مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیستم، شماره دوم (پیاپی ۷۷)،تابستان ۰۲، ص ص ۴۷-۲۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

زمانبندی سبز در محیط جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با مراحل پردازش وابسته به ماشین، محدودیت دسترسی به ماشین‌ها و درنظر گرفتن زمان ترخیص کارها

علی حسنی[۱]، سید محمد حسن حسینی[۲*]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

رسید مقاله: ۲۳ مهر ۱۳۹۹

پذیرش مقاله: ۲۶ اسفند ۱۴۰۱

چکیده

زمانبندی یکی از مسایل مهم در حوزه‌های تحقیقاتی و کاربردی مدیریت تولید است که تاثیر زیادی بر کارایی منابع تولیدی دارد. از این رو، روش‌ها و رویکردهای مختلفی برای حل این مسایل در سیستم‌های تولیدی با ویژگی‌های خاص معرفی شده است. در این راستا، پژوهش حاضر یک مساله زمانبندی سبز جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر را مورد بررسی قرار می‌دهد که در آن، مراحل پردازش هر کار وابسته به ماشینی است که آن را در مرحله اول پردازش می‌کند. علاوه بر این، زمان‌های راه‌اندازی وابسته به توالی بوده، محدودیت دسترسی به ماشین‌ها بررسی و زمان‌های ترخیص و آماده بودن کارها نیز درنظر گرفته می‌شود. این مساله با درنظر گرفتن هزینه‌های تولید و مصرف انرژی به عنوان دو تابع هدف مهم، در قالب مدل ریاضی عدد صحیح مختلط (MIP) تشریح می‌گردد. مدل پیشنهادی برای حل مساله در ابعاد کوچک با روش محدودیت اپسیلون اجرا شده و یک روش حل تقریبی نیز مبتنی بر رویکرد مرتب‌سازی نامغلوب با الگوریتم ژنتیک (NSGA-II) برای حل مساله در ابعاد بزرگ معرفی می‌شود. نتایج حل نشان‌دهنده عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی در حل این مساله بوده و همچنین، مقایسه نتایج حاکی از برتری این الگوریتم نسبت به الگوریتم رقیب SPEA 2 به عنوان یکی دیگر از روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه می‌باشد.

کلمات کلیدی: زمانبندی سبز، جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر، مراحل پردازش وابسته به ماشین، هزینه‌های تولید، مصرف انرژی.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: sh.hosseini@shahroodut.ac.ir

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

۱ مقدمه

رشد فزاینده رقابت در تولید و عرضه محصولات متنوع از یک سو و تاثیرگذاری صنایع تولیدی در مسایل زیست محیطی نظیر مصرف انرژی و آلایندگی محیط زیست از سوی دیگر، اهمیت توجه به مسایل زمانبندی را دوچندان کرده است. در این میان صاحبان صنایع تولیدی به‌ویژه سیستم‌های تولید مبتنی بر سفارش (MTO)[1] ترجیح می‌دهند با به‌کارگیری ماشین‌آلات و تجهیزات موازی به‌ویژه در ایستگاه‌های گلوگاه، انعطاف‌پذیری واحدهای تولیدی خود را در پاسخگویی به موقع به سفارشات متنوع مشتریان افزایش دهند [۱].

در میان انواع مختلف مسایل زمانبندی، مساله زمانبندی جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر (FFSP)[2] به خاطر کاربرد زیاد در صنایع تولیدی از دیرباز مورد توجه بیشتر محققین این حوزه بوده است. در این مساله، اگر هر ماشین از مجموعه ماشین‌های موازی عملکرد و سرعت متفاوت و مختص به خود[3] را در پردازش یک کار داشته باشد (P_{lmj})، آن ماشین‌ها را اصطلاحا غیرمرتبط[4] می‌نامند [۲]. اغلب مطالعات در حوزه مسایل زمانبندی بر روی کاهش زمان تولید به عنوان یک شاخص کلان از بهره‌وری منابع متمرکز بوده‌اند. بنابراین توابع هدفی مانند کمینه کردن کل زمان تولید[5]، حداقل‌سازی زمان در جریان ساخت کارها، و حداقل کردن زمان بیکاری ماشین‌ها، از دیرباز مورد توجه محققین مسایل زمانبندی بوده است [۳]. با این حال معیارهای دیگری نظیر جنبه‌های زیست‌محیطی، اهداف مرتبط با مسئولیت اجتماعی، و معیارهای تامین‌کننده اهداف اقتصادی تولید ازجمله مباحث جدید در این حوزه محسوب می‌شود که اخیرا توجه محققین زیادی را به خود جلب کرده است. در این میان، مصرف انرژی به یکی از مهم‌ترین چالش‌های امروزی در صنایع تولیدی تبدیل شده است. طبق گزارشی از مدیریت اطلاعات انرژی (EIA)[6] در ایالات متحده، حدود ۵۰٪ از کل انرژی جهان در کارخانه‌های تولیدی یا صنایع وابسته مصرف می‌شود [۴، ۵]. اکثر تحقیقات در مورد بهینه‌سازی مصرف انرژی در صنایع تولیدی تا حد زیادی بر روی توسعه ماشین‌آلات یا فرآیندهای با کارآیی بیشتر انرژی مطالعه متمرکز شده‌اند [۶، ۷]. از سوی دیگر هزینه‌های عملیاتی موضوع مهم دیگری است که منعکس‌کننده بازده منابع بوده و هم برای تولیدکننده و هم برای مشتری اهمیت زیادی دارد و می‌بایست در فرآیندهای برنامه‌ریزی و زمانبندی مورد توجه قرار گیرد.

باتوجه به دو موضوع مهم فوق درخصوص کاهش مصرف انرژی و کاهش هزینه‌های تولید، مدیران صنایع تولیدی همواره سعی برآن دارند تا با تحقیق و توسعه تکنولوژی و سطح عملکرد آنها، گامی موثر در جهت تحقق این اهداف بردارند [۸]. از سوی دیگر جایگزین کردن تمام ماشین‌آلات در یک زمان با دستگاه‌های جدید و برخوردار از سطح تکنولوژی بالا به دلایل مختلف ازجمله محدودیت‌های بودجه‌ای امکان‌پذیر نمی‌باشد. لذا موارد زیادی هست که در آن ماشین‌های قدیمی و ماشین‌های پیشرفته جدید به صورت موازی در فرآیندهای تولیدی به کار گرفته می‌شوند. از یک سو ماشین‌آلات قدیمی اغلب مصرف انرژی بالایی دارند درحالی‌که هزینه

1- Make To Order (MTO)
2- Flexible flow shop scheduling problem (FFSP)
3- Arbitrary
4- Unrelated
5- Makespan
6- Energy Information Administration

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

استفاده از آنها بسیار ارزان و مقرون به‌صرفه می‌باشد. از سوی دیگر هرچند دستگاه‌های جدیدتر انرژی کمتری برای تولید قطعات مصرف می کنند اما باتوجه به هزینه بالای نگهداری و تعمیرات آنها و هزینه مرتبط با استهلاک این دستگاه‌ها به‌ویژه در سال‌های اولیه، قیمت تمام‌شده محصولات تولیدی با این تجهیزات به مراتب بالاتر خواهد بود. در این میان یک تضاد بین دو هدف کاهش مصرف انرژی و کاهش هزینه‌های عملیاتی شکل می گیرد که برای مدیران صنایع اهمیت زیادی دارد [۹].

تحقیق حاضر به بررسی و حل مساله زمانبندی سبز در محیط جریان کارگاهی انعطاف پذیر (FFS) با ماشین‌های موازی غیرمرتبط و با درنظر گرفتن همزمان دو هدف فوق می‌پردازد. این بررسی در شرایطی انجام می‌شود که به دلیل استفاده از ماشین آلات پیشرفته با قابلیت انجام چند عملیات بر روی کارها در مرحله اول، کارهایی که با این نوع ماشین‌آلات در مرحله اول پردازش می‌شوند نیازی به پردازش در برخی از مراحل بعدی دیگر ندارند. این سیستم تولیدی در این مقاله تحت عنوان مراحل پردازش وابسته به ماشین[1] تعریف می‌شود. به‌علاوه این‌که درجهت نزدیک شدن مساله به شرایط دنیای واقعی، موضوع توانمندی ماشین‌آلات[2] برای پردازش قطعات نیز درنظر گرفته‌شده، زمان‌های آماده‌سازی به صورت وابسته به توالی بوده و زمان ترخیص کارها متفاوت و غیرصفر لحاظ می گردد.

۲ پیشینه تحقیق

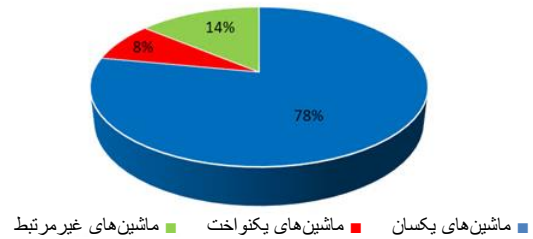
مساله جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر کاربرد زیادی در صنایع تولیدی مختلف دارد و لذا تحقیقات صنعتی و دانشگاهی زیادی پیرامون این مساله در ادبیات موجود دیده می‌شود. ازجمله تحقیقات قدیمی در این زمینه می‌توان به مطالعه گوپتا و همکاران اشاره نمود که در سال ۱۹۹۸ به معرفی و حل مساله جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر دو مرحله‌ای پرداختند [۱۰]. سپس لیو و چانگ یک روش دقیق و یک روش ابتکاری برای حل مساله جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی ارایه کردند [۱۱]. تران و مینگ ننگ بعدها همین مساله را در دو حالت با اعمال محدودیت در ظرفیت انبارهای میانی و بدون در نظر گرفتن آن بررسی و یک الگوریتم فراابتکاری برای حل آن در ابعاد کاربردی و در زمانی معقول ارایه کردند [۱۲]. مولائی و همکاران برای مساله جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر چندهدفه با زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی و زمان حمل و نقل، الگوریتمی ترکیبی مبتنی بر شبیه‌سازی تبرید و یک روش جستجوی ساده ارایه کردند [۱۳].

مساله جریان کارگاهی منعطف با ماشین‌های موازی غیرمرتبط حالت خاصی از مساله جریان کارگاهی می‌باشد که کمتر به آن پرداخته شده است [۱۴]. شکل ۱ نشان‌دهنده توزیع مطالعات انجام‌شده در حوزه زمانبندی در محیط کارگاه جریانی انعطاف‌پذیر می‌باشد. براساس این اطلاعات، در حوزه ماشین‌های یکنواخت و غیرمرتبط تحقیقات کمتری نسبت به ماشین‌های یکسان انجام شده است.

1- Machine-dependent processing stages
2- Machine eligibility

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]



شکل ۱. توزیع تحقیقات انجام‌شده بر روی مساله FFS با تمرکز بر انواع ماشین‌های موازی [۱۵]

در بین تحقیقات انجام‌شده پیرامون این مساله، می‌توان به مقاله یواریما و همکاران اشاره نمود که در مطالعه خود این مساله را با درنظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی، محدودیت زمان‌های در دسترس‌بودن ماشین‌آلات، و محدودیت انبارهای میانی بررسی کرده و یک رویکرد مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای حل آن با هدف کمینه‌سازی مجموع زمان‌های تکمیل ارایه کردند [۷]. همچنین بهنامیان و زندیه همین مساله را با درنظر گرفتن محدودیت زمان انتظار بررسی و یک الگوریتم رقابت استعماری گسسته برای حل این مساله با هدف کمینه‌سازی مجموع زودکرد و دیرکرد ارایه کردند [۶]. لی و همکاران نیز مساله جریان کارگاهی منعطف با ماشین‌های موازی غیرمرتبط را برای حالت چندمرحله پردازش و درنظر گرفتن حرکت دسته‌ای کارها بررسی و یک مدل دوهدفه برای حداقل‌کردن همزمان زمان تکمیل کارها و مجموع وزنی دیرکرد کارها ارایه کردند [۱۶]. شهواری و همکاران مساله جریان کارگاهی منعطف با جریان دسته‌ای محموله را در شرایطی بررسی نمودند که در ایستگاه‌های گلوگاه از ماشین‌های موازی غیرمرتبط استفاده‌شده و یک الگوریتم جستجوی ممنوع تقویت شده[1] برای حل آن در حالت دوهدفه ارایه کردند [۱۷].

منابع محدودی به مساله جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با ماشین‌های موازی غیرمرتبط و درنظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی پرداخته‌اند که از آن جمله می‌توان به مطالعه ابراهیمی و همکاران [۱۸] و قراویتو و همکاران اشاره کرد [۱۹].

توابع هدف ازجمله موضوعات مهم در مسایل زمانبندی و ازجمله مساله FFSP محسوب می‌شود. در مسایل زمانبندی، اغلب توابع هدف مورد بررسی زمان محور، کار محور، و یا ترکیبی از این دو تابع بوده و گاهی اوقات نیز مساله به صورت چند هدفه بررسی می‌شود [۱۵،۲۰]. امروزه در راستای تامین اهداف زیست‌محیطی، اغلب محققین، کاهش مصرف انرژی و یا کاهش خروجی آلاینده‌ها را به عنوان دو تابع هدف مهم درنظر گرفته و این مساله را با عنوان زمانبندی سبز مورد بررسی قرار می‌دهند [۲۱]. ابتدا بروزون و همکاران مساله زمانبندی سبز را در جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با درنظر گرفتن محدودیت بیشینه مصرف نیرو[2] مورد مطالعه قرار دادند [۲۲]. همچنین دای و همکاران استراتژی "روشن" و "خاموش"[3] را برای بهینه‌سازی مصرف انرژی در مساله زمانبندی جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با ماشین‌های موازی نامرتبط ارایه کردند [۲۳]. لی و همکاران همان مساله را با

1- Enhanced tabu search algorithm
2- Maximum peak power
3- The “on” and “off” strategy

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]
[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

درنظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی مورد مطالعه قرار داده و چند الگوریتم تقریبی برای حل آن توسعه دادند [۲۴]. منگ و همکاران این مساله را با درنظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی و با هدف کمینه کردن میزان مصرف انرژی بررسی کردند. ایشان در تحقیق خود یک مدل ریاضی جدید برای حل این مساله معرفی کردند [۲۵]. همچنین ونگ و همکاران مساله زمانبندی سبز در جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر را با درنظر گرفتن محدودیت دسترسی به ماشین‌آلات در راستای کاهش مصرف انرژی بررسی کرده و در مدل دوهدفه پیشنهادی خود سعی در کمینه‌کردن همزمان مجموع مصرف انرژی و زمان تکمیل کارها نمودند [۲۶]. گانگ و همکاران این مساله را با درنظر گرفتن انعطاف‌پذیری در نیروی کار بررسی کرده و کمینه‌سازی مصرف انرژی با کاهش هزینه‌های نیروی کار را به عنوان دو تابع هدف در مدل پیشنهادی دو لحاظ کردند [۲۷]. در یک مطالعه جدید، شولز و همکاران مساله زمانبندی سبز در جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر که در آن ماشین‌های موازی سرعت‌های پردازش مختلفی دارند را بررسی‌کرده و هزینه انرژی با مجموع دیرکرد کارها را به عنوان دو تابع هدف مهم در مدل دوهدفه خود لحاظ کرده و در آن، قیمت انرژی مصرفی را وابسته به زمان مصرف درنظر گرفتند [۲۸].

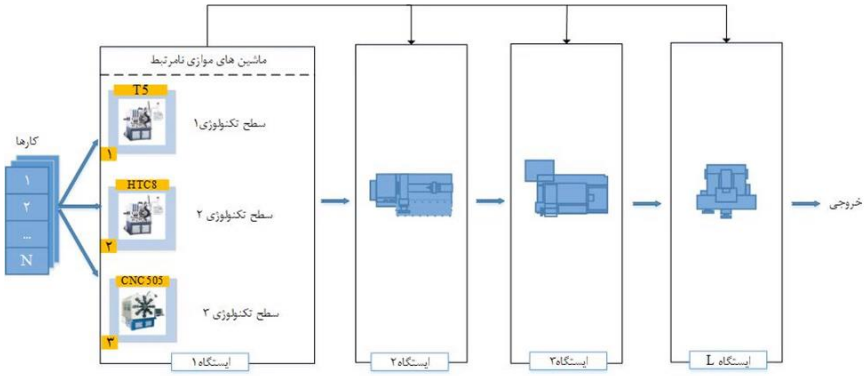
خلاصه بررسی تحقیقات پیشین نشان می‌دهد که مساله زمانبندی جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر جایگاه مهمی در صنعت داشته و لذا محققین زیادی این مساله را با شرایط و توابع هدف مختلف بررسی کرده‌اند. اما بررسی موضوع کاهش مصرف انرژی در کنار کاهش هزینه‌های عملیاتی تاکنون در این مساله مورد مطالعه قرار نگرفته است. به‌ویژه در شرایطی که ماشین‌های موازی غیرمرتبط و با سطح تکنولوژی و عملکردهای متفاوت بوده، و برخی از آنها قابلیت انجام چند پردازش را داشته باشند، تضاد دو تابع هدف انرژی مصرفی و هزینه تولید بیشتر نمایان می‌شود. بررسی موارد فوق ازجمله نوآوری‌های تحقیق حاضر بوده و به‌علاوه این‌که شرایط دنیای واقعی از قبیل عدم امکان پردازش برخی کارها توسط برخی ماشین‌ها، و زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی نیز در آن لحاظ شده است.

۳ بیان مساله

در این مقاله، یک مساله زمانبندی سبز در جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با ماشین‌های موازی غیرمرتبط و سطح فناوری متفاوت در مرحله اول بررسی می‌شود. با توجه به شکل ۲، تعداد n کار (سفارش) وجود دارد که باید بر روی m ماشین در این سیستم پردازش شود. کارها در مرحله اول با توجه به قابلیت ماشین می‌توانند به هر یک از ماشین‌ها تخصیص یابند. با توجه به اینکه سطح تکنولوژی ماشین‌ها در ایستگاه یک متفاوت است؛ کارها ممکن است جهت تکمیل شدن با توجه به نوع ماشین تخصیص یافته در ایستگاه اول، نیازی به پردازش در یک یا چند مرحله بعد نداشته باشند.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]



شکل۲. شکل شماتیک مساله‌ی مورد مطالعه

٤ مدل ریاضی

در این بخش، مساله مورد مطالعه، در قالب برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط فرموله و مدل‌سازی می‌شود. نوآوری صورت گرفته در این مدل شامل وابستگی مراحل تولید به منابع پردازشگر، محدودیت‌های قابلیت پردازش ماشین‌ها، زمان دسترسی کارها، و زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی بوده و بعلاوه کمینه‌سازی مصرف انرژی و هزینه تولید به عنوان دو تابع هدف متضاد مدنظر می‌باشد.

اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل به صورت زیر تعریف می‌شود:

اندیس‌ها و مجموعه‌ها:

j,i,h	شماره کارها	$(j,i,h = ۰,۱,۲,\ldots,N)$
k,m	شماره ماشین‌ها	$(k,m = ۱,۲,\ldots,K_l)$
l	شماره مراحل	$(l = ۱,۲,\ldots,L)$

پارامترها:

$P_{kj}^{(l)}$ زمان پردازش کار j با ماشین k در مرحله l .

$S_{ijk}^{(l)}$ زمان آماده‌سازی ماشین k جهت تغییر کار از i به j .

$CP_{kj}^{(l)}$ هزینه‌ی هر ساعت پردازش کار j توسط ماشین k در مرحله l .

$Eg_{kj}^{(l)}$ پارامتر دودویی، مقدار آن یک است اگر ماشین k توان پردازش کار j را داشته باشد، در غیر این صورت صفر.

Y_{jkl} پارامتر دودویی، مقدار آن یک است اگر کار j بعد از پردازش با ماشین k در مرحله یک نیاز به پردازش در مرحله l داشته باشد، در غیر این صورت صفر.

$ECR_k^{(l)}$ نرخ مصرف انرژی ماشین k در مرحله l در زمان مشغول به کار.

$SECR_k^{(l)}$ نرخ مصرف انرژی ماشین k در مرحله l در زمان بیکاری.

R_j زمان در دسترس بودن کار j در ابتدای دوره برنامه‌ریزی.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

V مقدار محدود کننده حداکثر زمان تولید.

M عدد بزرگ.

متغیرهای تصمیم:

Z_{jk} متغیر دودویی، مقدار آن یک است اگر کار j به ماشین k در مرحله یک تخصیص داده شود، در غیر این صورت صفر.

X_{ijkl} متغیر دودویی، مقدار آن یک است اگر کار j بلافاصله بعد از کار i به ماشین k در مرحله l تخصیص داده شود، در غیر این صورت صفر.

$C_j^{(l)}$ زمان تکمیل کار j در مرحله l .

$C_{max}^{(L)}$ زمان اتمام آخرین کار در آخرین مرحله.

$EC_k^{(l)}$ کل مقدار انرژی مصرف شده توسط ماشین k در حالت مشغول به کار.

$SEC_k^{(l)}$ کل مقدار انرژی مصرف شده ماشین k در حالت بیکاری.

$PC_j^{(l)}$ هزینه پردازش و تولید کار j .

مدل ریاضی مساله‌ی مورد مطالعه نیز به صورت زیر می‌باشد.

$$Min\, Z_1 = \sum_{l=1}^{L}\sum_{k=1}^{K_l}(EC_k^{(l)} + SEC_k^{(l)}) \quad (1)$$

$$Min\, Z_2 = \sum_{l=1}^{L}\sum_{j}^{N} PC_j^{(l)} \quad (2)$$

s.t.

$$\sum_{i=0}^{N}\sum_{k=1}^{K} X_{ijkl} = 1,\ \forall l = 1, j \neq i, \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^{N}\sum_{k=1}^{K} X_{ijkl} - \sum_{k=1}^{K} Z_{jk} \times Y_{jkl} = 0, \forall l > 1, j \neq i, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{N} X_{ijkl} \leq 1, \forall k,l,i \neq j, \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^{N} X_{ihkl} - \sum_{j=1,\neq i}^{N} X_{hjkl} = 0, \forall k,l,h,h \neq i, j, \quad (6)$$

$$C_j^{(l)} \geq X_{ijkl} \times \left(P_{kj}^{(l)} + S_{ijk}^{(l)} + R_j\right), \forall k,l = 1,i,j,i \neq j, \quad (7)$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

$$C_i^{(l)} + \sum_{k=1}^{K} X_{ijkl} \times \left(P_{kj}^{(l)} + S_{ijk}^{(l)} \right) + M \left(\sum_{k=1}^{K} X_{ijkl} - 1 \right) \le C_j^{(l)}, \forall l, i, j, i \ne j, \quad (8)$$

$$C_j^{(l-1)} + X_{ijkl} \times \left(P_{kj}^{(l)} + S_{ijk}^{(l)} \right) \le C_j^{(l)}, \forall k, l > 1, i \ne j, \quad (9)$$

$$C_j^{(l-1)} + M \times \left(1 - X_{ijkl} \right) \ge C_i^{(l-1)}, \forall k, l > 1, i \ne j, \quad (10)$$

$$Z_{jk} = \sum_{i=0}^{N} X_{ijkl}, \forall k, l = 1, j \ne i, \quad (11)$$

$$X_{ijkl} \le Eg_{kj}^{(l)}, \forall j \ne 0, i \ne j, \quad (12)$$

$$EC_k^{(l)} \ge ECR_k^{(l)} \times \sum_{j=1}^{N} \left(P_{kj}^{(l)} \times Z_{jk} \right), \forall l = 1, k, \quad (13)$$

$$EC_k^{(l)} \ge ECR_k^{(l)} \times \sum_{j=1}^{N} \left(P_{kj}^{(l)} \times \left(\sum_{m=1}^{K} Z_{jm} \times Y_{jml} \right) \right), \forall l > 1, k, \quad (14)$$

$$SEC_k^{(l)} \ge SECR_k^{(l)} \times \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, \ne i}^{N} S_{ijk}^{(l)} \times X_{ijkl} \right), \forall l = 1, k \quad (15)$$

$$SEC_k^{(l)} \ge SECR_k^{(l)} \times \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, \ne i}^{N} S_{ijk}^{(l)} \times X_{ijkl} \right), \forall l > 1, k, i, j, i \ne j, \quad (16)$$

$$PC_j^{(l)} \ge CP_{kj}^{(l)} \times \left(P_{kj}^{(l)} + \left(S_{ijk}^{(l)} \times X_{ijkl} \right) \right), \forall l = 1, i, j, i \ne j, \quad (17)$$

$$PC_j^{(l)} \ge CP_{kj}^{(l)} \times \left(P_{kj}^{(l)} + \left(S_{ijk}^{(l)} \times X_{ijkl} \right) \right) - M \times \left(1 - \sum_{m=1}^{K} Z_{jm} \times Y_{jml} \right), \forall l > 1, k, i, j, i \ne j, \quad (18)$$

$$PC_j^{(l)} - M \times \left(\sum_{k=1}^{K} Z_{jk} \times Y_{jkl} \right) \le 0, \forall l > 1, k, j, \quad (19)$$

$$C_j^{(l)} \le C_{max}{}^{(l)}, \forall l, j, \quad (20)$$

$$C_{max}{}^{(l)} \le V, \forall l = L, \quad (21)$$

$$X_{ijkl}, Z_{jk} \in \{0, 1\}, \forall i, j, k, l, \quad (22)$$

$$EC_k^{(l)}, SEC_k^{(l)}, PC_j^{(l)}, C_j^{(l)} \ge 0, \forall j, k, l, \quad (23)$$

در مدل ریاضی، روابط (۱) و (۲) توابع هدف مساله را نشان می‌دهند که به ترتیب عبارتند از: حداقل‌سازی مصرف انرژی کل در راستای زمانبندی سبز، و حداقل‌سازی هزینه تولید کل. رابطه (۳) تضمین می‌کند که در مرحله یک هر کار فقط به یک ماشین تخصیص داده شده است. رابطه (۴) تضمین می‌کند که کارها با توجه به نوع ماشین پردازش‌کننده در مرحله‌ی یک، مراحل مورد نیاز تا اتمام کار را طی می‌کنند. رابطه (۵) اطمینان

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

می‌دهد که کارها در هر مرحله و بر روی هر ماشین حداکثر یک بار پردازش می‌شود. رابطه (۶) باعث جلوگیری از انجام کار تکراری در توالی پردازش کارها می‌شود. رابطه (۷) زمان تکمیل کار j را با توجه به توالی آن براساس زمان پردازش، زمان آماده‌سازی و زمان دسترسی در مرحله یک نشان می‌دهد. رابطه (۸) تضمین می‌کند که زمان تکمیل کار j و کار i به صورت متوالی محاسبه می‌شود اگر کار j بلافاصله بعد از کار i بر روی یک دستگاه پردازش شوند. رابطه (۹) اطمینان می‌دهد که زمان تکمیل هر کار در هر مرحله بزرگ‌تر یا مساوی زمان تکمیل آن کار در مرحله‌ی قبل به‌علاوه زمان تنظیم و زمان پردازش آن در همان مرحله می‌باشد. رابطه (۱۰) با توجه به قانون جایگشتی اطمینان می‌دهد که کار i در توالی پردازش قبل از کار j در مرحله l می‌باشد، اگر زمان تکمیل کار j بزگتر یا مساوی زمان تکمیل کار i در مرحله $l-1$ باشد. رابطه (۱۱) نشان می‌دهد که هر کار در مرحله یک فقط به یک ماشین خاص تخصیص داده شده است. رابطه (۱۲) تضمین می‌کند که هر کار فقط به دستگاهی که قابلیت پردازش آن کار را داشته باشد تخصیص داده می‌شود. روابط (۱۳) و (۱۴) میزان مصرف انرژی ماشین‌ها را در حالت مشغول به کار محاسبه می‌کند. رابطه (۱۵) و (۱۶) میزان مصرف انرژی ماشین‌ها را در حالت بیکاری محاسبه می‌کند. روابط (۱۷) ، (۱۸) و (۱۹) زمان تکمیل کارها در مراحل مختلف را محاسبه می‌کند. رابطه (۲۰) مقدار حداکثر زمان تکمیل کارها را نشان می‌دهد. رابطه (۲۱) محدودیت کارفرمایی جهت حداکثر زمان تکمیل کارها را نشان می‌دهد. در نهایت روابط (۲۲) و (۲۳) دامنه‌ی متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهد.

۵ روش حل

الف) محدودیت جزیی تعمیم‌یافته

با توجه به این‌که مساله مورد مطالعه دو هدفه می‌باشد، جهت حل دقیق آن در ابعاد کوچک از الگوریتم محدودیت جزیی یا اپسیلون محدودیت[1] استفاده شده است. روش محدودیت جزیی اولین بار توسط هایمس و همکاران (۱۹۷۱) ارایه گردید. رویکرد این الگوریتم به صورتی است که مساله‌ی چند هدفه را تبدیل به مساله‌ی تک هدفه می‌کند به صورتی که یکی از توابع موجود انتخاب و حداقل‌سازی شده و سایر توابع هدف به محدودیت‌هایی با حد بالا تبدیل می‌شود [۹]. مدل کلی این روش برای پژوهش حاضر به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} &Min\ f_1(x)+\rho\left(f_2(x)\right) \\ &s.t. \\ &g(x)\le 0 \end{aligned} \qquad (۲۴)$$

[1]- ε-Constraint

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

$$f_2(x) \le \varepsilon_1$$
$$x \in X$$

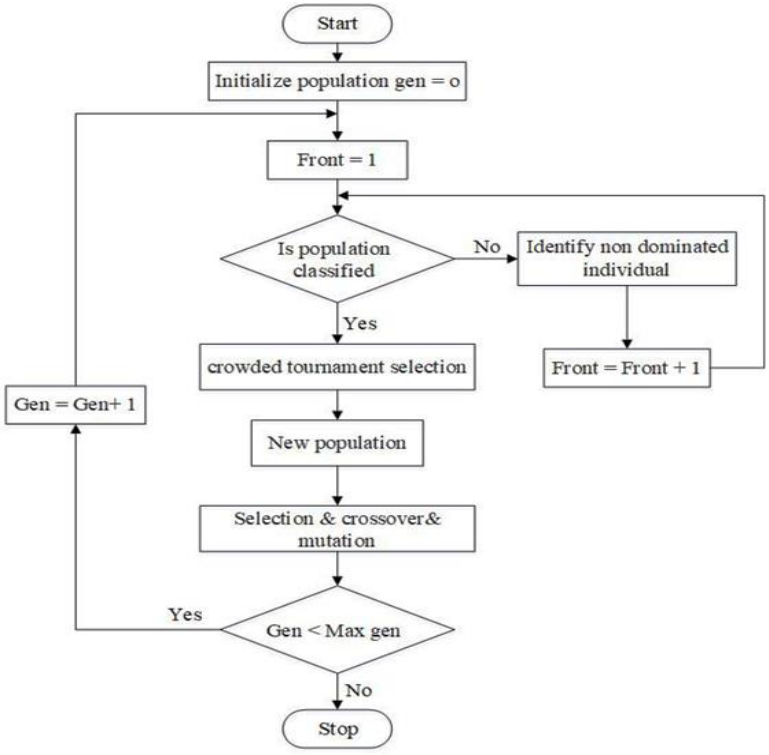
در رابطه (۲۴)، $g(x)$ شامل همه محدودیت‌های اصلی مساله و ε_1 حد بالای به دست آمده برای تابع هدف دوم است.

ب) روش‌های فراابتکاری

حل مساله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط در اندازه‌های کوچک توسط نرم‌افزارهای CPLEX و Gurobi به آسانی صورت می‌پذیرد. اما هر چه ابعاد مساله بزرگ‌تر می‌شود زمان حل افزایش می‌یابد و حل مسایل بسیار بزرگ با این نرم افزارها به دلیل محدودیت‌های حافظه دچار مشکل می‌شود [۲۹]. لذا در این پژوهش جهت حل مدل در ابعاد متوسط و بزرگ الگوریتم ژنتیک چند هدفه مبتنی بر مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) و الگوریتم تکاملی مبتنی بر قدرت پارتو (SPEA-II) پیشنهاد شده است.

- **الگوریتم NSGA-II**

الگوریتم NSGA-II که تعمیم‌یافته‌ی الگوریتم NSGA می‌باشد، توسط دب و همکاران [۳۰] توسعه داده شد. نحوه عملکرد الگوریتم به این صورت است که در آغاز یک جمعیت اولیه P_0 تصادفی تولید می‌شود. عملگرهای ترکیب و جهش بر روی جمعیت P_0 جهت تولید جمعیتی Q_0 انجام می‌شود. اگر شرایط خاتمه محقق شود الگوریتم متوقف‌شده و P_t برگردانده می‌شود. الگوریتم مرتب سازی نامغلوب سریع بر روی اجتماع جمعیت والد و فرزندان $R_t = P_t \cup Q_t$ به منظور شناسایی جبهه های نامغلوب $F_1,\ldots,F_k$ به کار گرفته می‌شود. شکل۳ فلوچارت این الگوریتم را نشان می‌دهد.



شکل۳. فلوچارت الگوریتم حل پیشنهادی

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

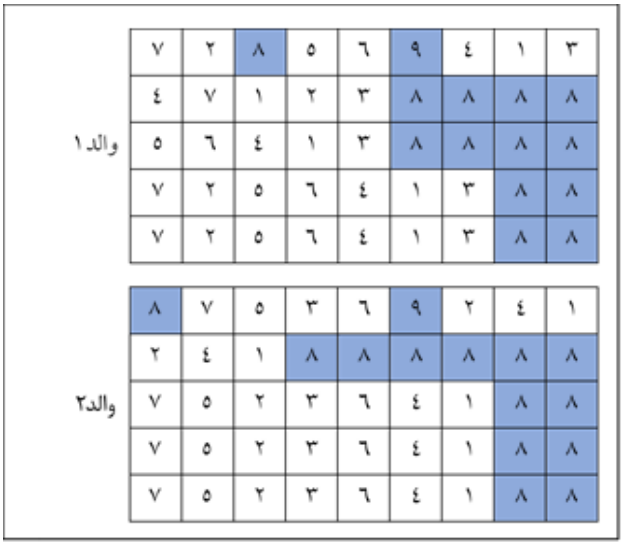
با توجه به جنبه‌های مساله تعریف‌شده، ساختار شماتیک مناسب نمایش جواب شامل l رشته است که در رشته اول یک جایگشت از کارهای j و $k-1$ ژن جهت جداکننده کارهای هر ماشین در نظرگرفته می‌شود. کارها در رشته‌های دوم تا l نیز براساس ماشین تخصیص یافته به هر کار مشخص‌شده و در یک جایگشت قرار می‌گیرند. شکل ۴ یک مثال از این ساختار را با $j=۷$ ، $k_۱=۳$ و $l=۵$ نشان می‌دهد.

تخصیص کارها و توالی ماشین ها در مرحله ۱	۳	۴	۱	۸	۲	۶	۹	۷	۵
توالی ماشین ها در مرحله ۲	۵	۳	۷	۴	۱	۸	۸	۸	۸
توالی ماشین ها در مرحله ۳	۲	۷	۶	۵	۸	۸	۸	۸	۸
توالی ماشین ها در مرحله ۴	۳	۴	۱	۵	۲	۶	۸	۸	۸
توالی ماشین ها در مرحله ۵	۳	۴	۱	۵	۲	۶	۸	۸	۸

شکل ٤. نمایش راه حل مساله (کروموزوم)

عملگر ترکیب

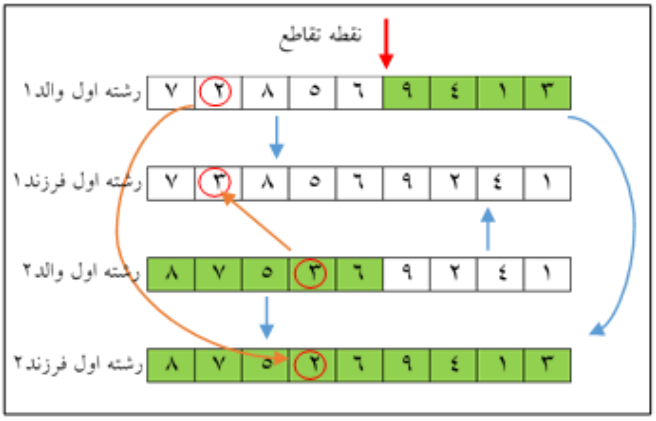
اپراتور ترکیب اعمال‌شده بر روی کروموزوم‌ها، ترکیب یک نقطه‌ای می‌باشد که در شکل ۵ نشان داده شده است. برای این منظور، ابتدا دو والد از جمعیت انتخاب می‌شود (شکل(۵-الف)). رشته اول از هر کدام از والدها جداشده و سپس تمامی ژن‌های قبل از نقطه تقاطع از والد اول و تمامی ژن‌های پس از نقطه تقاطع از والد دوم به فرزند اول کپی‌شده و بعد از حذف ژن‌های تکراری و شدنی کردن کروموزوم، رشته اول فرزند اول ایجاد می‌شود (شکل(۵-ب)). رشته اول فرزند دوم نیز به صورت مشابه تولید می‌شود. در نهایت براساس نوع تخصیص و توالی ژن‌ها در رشته اول و براساس قانون جایگشتی، رشته‌های دوم تا L ام کروموزوم فرزندان تولید می‌شود (شکل(۵-ج)).



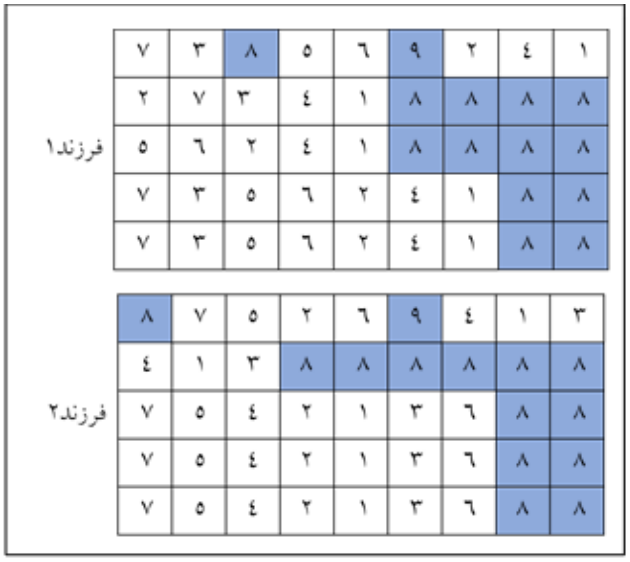
الف) والدهای انتخاب‌شده

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

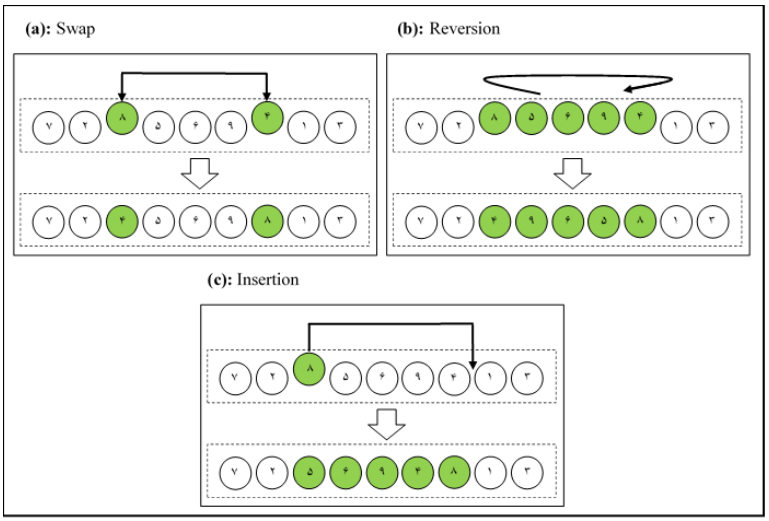


ب) تولید رشته اول فرزندان



ج) کروموزوم نهایی شده فرزندان

شکل۵. عملگر ترکیب پیشنهادی.



شکل۶. اپراتورهای استفاده شده جهت اجرای عملگر جهش

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

عملگر جهش

جهت انجام عملگر جهش در این مساله، مطابق شکل ۶ از سه اپراتور Swap، Reversion و Insertion به صورت تصادفی استفاده شده است. همانند عملگر ترکیب در اجرای این عملگر نیز ابتدا اپراتورهای انتخاب شده بر روی رشته اول والد اجراشده و رشته اول فرزند ایجاد می‌شود. سپس بر اساس نوع تخصیص و قانون جایگشتی، رشته‌های دیگر فرزند تولید می‌شود.

- **الگوریتم SPEA-II**

الگوریتم SPEA-II که توسط زیتزلر و همکاران [۳۱] توسعه داده شد، از جمله الگوریتم‌های کارایی است که از یک آرشیو خارجی برای ذخیره پاسخ‌های نامغلوبی که در طی جستجوی الگوریتم یافت می‌شود استفاده می‌کند. چارچوب کاری این الگوریتم در قالب شبه کد مطابق شکل ۷ نشان داده شده است. در این الگوریتم نیز از همان شیوه ترکیب و جهش تشریح شده برای الگوریتم NSGA-II استفاده می‌شود.

N_E : بیشترین اندازه آرشیو پاسخ های نامغلوب E

N_P : اندازه جمعیت

K : پارامتر محاسبه تراکم $\left(K=\sqrt{N_E+N_P}\right)$

σ_i^k : فاصله پاسخ i و k امین همسایگی نزدیک به آن

آغاز الگوریتم SPEA-II

یک جمعیت از پاسخ‌های اولیه P_0 ایجاد کنید و $E_0=\varnothing$ قرار دهید.

برازندگی خام پاسخ i را محاسبه کنید. $R(i)=\sum_{j\in P_t\cup E_t \,\&\, j>i} s(j)$

مقدار قوت پاسخ $s(i)$ را به‌دست آورید. $s(i)=\left|\left\{j \mid j\in P_t\cup E_t \;\&i>j\right\}\right|$

تراکم پاسخ i را محاسبه کنید. $D(i)=\frac{۱}{\sigma_i^k+۲}$

مقدار برازندگی را به‌دست آورید.

$$F(i)=R(i)+D(i)$$

تمام پاسخ‌های نامغلوب موجود در مجموعه $P_t\cup E_t$ را به $E_{t+۱}$ کپی کنید.

حالت اول: اگر $\left|E_{t+۱}\right|>N_E$، به تعداد $\left|E_{t+۱}\right|-N_E$ پاسخ را با روش تکراری حذف کنید

حالت دوم: اگر $\left|E_{t+۱}\right|\le N_E$، به تعداد $N_E-\left|E_{t+۱}\right|$ پاسخ مغلوب‌شده را براساس مقادیر برازندگی آن‌ها از مجموعه $P_t\cup E_t$ به مجموعه $E_{t+۱}$ انتقال دهید

اگر شرایط خاتمه فراهم باشد، الگوریتم متوقف‌شده و پاسخ $E_{t+۱}$ را بر می‌گرداند

با استفاده از روش رقابت دوتایی والدین را از مجموعه $E_{t+۱}$ انتخاب کنید.

اپراتور ترکیب و جهش اجرا و فرزندان را به مجموعه $P_{t+۱}$ کپی کرده و $t=t+۱$ قرار دهید.

شکل۷. شبه کد الگوریتم SPEA-II

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

جدول ۱. سطوح بهینه پارامترهای الگوریتم NSGA-II و SPEA 2

پارامتر	تعریف	سطح بهینه
MaxIT	حداکثر تعداد تکرار	۱۰۰
nPop	تعداد جمعیت اولیه	۱۵۰
PCrossover	احتمال انجام عملگر ترکیب	۰/۷
PMuration	احتمال اجرای عملگر جهش	۰/۳

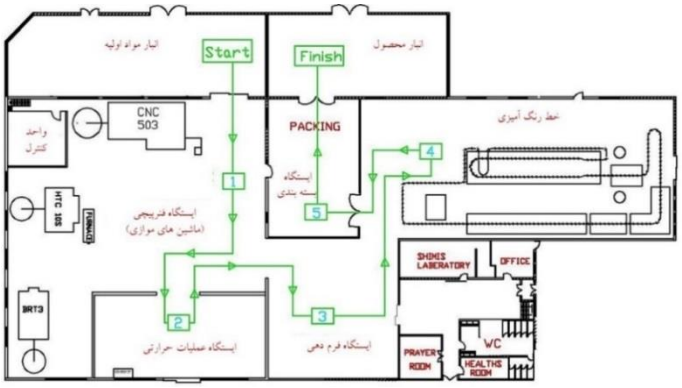
لازم به ذکر است برای تنظیم پارامترهای هر دو الگوریتم فراابتکاری، از روش تاگوچی استفاده شده است. تاگوچی یک روش سیستماتیک است که به صورت کارا پارامترهای هر الگوریتم را با استفاده از یک مجموعه محدودی از آزمایشات بهینه‌سازی می‌کند [۳۲]. جدول ۱ مقدار بهینه پارامترها را نشان می‌دهد.

٦ مطالعه موردی

مساله مورد بررسی در این تحقیق برگرفته از فرآیند تولید یک شرکت صنعتی فنرسازی می‌باشد. این شرکت به عنوان تامین‌کننده اصلی فنرهای خودرو برای کارخانجات خودروسازی در ایران محسوب می‌شود. این کارخانه یک واحد تولیدی کامل با گرید A بوده که طیف گسترده‌ای از فنرهای کششی، فشاری و فرم‌دار را در ابعاد مختلف و با کیفیت بالا تولید می‌کند. شکل ۸ نمایی از فرآیند تولید این شرکت را نشان می‌دهد. در ایستگاه فنرپیچی تعداد سه ماشین موازی با سطح تکنولوژی متفاوت قرار دارد. مفتول‌هایی که با ماشین BRT3 عملیات فنر پیچی روی آنها انجام می‌شود باید تمام مراحل را تا تبدیل شدن به محصول نهایی، به ترتیب طی کنند. اما قطعاتی که با ماشین CNC503 پردازش می‌شوند، به دلیل فرم‌دهی کامل، نیازی به پردازش در مرحله ۳ ندارند. همچنین قطعاتی که به ماشین HTC10S تخصیص می‌یابند به دلیل داشتن کوره، وارد مرحله ۲ نمی‌شوند. برای اجرای مدل ریاضی و اطمینان از صحت عملکرد آن، با استفاده از پنج محصول شرکت دو مساله در ابعاد کوچک مورد بررسی قرار می گیرد. همچنین برای ارزیابی و مقایسه‌ی کارایی دو الگوریتم، یک مثال عددی با ۸ مساله در ابعاد متوسط و بزرگ ارایه می‌شود. جدول ۲ تعداد کارها و تعداد ماشین‌های تخصیص داده شده را نشان می‌دهد. ماشین‌ها در مرحله ۱ به سه دسته Old، New و New plus دسته‌بندی شده است. جداول ۳ تا ۵ مقدار پارامترها در ابعاد کوچک و جدول ۶ مقدار پارامترها در ابعاد متوسط و بزرگ را نشان می‌دهد. کارهایی که در مرحله‌ی یک با ماشین New plus و New پردازش شوند به ترتیب وارد مراحل ۳ و ۲ نمی‌شوند. همچنین ماشین یک قابلیت پردازش کار ۳ را ندارد $\left(Eg_{۱۳}^{(۱)}=۰\right)$. برای مسائل *متوسط* و بزرگ نیز پارامتر R_i به صورت $R_i=[۸,۳۵]$ تنظیم شده است.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]



شکل۸. نمونه خط تولید فنر در مطالعه موردی

جدول ۲. مشخصات تعداد کارها و ماشین ها در مرحله اول

ابعاد مساله	عنوان	N	K_1	K_1^{old}	K_1^{new}	$K_1^{new\ plus}$
کوچک	S-I	۴	۳	۱	۱	۱
	S-II	۵	۳	۱	۱	۱
متوسط	M-I	۱۰	۶	۲	۲	۲
	M-II	۱۵	۷	۳	۱	۳
	M-III	۲۰	۹	۴	۲	۳
	M-IV	۲۵	۱۲	۶	۳	۳
بزرگ	L-I	۵۰	۱۴	۷	۳	۴
	L-II	۷۵	۱۶	۸	۳	۵
	L-III	۱۰۰	۱۹	۱۰	۴	۵
	L-IV	۱۵۰	۲۰	۱۰	۵	۵

جدول ۳. مشخصات کارها در مطالعه موردی با ابعاد کوچک

زمان‌های پردازش							هزینه تولید				
کارها	۱	۲	۳	۴	۵	کارها	۱	۲	۳	۴	۵
$P_{1j}^{(1)}$	۸	۱۰	-	۱۰	۸	$CP_{1j}^{(1)}$	۳۰	۳۰	-	۳۰	۳۰
$P_{2j}^{(1)}$	۶	۸	۴	۸	۶	$CP_{2j}^{(1)}$	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲
$P_{2j}^{(1)}$	۴	۵	۳	۵	۴	$CP_{3j}^{(1)}$	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
$P_{1j}^{(2)}$	۴	۵	۵	۶	۶	$CP_{1j}^{(2)}$	۸	۸	۸	۸	۸
$P_{1j}^{(3)}$	۱۰	۱۴	۱۲	۱۵	۱۲	$CP_{1j}^{(3)}$	۶	۶	۶	۶	۶
$P_{1j}^{(4)}$	۴	۶	۴	۸	۶	$CP_{1j}^{(4)}$	۳	۳	۳	۳	۳
$P_{1j}^{(5)}$	۵	۵	۴	۵	۴	$CP_{1j}^{(5)}$	۲	۲	۲	۲	۲

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

جدول ٤. زمان‌های آماده‌سازی در مطالعه موردی با ابعاد کوچک

زمان‌های آماده‌سازی

$S_{ij۳}^{(۱)}$						$S_{ij۲}^{(۱)}$						$S_{ij۱}^{(۱)}$					
i/j	۱	۲	۳	۴	۵	i/j	۱	۲	۳	۴	۵	i/j	۱	۲	۳	۴	۵
۰	۶	۵	۴	۶	۵	۰	۸	۶	۵	۸	۶	۰	۱۱	۹	-	۱۱	۹
۱		۳	۳	۵	۵	۱		۴	۴	۶	۶	۱		۶	-	۹	۹
۲	۴		۴	۵	۵	۲	۵		۵	۶	۶	۲	۸		-	۹	۹
۳	۵	۵		۳	۵	۳	۶	۶		۴	۶	۳	۱۱	۹		۱۱	۹
۴	۵	۴	۲		۵	۴	۶	۵	۳		۶	۴	۹	۸	-		۹
۵	۵	۴	۳	۵		۵	۶	۵	۴	۶		۵	۹	۸	-	۹	

زمان‌های آماده‌سازی در مراحل ۲ تا ۵:

$$S_{ij۱}^{(۲)} = ۲\ ,\ S_{ij۱}^{(۳)} = ۳,\ S_{ij۱}^{(۴)} = ۴,\ S_{ij۱}^{(۵)} = ۲$$

زمان‌های در دسترس بودن کارها:

$$R_۱ = ۳۰,\quad R_۲ = ۸,\quad R_۳ = ۵,\quad R_۴ = ۱۲,\quad R_۵ = ۲۵$$

جدول ۵. مصرف انرژی ماشین‌ها در واحد زمان در حالت کار و بیکاری

مرحله	ماشین	ECP	$SECP$
۱	Old	۸	۲
	New	۱۰	۳
	New plus	۱۶	۴
۲		۲۰	۶
۳		۱۵	۴
۴		۶	۲
۵		۷	۲

جدول ۶. مشخصات مساله در ابعاد متوسط و بزرگ

پارامترها	$l_۱$			$l_۲$	$l_۳$	$l_۴$	$l_۵$
	$K_۱^{new\ plus}$	$K_۱^{new}$	$K_۱^{old}$				
$S_{ijk}^{(l)}$	[۸ ،۱۲]	[۴ ،۸]	[۱,۴]	[۲ ،۳]	[۲ ،۳]	[۲ ،۳]	[۲ ،۳]
$P_{kj}^{(l)}$	[۴۰ ،۵۰]	[۳۰ ،۳۹]	،۲۰]	[۲۰ ,۳۰]	[۴۵ ,۶۵]	[۱۵ ,۲۵]	[۱۵ ,۲۵]
$CP_{kj}^{(l)}$	[۲۵ ,۳۰]	[۱۵ ,۲۰]	,۱۰]	[۸ ،۱۲]	[۳ ,۶]	[۲ ,۴]	[۲ ,۴]
$ECP_k^{(l)}$	[۸ ،۱۲]	[۱۵ ,۲۰]	,۳۰]	[۲۰ ,۳۰]	[۱۵ ,۲۰]	[۶ ,۱۰]	[۱۰ ,۶]
$SECP_k^{(l)}$	[۲ ,۳]	[۴ ,۶]	[۸ ,۱۰]	[۶ ,۸]	[۴ ,۶]	[۵ ،۷]	[۵ ,۷]

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

۷ حل مساله و تحلیل نتایج

نتایج حاصل از حل دو مساله با ابعاد کوچک در جدول ۷ ارایه شده است. براساس این یافته‌ها، هر دو الگوریتم NSGA-II و SPEA-II از نظر کیفیت جواب نهایی عملکرد یکسانی داشته و نتایجی منطبق با جواب دقیق را ارایه کرده‌اند. اما از لحاظ زمان اجرا، الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم SPEA-II داشته است.

جدول ۷. مقایسه جواب‌های حاصل از حل مساله در ابعاد کوچک

الگوریتم	مساله۱ (S-I)				مساله۲ (S-II)			
	بهترین مقدار تابع هدف اول	بهترین مقدار تابع هدف دوم	تعداد نقاط پاراتو	زمان حل (ثانیه)	بهترین مقدار تابع هدف اول	بهترین مقدار تابع هدف دوم	تعداد نقاط پاراتو	زمان حل (ثانیه)
ε-constraint	۱۲۴۵	۱۳۳۳	۸	۵۳/۶۴	۱۵۸۷	۱۶۶۰	۱۰	۴۲۵۷/۱۲
NSGA-II	۱۲۴۵	۱۳۳۳	۸	۳۳/۴۲	۱۵۸۷	۱۶۶۰	۱۰	۳۷/۴۲
SPEA-II	۱۲۴۵	۱۳۳۳	۸	۴۷/۵۱	۱۵۸۷	۱۶۶۰	۱۰	۵۱/۰۲

در ابعاد کوچک به دلیل وجود مقدار جواب پاراتو بهینه $\left(\left|PF_{known}\right|\right)$، بهینگی عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی را می‌توان با شاخص‌های مختلفی مقایسه کرد. شاخص "تعداد کل نقاط نامغلوب شناسایی‌شده (ONVG)"، شاخص "نرخ نقاط نامغلوب پاراتو بهینه (ONVGR)"، شاخص "نرخ خطا (ER)" و شاخص "فاصله عمومی(GD)" از جمله شاخص‌های مهم و پرکاربرد می‌باشد. روابط (۲۵) تا (۲۸) نحوه محاسبه این شاخص‌ها را نشان می‌دهند [۳۳]. عبارت $\left|PF_{known}\right|$ بیانگر تعداد جواب‌های پاراتو ارایه‌شده توسط الگوریتم است. همچنین متغیر e_i در رابطه (۲۷) یک متغیر باینری می‌باشد. به طوری که اگر جواب پارتو مربوط، یکی از جواب‌های واقع در جبهه پاراتو بهینه باشد مقدار صفر و در غیر این صورت مقدار ۱ را به خود می‌گیرد

$$ONVG = \left|PF_{known}\right| \quad (۲۵)$$

$$ONVGR \triangleq \frac{\left|PF_{known}\right|}{\left|PF_{true}\right|} \quad (۲۶)$$

$$ER = \frac{\sum_{i=1}^{\left|PF_{known}\right|} e_i}{\left|PF_{known}\right|} \quad (۲۷)$$

$$GD = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}}{\left|PF_{known}\right|} \quad (۲۸)$$

جدول ۸ نتایج حاصل از اجرای دو الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی و الگوریتم دقیق محدودیت جزیی را در دو مساله با ابعاد کوچک نشان می‌دهد. با توجه به نتایج، هر دو الگوریتم توانسته‌اند عملکرد یکسانی با الگوریتم دقیق داشته باشند. شکل ۹ نقاط نامغلوب شناسایی‌شده توسط سه الگوریتم را نشان می‌دهد.

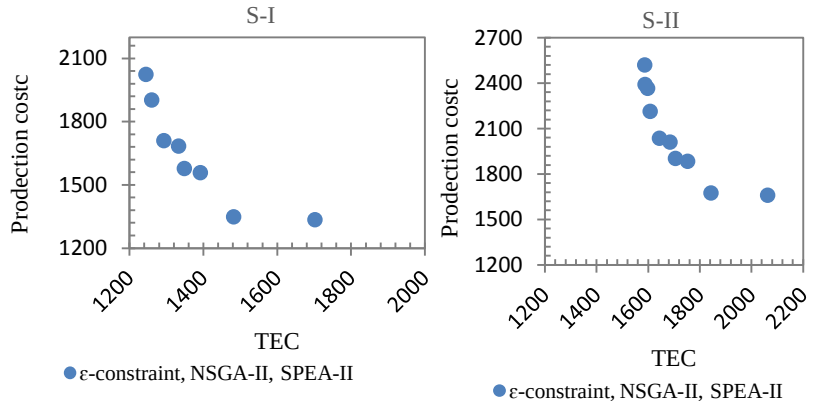
[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

جدول ۸. مقایسه شاخص‌های ارزیابی نتایج در ابعاد کوچک

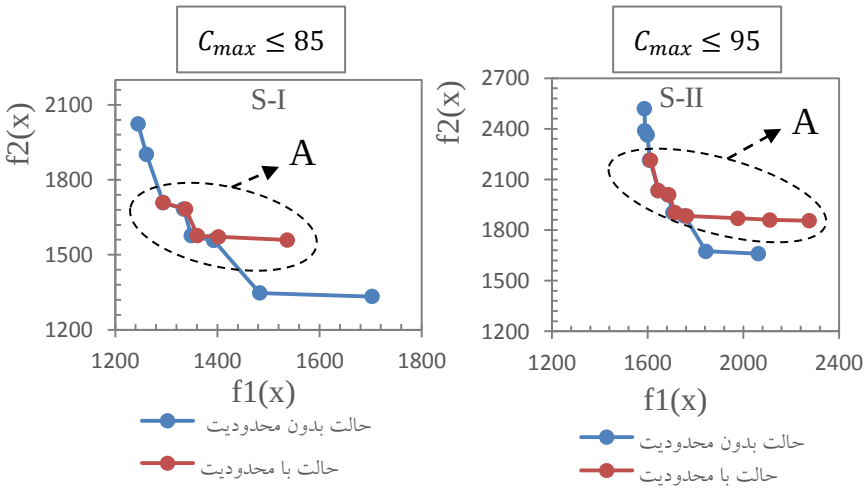
مساله	ONVG			ONVGR	
	ε-constraint-II	NSGA-II	SPEA -II	NSGA-II	SPEA –II
S-I	۸	۸	۸	۱	۱
S-II	۱۳	۱۳	۱۳	۱	۱

مساله	ER			GD		
	ε-constraint-II	NSGA-II	SPEA -II	ε-constraint -II	NSGA-II	SPEA –II
S-I	۰	۰	۰	۰	۰	۰
S-II	۰	۰	۰	۰	۰	۰



شکل ۹. نقاط نامغلوب شناسایی شده توسط سه الگوریتم در مساله S-I و S-II

در دنیای واقعی معمولا محدودیت زمانی جهت زمانبندی کارها در نظر گرفته می‌شود که این موضوع از تخصیص آزادانه کارها به ماشین‌ها جلوگیری می‌کند. همان طور که در شکل ۱۰ نشان داده شده است چنانچه متغیر C_{max} در مساله‌ی یک کوچک‌تر مساوی ۸۵ و در مسله‌ی دو کوچکتر مساوی ۹۵ در نظر گرفته شود از گستردگی جواب‌ها کاسته‌شده و جبهه‌ی پاراتو محدود به ناحیه‌ی A می‌شود.



شکل ۱۰. جواب‌های جبهه پاراتو در حالت محدودشدن متغیر C_{max}

در ابعاد بزرگ نیز شاخص‌های پرکاربردی وجود دارد که به مقدار پاراتو بهینه وابسته نمی‌باشد. از جمله این

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

شاخص‌ها می‌توان به شاخص متوسط فاصله از نقطه ایدال (MID)، شاخص فاصله (S) و شاخص گوناگونی (D) اشاره کرد [۳۴]. نحوه محاسبه این شاخص‌ها در روابط (۲۹) تا (۳۱) نشان داده شده است. الگوریتمی که شاخص MID آن کوچک‌تر باشد عملکرد بهتری داشته است. همچنین هر چه شاخص های S و D برای یک الگوریتم بزرگ‌تر باشد عملکرد آن بهتر می‌باشد.

$$MID = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\sum_{g=1}^{m} f_{ig}^{2}} \qquad (۲۹)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{|PF_{known}|-1}\times \sum_{i=1}^{|PF_{known}|}\left(d_i-\bar{d}\right)^{2}} \qquad (۳۰)$$

$$d_i = min_j\left(\left|f_1^i(x)-f_1^j(x)\right|+\left|f_2^i(x)-f_2^j(x)\right|\right)\ for\, i,j = 1,2,3,...,n \qquad (۳۱)$$

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^{|PF_{known}|} max\left(X_i - X_i^{'}\right)} \qquad (۳۲)$$

جدول ۹ نتایج اجرای الگوریتم‌های فراابتکاری را براساس شاخص‌های معرفی‌شده در ابعاد متوسط و بزرگ نشان می‌دهد. طبق نتایج، از نظر شاخص MID الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری در تمام مسایل داشته است. از نظر شاخص‌های S و D الگوریتم SPEA-II در ابعاد متوسط و الگوریتم NSGA-II در ابعاد بزرگ عملکرد بهتری داشتند. شکل‌های ۱۱ و ۱۲ جواب‌های جبهه‌ی پاراتو را در ابعاد متوسط و بزرگ نشان می‌دهد. نتایج این شکل نیز حاکی از برتری الگوریتم NSGA-II می‌باشد.

جدول ۹. مقایسه نتایج در ابعاد متوسط و بزرگ

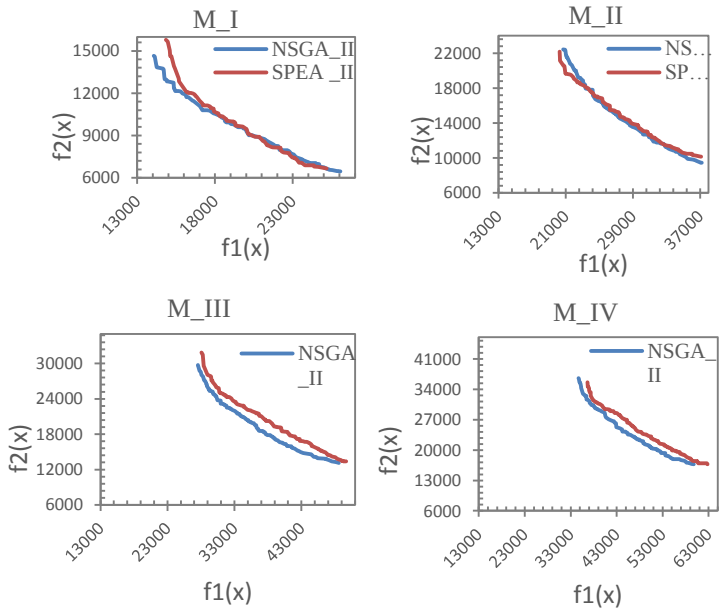
ابعاد	مساله	ONVG		MID	
		NSGA-II	SPEA-II	NSGA-II	SPEA –II
متوسط	M-I	۹۴	۱۰۰	۱۴۶۱۱/۵	۲۱۷۶۲/۹
	M-II	۱۲۹	۱۳۰	۳۲۰۹۵/۳	۳۲۱۵۷/۱
	M-III	۱۴۷	۱۵۰	۴۱۴۶۸/۸	۴۲۴۲۱
	M-IV	۱۷۰	۱۷۰	۵۳۰۲۵/۶	۵۳۷۲۶/۷
بزرگ	L-I	۱۷۰	۱۶۵	۱۰۸۴۷۵/۸	۱۰۹۲۶۱/۷
	L-II	۱۹۰	۱۷۸	۱۶۳۷۹۸/۶	۱۶۳۹۰۸/۷
	L-III	۲۱۷	۲۱۴	۲۱۱۴۵۸/۱	۲۱۹۰۷۶/۱
	L-IV	۲۵۰	۲۳۹	۳۲۶۹۰۶/۹	۳۴۰۳۲۷

ابعاد	مساله	S		D	
		NSGA-II	SPEA-II	NSGA-II	SPEA -II
متوسط	M-I	۱۴۳/۷	۱۶۷/۳	۲۲۵/۱	۲۲۷/۴
	M-II	۱۷۱/۸	۲۵۱/۲	۲۷۶/۸	۲۸۰
	M-III	۱۵۳/۸	۱۸۷/۸	۳۱۴/۸	۳۱۷/۶
	M-IV	۱۵۸/۴	۱۷۲/۷	۳۵۴/۱	۳۵۳/۹

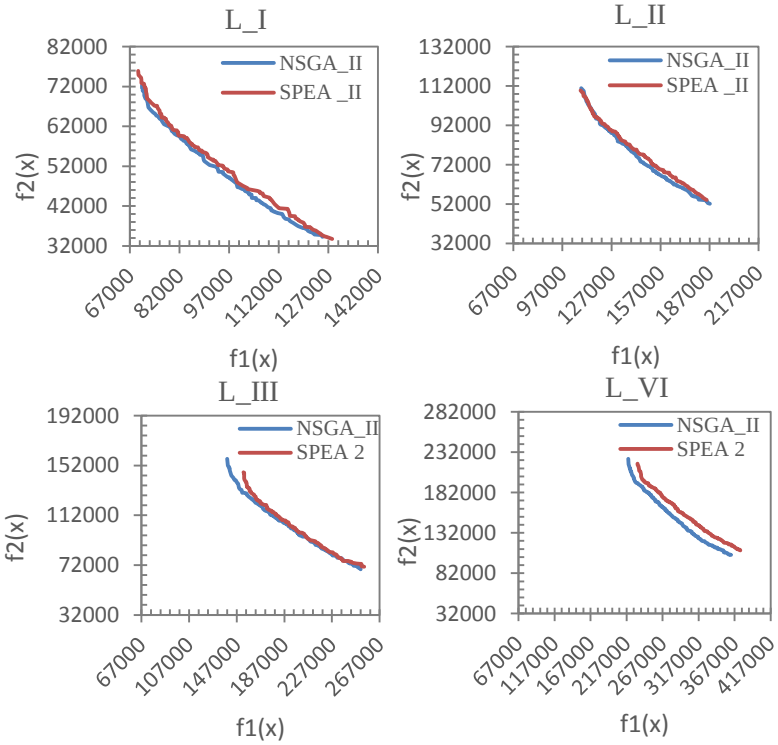
[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

بزرگ	L-I	۳۹۲/۵	۳۷۴/۵	۵۰۵/۲	۵۰۴/۳
	L-II	۵۰۶/۲	۴۷۸/۵	۶۲۵/۸	۶۱۰/۵
	L-III	۷۰۲/۳	۴۵۱/۶	۷۰۱/۸	۶۹۱/۷
	L-IV	۷۱۷/۵	۵۳۶/۷	۸۳۰/۲	۸۱۷/۱



شکل ۱۱. جواب‌های جبهه‌ی پاراتو برای مسایل متوسط



شکل ۱۲. جواب‌های جبهه‌ی پاراتو برای مسایل با ابعاد بزرگ

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

۸ بحث و نتیجه‌گیری

مسایل زمانبندی ازجمله فعالیت‌های کف کارگاهی محسوب می‌شود که بهینه‌سازی آن تاثیر زیادی بر کارایی منابع تولیدی دارد. اگرچه بهینه‌سازی این مسایل اغلب با توابع هدف اقتصادی ازقبیل کاهش زمان کل تولید و حداقل کردن زمان بیکاری ماشین‌ها صورت می‌گیرد؛ اما رشد فزاینده اهمیت مسایل زیست محیطی موجب‌شده تا معیارهایی نظیر کاهش آلایندگی و کاهش مصرف انرژی نیز در حل این مسایل مورد توجه محققین قرار گیرد که در ادبیات تحقیق تحت عنوان زمانبندی سبز شناخته می‌شود. در میان انواع مختلف مسایل زمانبندی، مساله زمانبندی جریان کارگاهی منعطف به خاطر کاربرد زیاد در صنایع تولیدی از دیرباز مورد توجه بیشتر محققین این حوزه بوده است. در همین راستا، مطالعه حاضر به بررسی مساله زمانبندی سبز در یک سیستم جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر پرداخت که در آن تعدادی ماشین موازی غیرمرتبط با سطح تکنولوژی متفاوت در مرحله اول قرار داشته و در مراحل بعد یک ماشین برای هر مرحله وجود دارد. برخی از ماشین‌های موازی در مرحله اول قابلیت انجام چند پردازش را داشته و لذا کارهایی که با این ماشین‌ها پردازش می‌شوند نیازی به پردازش در برخی مراحل بعد ندارند. این حالت که در صنایع تولیدی مختلفی کاربرد دارد برای اولین بار در این مقاله تحت عنوان "*مراحل پردازش وابسته به ماشین*" مورد مطالعه قرار گرفت.

باتوجه به افزایش سرعت نوآوری و پیشرفت در تکنولوژی‌های تولیدی، مساله زمانبندی در محیط جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با مراحل پردازش وابسته به ماشین در صنایع تولیدی جدید کاربرد زیادی دارد. با این حال بررسی ادبیات تحقیق در این رابطه بیانگر آن است که این موضوع کمتر مورد توجه محققین بوده و لذا این مساله با لحاظ ویژگی‌های کاربردی مهم از قبیل زمان ترخیص کارها، زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی، و محدودیت مصرف انرژی در این مطالعه طرح و مورد بررسی قرار گرفت.

در این راستا، ابتدا مساله فوق تشریح و پس از تعریف پارامترها و متغیرهای تصمیم مساله، مدل ریاضی آن جهت درک کامل‌تر مساله و حل مسایل کوچک با جواب بهینه ارایه شد. با توجه به اینکه مساله فوق جزء مسایل NP-hard محسوب می‌گردد، یک رویکرد حل تقریبی مبتنی بر رویکرد مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) نیز برای حل این مساله در ابعاد بزرگ معرفی‌شده است. مساله مورد بررسی با داده‌های مختلف که برگرفته از یک مطالعه موردی واقعی در صنعت تولید فنر و لوله می‌باشد با استفاده از الگوریتم پیشنهادی حل و نتایج آن مورد تحلیل قرار گرفت. بهینگی جبهه پاراتو حاصل از الگوریتم پیشنهادی با جبهه پاراتو بهینه به‌دست آمده از حل آن با تکنیک حل دقیق محدودیت اپسیلون مورد مقایسه قرار گرفت. این ارزیابی نشان داد که الگوریتم پیشنهادی به تمام نقاط شناسایی شده بر روی جبهه پاراتو بهینه دست‌یافته است.

به منظور اطمینان از حفظ کارایی الگوریتم در حل مسایل با ابعاد بزرگ، نتایج به‌دست آمده در قالب شاخص‌های ارزیابی بهینه‌سازی چندهدفه با نتایج حاصل از SPEA 2 به عنوان یکی دیگر از روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه شناخته شده مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج این ارزیابی مبتنی بر شاخص ONVG، MID، S و D نشان‌دهنده برتری الگوریتم پیشنهادی و توفیق آن در حل مسایل بزرگ با حفظ کارایی مناسب بود.

مساله مورد مطالعه در این مقاله با دو تابع هدف هزینه تولید و مصرف انرژی مورد بررسی قرار گرفت،

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

درحالی‌که زمان تکمیل کارها نیز در مواقع زیادی اهمیت داشته و حتی دارای محدودیت می‌باشد. لذا در راستای تکمیل تحلیل نتایج با لحاظ زمان تکمیل کارها، این مساله در دو حالت آزاد بودن زمان تکمیل کارها و اعمال محدودیت بر روی آن حل و نتایج حاصل مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج این تحلیل بیانگر صحت عملکرد رویکرد پیشنهادی در حل مساله با لحاظ محدودیت‌های عملیاتی ازجمله زمان تکمیل کارها بود.

به عنوان تحقیقات آتی می‌توان این مساله را با درنظر گرفتن توابع هدف مهم دیگر از قبیل جریمه انحراف از موعد تحویل و یا زمان تکمیل کارها بررسی و حل کرد. مواردی همچون اضافه کردن محدودیت انبار میانی و ثابت بودن زمان تحویل برخی کارها نیز می‌تواند موضوع تحقیقات آتی باشد.

منابع

[1] A. Hasani, S.M.H. Hosseini, S.S. Sana, (2022). Scheduling in a flexible flow shop with unrelated parallel machines and machine-dependent process stages: Trade-off between Makespan and production costs, Sustain. Anal. Model. 2. 100010.

[2] Ebrahim Asadi Gangraj ،Nasim Nahavandi, (2016). Developing a Lagrangian Relaxation Method for Flexible Flowshop Scheduling Problem, J. Ind. Eng. Res. Prod. Syst. 3. 121–131.

[3] Q.-K. Pan, Y. Dong, (2014). An improved migrating birds optimisation for a hybrid flowshop scheduling with total flowtime minimisation, Inf. Sci. (Ny). 277. 643–655.

[4] X. Wu, Y. Sun, (2018). A green scheduling algorithm for flexible job shop with energy-saving measures, J. Clean. Prod. 172. 3249–3264.

[5] C. Shiyi, (2009). Engine or drag: Can high energy consumption and CO2 emission drive the sustainable development of Chinese industry?, Front. Econ. China. 4. 548–571.

[6] J. Behnamian, M. Zandieh, (2011). A discrete colonial competitive algorithm for hybrid flowshop scheduling to minimize earliness and quadratic tardiness penalties, Expert Syst. Appl. 38. 14490–14498.

[7] V. Yaurima, L. Burtseva, (2009). A. Tchernykh, Hybrid flowshop with unrelated machines, sequence-dependent setup time, availability constraints and limited buffers, Comput. Ind. Eng. 56. 1452–1463.

[8] W. Li, A. Zein, S. Kara, C. Herrmann, (2011) An investigation into fixed energy consumption of machine tools, in: Glocalized Solut. Sustain. Manuf., Springer, 2011: pp. 268–273.

[9] A. Hasani, S.M.H. Hosseini, (2020). A bi-objective flexible flow shop scheduling problem with machine-dependent processing stages: Trade-off between production costs and energy consumption, Appl. Math. Comput. 386. in press. https://doi.org/10.1016/j.amc.2020.125533.

[10] J.N.D. Gupta, E.A. Tunc, (1998). Minimizing tardy jobs in a two-stage hybrid flowshop, Int. J. Prod. Res. 36. 2397–2417.

[11] C.-Y. Liu, S.-C. Chang, (2000). Scheduling flexible flow shops with sequence-dependent setup effects, IEEE Trans. Robot. Autom. 16. 408–419.

[12] T.H. Tran, K.M. Ng, (2011). A water-flow algorithm for flexible flow shop scheduling with intermediate buffers, J. Sched. 14. 483–500.

[13] A. Mollaei, M. Mohammadi, B. Naderi, (2019). A bi-objective MILP model for blocking hybrid flexible flow shop scheduling problem: robust possibilistic programming approach, Int. J. Manag. Sci. Eng. Manag. 14. 137–146.

[14] F.R. abyaneh Saiedeh Gholami, (2016). Efficient Algorithms for Solving Flexible Flow shop Scheduling Problem with Unrelated Parallel Machines and Sequence-dependent Setup Times Considering Earliness/Tardiness Minimization, Prod. Oper. Manag. 7. 65–82. (In Persian)

[15] T.S. Lee, Y.T. Loong, (2019). A review of scheduling problem and resolution methods in flexible flow shop, Int. J. Ind. Eng. Comput. 10. 67–88. https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2018.4.001.

[16] D. Li, X. Meng, Q. Liang, J. Zhao, (2015). A heuristic-search genetic algorithm for multi-stage hybrid flow shop scheduling with single processing machines and batch processing machines, J. Intell. Manuf. 26. 873–890.

[17] O. Shahvari, R. Logendran, (2017). An enhanced tabu search algorithm to minimize a bi-criteria objective in batching and scheduling problems on unrelated-parallel machines with desired lower bounds on batch sizes, Comput. Oper. Res. 77. 154–176.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]

[18] M. Ebrahimi, S.M.T.F. Ghomi, B. Karimi, (2014). Hybrid flow shop scheduling with sequence dependent family setup time and uncertain due dates, Appl. Math. Model. 38. 2490–2504.
[19] E.A. Garavito-Hernández, E. Peña-Tibaduiza, L.E. Perez-Figueredo, E. Moratto-Chimenty, (2019). A meta-heuristic based on the Imperialist Competitive Algorithm (ICA) for solving Hybrid Flow Shop (HFS) scheduling problem with unrelated parallel machines, J. Ind. Prod. Eng. 1–9.
[20] M. Beheshtinia, M. Hassani Bidgoli, (2017). Scheduling in Flexible Jobshop Environment Considering Assembling and Sequence Dependent Processing Times, J. Oper. Res. Its Appl. (Applied Math. Lahijan Azad Univ. 13. 21–37. (In Persian)
[21] P. Liang, H. Yang, G. Liu, J. Guo, (2015). An ant optimization model for unrelated parallel machine scheduling with energy consumption and total tardiness, Math. Probl. Eng. 2015.
[22] A.A.G. Bruzzone, D. Anghinolfi, M. Paolucci, F. Tonelli, (2012). Energy-aware scheduling for improving manufacturing process sustainability: A mathematical model for flexible flow shops, CIRP Ann. 61. 459–462.
[23] M. Dai, D. Tang, A. Giret, M.A. Salido, W.D. Li, (2013). Energy-efficient scheduling for a flexible flow shop using an improved genetic-simulated annealing algorithm, Robot. Comput. Integr. Manuf. 29. 418–429.
[24] C. Li, X. Chen, Y. Tang, L. Li, (2017). Selection of optimum parameters in multi-pass face milling for maximum energy efficiency and minimum production cost, J. Clean. Prod. 140. 1805–1818.
[25] L. Meng, C. Zhang, X. Shao, Y. Ren, C. Ren, (2019). Mathematical modelling and optimisation of energy-conscious hybrid flow shop scheduling problem with unrelated parallel machines, Int. J. Prod. Res. 57. 1119–1145.
[26] S. Wang, X. Wang, F. Chu, J. Yu, (2019). An energy-efficient two-stage hybrid flow shop scheduling problem in a glass production, Int. J. Prod. Res. 1–32.
[27] G. Gong, R. Chiong, Q. Deng, W. Han, L. Zhang, W. Lin, K. Li, (2020). Energy-efficient flexible flow shop scheduling with worker flexibility, Expert Syst. Appl. 141. 112902.
[28] S. Schulz, U. Buscher, L. Shen, (2020). Multi-objective hybrid flow shop scheduling with variable discrete production speed levels and time-of-use energy prices, J. Bus. Econ. 1–29.
[29] P. Samouei, P. Fattahi, (2017). An Analytical and comparative approach for using Metaheuristic algorithms for job shop scheduling problems, J. Oper. Res. Its Appl. (Appl. Math.) - Lahijan Azad Univ. 14 (2017) 63–76. https://jamlu.liau.ac.ir/article-1-854-en.html (accessed December 13, 2022). (In Persian)
[30] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap, T. Meyarivan, (2000) A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II, in: Int. Conf. Parallel Probl. Solving from Nat., Springer, 2000: pp. 849–858.
[31] E. Zitzler, M. Laumanns, L. Thiele, (2001). SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm, TIK-Report. 103.
[32] M. Fasihi, S. E. Najafi, R. Tavakkoli-Moghaddam, M. Hahiaghaei-Keshteli, (2021). Combined Method of the Taguchi Approach and DEA for Setting Parameters and Operators of Metaheuristic Algorithms - Genetic Algorithm to Solve the Reentrant Permutation Flow Shop Problem, J. Oper. Res. Its Appl. (Appl. Math.) - Lahijan Azad Univ. 18. 107–124. (In Persian)
[33] Seyed Mohammad Hassan Hosseini, Milad Kolagar Daronkola Hossein Amoozad, (2019). Multi-cycle and multi-product Integrated and two objectives model for Production Planning and maintenance considering storage capacity limitations and minimizing the work force changes approach, Adv. Industerial Eng. 52. 547–559.
[34] P. Fattahi, S.M.H. HOSSEINI, F. Jolai, S.A. SAFI, (2014). Multi-objective scheduling problem in a three-stage production system, International Journal of Industtrial Engineering Prod. Research 25. 1–12.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-28]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.25]