، تغییرات سطوح کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را به صورت گرافیکی نشان می‌دهد.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]




**شکل ٤.** کارایی واحد های تصمیم‌گیری مختلف

همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود در تمامی واحدهای تصمیم‌گیری، کم‌ترین رتبه کارایی در حالت مدل استوار با میزان درصد خطای ۱۰ درصدی حاصل شده است. همچنین، حالت قطعی، بیشترین مقدار کارایی را نشان داده است. لذا بررسی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در شرایط مختلف نوسانات داده‌های مورد استفاده، نشان می‌دهد که هرچقدر دامنه این نوسان بیشتر باشد، امتیاز کارایی واحدهای مختلف کاهش پیدا می‌کند.

برای مقایسه درجات کارایی حاصل از مدل‌های استوار پیشنهادی با مدل شبکه‌ای باز، از ضریب همبستگی پیرسون( ρ)، استفاده شده است. این آزمون، میزان همبستگی خطی بین دو متغیر تصادفی را می‌سنجد. مقدار این ضریب بین ۱- تا ۱ تغییر می‌کند، که ۱، به معنای همبستگی مثبت کامل، ۰، به معنی نبود همبستگی، و ۱-، به معنی همبستگی منفی کامل است. جدول ۶، نتایج آزمون پیرسون مدل‌های استوار پیشنهادی و مدل شبکه‌ای باز، را نشان می‌دهد.

**جدول ٦.** ضریب همبستگی پیرسون برای مدل های مختلف

| | **مدل استوار DEA شبکه‌ای باز** $(\hat{\alpha}=۰/۱)$ | **مدل استوار DEA شبکه‌ای باز** $(\hat{\alpha}=۰/۰۵)$ |
|---|---|---|
| **مدل DEA شبکه‌ای باز** | ۰/۹۴۶ | ۰/۹۸۹ |

میزان آزمون پیرسون برای مدل *DEA* Robust Opened-Net و مدل DEA شبکه‌ای باز، در انحراف ۰/۰۵ و ۰/۱، به ترتیب، ۰/۹۸۹ و ۰/۹۴۶ است. نتیجه حاکی از وجود رابطه مستقیمی بین مدل شبکه‌ای باز و مدل‌های استوار پیشنهادی، می‌باشد. لذا فرض H0، در سطح ۱٪، رد می‌شود.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

با توجه به محدودیت‌های جدید در مدل‌های استوار، تعداد واحدهای با کارایی یک، کمتر از مدل سنتی شبکه‌ای باز می‌باشد و در نتیجه قدرت تفکیک‌پذیری میزان کارایی‌های به‌دست آمده از مدل، ارتقا می‌یابد. این بدان معنی است که در مدل‌های استوار پیشنهادی، نیاز به استفاده از مدل‌های ابرکارایی کمتر می‌باشد.

## ۵-۱ اعتبارسنجی نتایج به‌دست‌آمده

جهت سنجش میزان اعتبار مدل، آزمونی به شرح زیر طراحی و اجرا گردیده است. با هدف ایجاد اغتشاش در متغیرهای غیرقطعی مثال عددی(میزان فروش و سود)، بدون پیش‌فرضی در خصوص تابع چگالی متغیرها، به صورت کاملا تصادفی این متغیرها، بین ۱۰ تا ۱۰- درصد تغییر داده شده است. در واقع متغیرهای غیرقطعی مثال عددی، حداکثر تا میزان ۱۰ درصد قابلیت افزایش و حداقل نیز تا میزان ۱۰ درصد قابلیت کاهش دارند. جدول ۷، میزان اصلاح‌شده متغیرهای مذکور را نشان می‌دهد. اساسا مهم‌ترین مزیت مدل‌های استوار نسبت به سایر مدل‌ها، این است که در این مدل‌ها، هیچ‌گونه اطلاعاتی در خصوص رفتار متغیرهای اغتشاش‌گر وجود ندارد و مدل‌ها بر مبنای همین فرض توسعه یافته‌اند.

**جدول۷.** اطلاعات واحدهای تصمیم‌گیری در شرایط نوسان خروجی‌های مرحله دوم

| واحدها | کارگر $z_{\cdot 1}^{j}$ | هزینه عملیاتی $z_{\cdot 2}^{j}$ | هزینه حمل و نقل $z_{\cdot 3}^{j}$ | Aمحصول $z_{11}^{j2}$ | Bمحصول $z_{12}^{j2}$ | Cمحصول $z_{13}^{j2}$ | کارگر $z_{11}^{j3}$ | فروش $z_{21}^{j1}$ | سود $z_{22}^{j1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۹ | ۵۰ | ۱ | ۲۰ | ۱۰ | ۵ | ۸ | ۱۰۳ | ۲۴ |
| ۲ | ۱۰ | ۱۸ | ۱۰ | ۱۰ | ۱۵ | ۷ | ۱۰ | ۷۲/۱ | ۱۸ |
| ۳ | ۹ | ۳۰ | ۳ | ۸ | ۲۰ | ۲ | ۸ | ۱۰۳/۶ | ۲۷ |
| ۴ | ۸ | ۲۵ | ۱ | ۲۰ | ۲۰ | ۱۰ | ۱۰ | ۸۰ | ۱۹ |
| ۵ | ۱۰ | ۴۰ | ۵ | ۱۵ | ۲۰ | ۵ | ۱۵ | ۷۹/۹ | ۱۵/۷ |
| ۶ | ۷ | ۳۵ | ۲ | ۳۵ | ۱۰ | ۵ | ۵ | ۹۳/۶ | ۳۱/۵ |
| ۷ | ۷ | ۳۰ | ۳ | ۱۰ | ۲۵ | ۸ | ۱۰ | ۹۳ | ۳۰/۳ |
| ۸ | ۱۲ | ۴۰ | ۴ | ۲۰ | ۲۵ | ۴ | ۸ | ۱۳۰/۸ | ۱۰/۳ |
| ۹ | ۹ | ۲۵ | ۲ | ۱۰ | ۱۰ | ۵ | ۱۵ | ۱۰۲/۳ | ۱۶/۳ |
| ۱۰ | ۱۰ | ۵۰ | ۱ | ۲۰ | ۱۵ | ۹ | ۱۰ | ۸۰ | ۱۹/۶ |

نتایج حاصل از این آزمایش در جدول ۸، نشان داده شده‌است. ستون سوم این جدول، کارایی واحدهای تصمیم‌گیری با اجرای مدل استوار Opened-Net DEA، بر روی داده‌های تغییرکرده (مبتنی بر آزمایش طراحی شده) است. نتایج اجرای مدل‌های سنتی شبکه‌ای (ستون‌های ۶ و ۷ جدول ۸)، در مقابل انحرافات حساسیت بیشتری نسبت به مدل‌های استوار از خود نشان می‌دهند به طوری که میانگین قدرمطلق میزان تغییرات کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در مدل سنتی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز، ۲/۰۲ درصد (ستون ۷ جدول ۸) است. در حالی که این میانگین برای مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز ۰/۶۹ درصد(ستون ۵ جدول ۸)



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

می‌باشد که این عدد نسبت به مدل سنتی، کاهش چشم‌گیری نشان می‌دهد. ضمن این‌که رتبه واحدهای تصمیم‌گیری نیز در مدل‌های استوار تغییرات کمتری، نسبت به مدل‌های سنتی دارد.

**جدول ۸.** نتایج با میزان نوسان ۱۰ درصدی در متغیرهای غیرقطعی

| واحدها | مدل استوار ($\hat{\alpha}=0/1$) | مدل استوار با انحراف در داده‌ها ($\hat{\alpha}=0/1$) | درصد انحراف | مدل سنتی | مدل سنتی با انحراف در داده‌ها | درصد انحراف |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۰/۷۹۹ | ۰/۷۹۵ | -۰/۴۱۳ | ۰/۹۲۴ | ۰/۹۳۲ | ۰/۷۶۳ |
| ۲ | ۰/۸۰۳ | ۰/۸۱۱ | ۰/۹۶۷ | ۰/۸۷۵ | ۰/۸۷۹ | ۰/۵۴۹ |
| ۳ | ۰/۷۴۶ | ۰/۷۵۱ | ۰/۶۹۳ | ۰/۸۵۸ | ۰/۸۵۰ | -۰/۹۳۷ |
| ۴ | ۰/۷۲۴ | ۰/۷۲۸ | ۰/۵۵۶ | ۰/۷۷۳ | ۰/۸۱۱ | ۴/۹۲۴ |
| ۵ | ۰/۵۶۹ | ۰/۵۷۷ | ۱/۳۲۴ | ۰/۶۲۰ | ۰/۶۱۰ | -۱/۶۲۹ |
| ۶ | ۰/۸۳۰ | ۰/۹۰۹ | ۰/۰۷۵ | ۰/۹۰۴ | ۰/۹۹۱ | -۰/۸۴۵ |
| ۷ | ۰/۸۳۰ | ۰/۸۴۰ | ۱/۱۶۸ | ۰/۹۰۴ | ۰/۹۲۱ | ۱/۹۵۷ |
| ۸ | ۰/۷۹۱ | ۰/۷۸۸ | -۰/۳۹۲ | ۰/۹۲۸ | ۰/۹۰۱ | -۲/۹۹۰ |
| ۹ | ۰/۶۷۸ | ۰/۶۸۵ | ۰/۹۶۱ | ۰/۷۸۰ | ۰/۷۹۲ | ۱/۵۴۷ |
| ۱۰ | ۰/۷۰۰ | ۰/۷۰۲ | ۰/۳۴۹ | ۰/۷۵۴ | ۰/۷۸۴ | ۴/۰۴۷ |
| | **میانگین قدر مطلق درصد انحراف** | | **۰/۶۹۰** | | | **۲/۰۱۹** |

## ٦ نتیجه‌گیری

در دنیای واقعی، اغلب داده‌ها، دارای عدم‌قطعیت می‌باشند. در این مطالعه، چارچوبی برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری با ساختار شبکه‌ای باز، تحت عدم‌قطعیت در داده‌ها، مبتنی بر رویکرد برتیسماس و سیم، ارایه گردیده است. مطابق جدول ۵، در مدل‌های استوار بر مبنای روش برتیسماس و سیم، کاهش سطوح کارایی واحدهای تصمیم‌گیری مشاهده می‌گردد. با افزایش میزان خطا در سنجش پارامترها، میزان کاهش سطوح کارایی، بیشتر خواهد شد. نکته مهم در خصوص مقایسه مدل‌های سنتی DEA شبکه‌ای باز و مدل‌های استوار، این است که نتایج مدل‌های سنتی در مقابل انحرافات حساسیت بیشتری نسبت به مدل‌های استوار از خود نشان می‌دهد. به طوری که میانگین قدرمطلق میزان تغییرات کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در مدل سنتی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز، ۲/۰۲ درصد است. در حالی که این میانگین برای مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز ۰/۶۹ درصد می‌باشد که این عدد نسبت به مدل سنتی، کاهش چشم‌گیری نشان می‌دهد. ضمن این‌که رتبه واحدهای تصمیم‌گیری نیز در مدل‌های استوار تغییرات کمتری نسبت به مدل‌های سنتی دارد.

لازم به ذکر است با توجه به سخت‌گیرانه‌تر شدن محدودیت‌ها در مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای باز و در نتیجه کاهش میانگین سطوح کارایی در این مدل، تعداد واحدهای روی مرز کارایی کمتر و در نتیجه نیازی به استفاده از مدل‌های ابرکارا برای ارزیابی مجدد، واحدهای کارا نمی‌باشد. به عبارتی می‌توان گفت قدرت تفکیک‌پذیری مدل در روش استوار ارتقایافته است. از روش پیشنهادی در این مقاله می‌توان جهت ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری دیگر مانند، بانک‌ها، شرکت‌های برق منطقه‌ای، دانشگاه‌ها و ... استفاده نمود.



[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

روش ارایه‌شده در این مقاله با فرض ثابت بودن بازده به مقیاس می‌باشد، تحقیقات آتی با فرض متغیر بودن بازده به مقیاس، قابل بررسی است، همچنین می‌توان مدل استوار شبکه‌های ترکیبی باز را توسعه داد و یا در مدل ارایه شده در این مقاله، خروجی‌های نامطلوب را در نظر گرفت و مدلی جدید مطرح نمود.

## منابع


[1] Fare, R., S. Grosskopf., (2000). Network DEA, Socio-Econom-ic Planning Sciences. 32, 23-40.

[2] Liang, L., Yang, F., (2006). DEA models for supply chain efficiency evaluation. Annals of Operations Research, 145(1). 35-49.

[3] Chen, C. and H. Yan,( 2011). Network DEA model for supply chain performance evaluation. European journal of operational research,. 213(1). 147-155.

[4] Ebrahimnejad, A. Tavana, M. Hoseinzadeye lotfi, F. (2014). A three-stage data envelopment analysis model with application to banking industry. Measurement, 49. 308-319.

[5] Kao, C., (2014). Efficiency decomposition for general multi-stage systems in data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, 232(1). 117-124.

[6] Cook, W.D., Zhou, J., Bi, G., (2010). Network DEA: Additive efficiency decomposition. European journal of operational research, 207(2). 1122-1129.

[7] Lee, C.-Y., and A.L. Johnson., (2012). Two-dimensional efficiency decomposition to measure the demand effect in productivity analysis. European Journal of Operational Research, 216(3). 584-593.

[8] Cooper, W.W., (2004), Chance constrained programming approaches to congestion in stochastic data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, 155(2). 487-501.

[9] Wang, Y.-M., R. Greatbanks., and J.-B. Yang., (2005). Interval efficiency assessment using data envelopment analysis. Fuzzy sets and Systems, 153(3). 347-370.

[10] Hatami-Marbini, A., A. Emrouznejad, and M. Tavana, (2011). A taxonomy and review of the fuzzy data envelopment analysis literature: two decades in the making. European journal of operational research, 214(3). 457-472.

[11] Peykani, P., Mohammadi, E., Emrouznejad, A., Pishvaee, M.S., Rostamy-Malkhalifeh, M.,(2019). Fuzzy data envelopment analysis: an adjustable approach. Expert Systems with Applications, 136. 439-452.

[12] Soyster, A.L.,(1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. Operations research, 1973. 21(5). 1154-1157.

[13] Ben-Tal, A. and A. Nemirovski,(2001). Lectures on modern convex optimization: analysis, algorithms, and engineering applications.2. 24-37.

[14] Bertsimas, D. and M. Sim,(2004). The price of robustness. Operations research,. 52(1). 35-53.

[15] Nouri, J., Lotfi, H.,(2013). An analysis of the implementation of energy efficiency measures in the vegetable oil industry of Iran: a data envelopment analysis approach. Journal of Cleaner Production, 52. 84-93.

[16] Tsutsui, M. and M. Goto,(2009). A multi-division efficiency evaluation of US electric power companies using a weighted slacks-based measure. Socio-Economic Planning Sciences, 43(3) .201-208.

[17] Bi, G., Feng, N, Diang, F.,(2012). Estimating relative efficiency of DMU: Pareto principle and Monte Carlo oriented DEA approach. INFOR: Information Systems and Operational Research, 50(1). 44-57.

[18] Sadjadi, S.J., Omrani, H. Makouei, A. (2011). An interactive robust data envelopment analysis model for determining alternative targets in Iranian electricity distribution companies. Expert Systems with Applications,. 38(8). 9830-9839.

[19] Shokouhi, A.H., Tavana, M,(2010). A robust optimization approach for imprecise data envelopment analysis. Computers & Industrial Engineering, . 59(3) . 387-397.

[20] Omrani, H., F. Adabi, and N. Adabi,(2017). Designing an efficient supply chain network with uncertain data: a robust optimization—data envelopment analysis approach. Journal of the Operational Research Society,. 68(7). 816-828.

[21] Zu, T., M. Wen, and R. Kang, (2017). An optimal evaluating method for uncertainty metrics in reliability based on uncertain data envelopment analysis. Microelectronics Reliability,. 75. 283-287.

[22] Lio, W. and B. Liu, (2018). Uncertain data envelopment analysis with imprecisely observed inputs and outputs. Fuzzy Optimization and Decision Making,. 17(3). 357-373.




[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]

[23] Aghayi, N. and M.A. Raayatpanah,(2019). A robust optimization approach to overall profit efficiency with data uncertainty: application on bank industry. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 42(2). 160-168.
[24] Shakouri, R. Salehi, M. Kordrostami, S. (2019). Stochastic p-robust approach to two-stage network DEA model. Quantitative Finance and Economics, 3(2): 315-346
[25] Hu, W., Guo, Y., Tian, J., Chen, L., (2019). Eco-efficiency of centralized wastewater treatment plants in industrial parks: A slack-based data envelopment analysis. Resources, Conservation and Recycling, 141. 176-186.
[26] Cavone, G., Epicoco, N., Morelli, M., Dotoli, M., (2020). Design of Modern Supply Chain Networks Using Fuzzy Bargaining Game and Data Envelopment Analysis. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 45(3). 27-45.
[27] Shamsi Jamkhane, A., Rahmani Parchakalayi, B., Hosseinzadeh Lotfi, F., Haji Molana, M., (2018). Measuring the efficiency and performance of the supply chain with a three-stage structure using network data envelopment analysis. Journal of Operational Research and Its Applications, 67(4). 99-116.
[28] Amirteimouri, H., Amirteimouri, A., Karbasian, M., (2018). Analysis of efficiency and ranking of provincial gas companies with the presence of undesirable indicators. Journal of Operational Research and Its Applications, 65(2). 1-8.
[29] De, D., Chowdhury, S. KumarDey, P. Ghosh, S. (2020). Impact of lean and sustainability oriented innovation on sustainability performance of small and medium sized enterprises: a data envelopment analysis-based framework. International Journal of Production Economics,. 219. 416-430.
[30] Álvarez-Rodríguez, C., M. Martín-Gamboa, and D. Iribarren, (2020). Sustainability-oriented efficiency of retail supply chains: A combination of Life Cycle Assessment and dynamic network Data Envelopment Analysis. Science of the Total Environment,. 705. 135977.

[ Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29 ]
[ DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.3.8.5 ]
[ DOI: 10.52547/jamlu.18.3.49 ]