مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال نهم، شماره سوم (پیاپی ۳۴)، پاییز ۹۱، ص ص ۴۷-۳۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

حل مساله واگذاری با رویکرد کارایی

رامین باقری*[۱]، شهزاد رادکانی[۲]، ایلناز سادات شریفی عقیلی[۳]، رامتین باقری[۴]

۱- مربی، عضو هئیت علمی موسسه غیرانتفاعی شرق گلستان، گروه مدیریت بازرگانی

۲- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی صنعتی شاهرود

۳- دانشجوی دکتری ریاضی پردیس بین‌الملل فردوسی مشهد

۴- دانشجوی کارشناسی ارشد، پیام نور مرکز شهر ری، گروه مدیریت بازرگانی

رسید مقاله: ۲۷ اردیبهشت ۱۳۹۱

پذیرش مقاله: ۸ شهریور ۱۳۹۱

چکیده

در مدل‌های موجود برای حل مساله واگذاری (تخصیص) معمولاً یک یا چند هزینه متجانس برای هر واگذاری با مقادیر قطعی و دقیق در نظر گرفته شده است. این در حالی است که در بسیاری از مسایل واگذاری، بیش از یک نوع هزینه دخیل است که امکان دارد این هزینه‌ها همه از یک جنس نباشند. از طرفی پس از هر سرمایه‌گذاری و هزینه، مدیر یا تصمیم‌گیرنده انتظار سود و منفعتی متناسب با هزینه و اهداف خود را دارد که این انتظار در مدل‌های واگذاری لحاظ نشده است و فقط بُعد هزینه و سرمایه‌گذاری آن دیده شده است. در این مقاله برای برطرف کردن ایرادهای وارده بر تخصیص بر مبنای مدل‌های مرسوم واگذاری، از مدل تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر استفاده کرده‌ایم. در این مقاله ادبیات مساله واگذاری را در مدل تحلیل پوششی داده‌های آینده نگر وارد کرده و این مدل را با دیدگاه تخصیص معرفی نموده‌ایم.

کلمات کلیدی: مساله واگذاری، تحلیل پوششی داده‌ها، تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر.

۱ مقدمه

در متون علمی، مقالات زیادی در مورد تخصیص منابع دیده می‌شود. فرمول تخصیص منعکس‌کننده مجموعه‌ای از ارزش‌های ذهنی است. خروجی آن‌ها مجموعه هدف مورد نظر از داده‌ها نیست، بلکه نتیجه‌ای از ارزش‌های ذهنی در دست اقدام در ورودی است [۱]. کورهونن و همکاران [۲] یک روش چند هدفی عمومی را برای تخصیص منابع پیشنهاد دادند با این فرض که یک واحد مرکزی هم‌زمان تمام واحدها را کنترل می‌کند، این روش به صورت برنامه‌ریزی خطی چند هدفه فرموله شده است، با استفاده از برنامه‌ریزی خطی چند هدفه تصمیم‌گیرنده می‌تواند با بهره‌گیری از ماکسیمم کردن مقدار چندین تابع هدف به صورت هم‌زمان بهترین

* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: raminbagheri2010@gmail.com

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

تخصیص منابع را انتخاب کند. لوزانو و همکاران [۳] دو مدل تحلیل پوششی داده‌های شعاعی و غیرشعاعی که در آن تصمیم‌گیرنده به طور هم‌زمان هم به مینیمم کردن کل ورودی مصرفی و یا ماکسیمم کردن کل خروجی توسط تمام واحدها توجه دارد و هم به ماکسیمم کردن کارایی تک تک واحدها، ارایه کردند. آسمیلد و همکاران [۴] به مقاله فوق‌الذکر ارایه شده توسط لوزانو و همکارانش توجه کردند و پیشنهاد دادند که روش ایشان به گونه‌ای اصلاح شود که تنها اصلاح در تخصیص منابع واحدهای ناکارا انجام گیرد. آن‌ها هم‌چنین فرایندی را توصیه کردند که می‌توانست به منظور تولید جواب‌های بهینه دگرین مورد استفاده قرار گیرد. این مطلب تصمیم‌گیرنده‌ها را قادر می‌سازد که از بین استراتژی‌های مختلف جستجو انجام داده و مناسب‌ترین را انتخاب کنند. موضوع دیگری که در تخصیص منابع دیده می‌شود بحث تخصیص منصفانه منابع است، در این زمینه تصمیم‌گیرنده تمایل دارد که منابع و یا هزینه ثابتی را بین واحدهای تحت اختیار خود به طریقی منصفانه تخصیص دهد. کوک و کرس [۵] یک روش تحلیل پوششی داده‌ها برای تخصیص منصفانه هزینه‌های ثابت ارایه دادند. روش آن‌ها به دلایل برخی مشکلات محاسباتی نمی‌تواند به طور مستقیم برای تخصیص هزینه بین واحدها به کار رود. کوک و ژو[۶] روش کرس و کوک را توسعه دادند و یک روش عملی برای مساله تخصیص منابع یافتند. جهانشاهلو و همکاران [۷] یک روش ارایه دادند که بدون حل هیچ گونه مساله برنامه‌ریزی‌ای و تنها با یک محاسبه ساده جوابی برای مساله تخصیص ارایه می‌داد. اخیراً چن و همکاران [۸] به یک مساله واگذاری با در نظر گرفتن ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه پرداختند، ایشان از کارایی نسبی هر تخصیص نسبت به تخصیص دیگر به جای سود یا هزینه هر تخصیص استفاده کردند.

سازماندهی این مقاله چنین است: در قسمت اول به معرفی مساله واگذاری (تخصیص) پرداخته‌ایم و در قسمت بعدی تحلیل پوششی داده‌ها و به طور خاص مدل تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر را بیان کرده‌ایم. در قسمت سوم که قسمت اصلی این مقاله محسوب می‌گردد، مساله واگذاری را با رویکرد کارایی آورده‌ایم و در انتها برای بیان بهتر قسمت سوم مثالی عددی مطرح کرده و به حل آن پرداختیم.

۲ مساله واگذاری (تخصیص)

مساله‌ی تخصیص که ۵۰ سال قبل برای حل شکل استاندارد آن الگوریتم چندجمله‌ای ارایه شد در طول این مدت یکی از پرکاربردترین مسایل در زمینه تحقیق در عملیات بوده است. مساله واگذاری یکی از حالات خاص مساله حمل و نقل در تحقیق در عملیات است. در این مساله هر مبدأ تنها عرضه‌کننده یک کالا و هر مقصد فقط متقاضی یک کالا می‌باشد. به عبارت دیگر هدف این مساله تطبیق بهینه‌ی اجزای دو یا چند مجموعه است که در آن بُعد مساله نمایان‌گر تعداد مجموعه‌های اجزا است که باید منطبق شوند. در حالت دو بُعدی مساله، این دو مجموعه به فعالیت‌ها و خدمت‌دهنده‌ها تقسیم می‌شوند.

مساله‌ی تخصیص کلاسیک، یک مساله‌ی دو بُعدی برای جست‌وجوی تطابق یک به یک میان n خدمت‌دهنده و n فعالیت است، که در آن تابع هدف به صورت کمینه کردن مجموع هزینه‌ی تخصیص تعریف می‌شود. تخصیص کارمندان به شغل‌ها یا واگذاری پروژه‌ها به افراد با حداقل هزینه، نمونه‌هایی از مساله واگذاری است.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

یکی از روش‌های متعارف برای حل این نوع مسایل، روش مجارستانی است که اولین بار در سال ۱۹۹۵ توسط ریاضیدان مجارستانی به نام کوهن ارایه گردید. صورت‌های مختلفی برای مساله واگذاری مطرح شده است که از آن جمله می‌توان به مساله واگذاری تعمیم یافته، مساله تخصیص کانال، مساله واگذاری تصادفی، مساله واگذاری درجه دوم و غیره اشاره کرد. در اکثر روش‌های حل این نوع مسایل، برای هر واگذاری تنها یک هزینه در نظر گرفته شده است.

مدل ریاضی مساله کلاسیک تخصیص به صورت زیر می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&s.t. \\
&\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = 1 \qquad \forall j, \qquad (1)\\
&\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1 \qquad \forall i, \\
&x_{ij} \in \{0,1\}.
\end{aligned}
$$

که در آن $x_{ij} = 1$ است، اگر خدمت‌دهنده‌ی i به فعالیت j تخصیص پیدا کند و در غیر این صورت $x_{ij} = 0$ است.

هم‌چنین مقدار C_{ij} برابر با هزینه‌ی تخصیص خدمت‌دهنده‌ی i به فعالیت j است. مجموعه‌ی اول محدودیت‌ها تضمین می‌کند که هریک از فعالیت‌ها دقیقاً به یک نفر تخصیص پیدا می‌کند و مجموعه دوم محدودیت‌ها نیز موجب می‌شود که هر یک از تمامی خدمت‌دهنده‌ها دقیقاً به یک فعالیت مختص شوند [۹].

۳ تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یکی از ابزارهای قدرتمند مدیریتی است. تحلیل پوششی داده‌ها با روش قدرتمندی که در دست دارد، قادر است مدیریت را در جهت نیل به اهداف عالی سازمان و در جهت استفاده بهینه از منابع و تخصیص آن‌ها و در نهایت سودآوری بیشتر، یاری رساند. این روش، ابزاری در اختیار مدیران قرار می‌دهد تا بتوانند به وسیله آن عملکرد شرکت خود را در قبال سایر رقبا محک زنند و بر اساس نتایج آن برای آینده‌ای بهتر تصمیم‌گیری کنند. تاریخچه‌ی روش تحلیل پوششی داده‌ها به موضوع رساله‌ی رودز به راهنمایی پروفسور کوپر برمی‌گردد که عملکرد مدارس دولتی آمریکا را مورد ارزیابی قرار داد. این مقاله منجر به چاپ اولین مقاله درباره معرفی عمومی تحلیل پوششی داده‌ها در سال ۱۹۷۸ میلادی گردید. در این مقاله سه متخصص تحقیق در عملیات از طریق برنامه‌ریزی ریاضی، اندازه‌گیری کارایی را معرفی کردند. روش تحلیل پوششی داده‌ها با جامعیت بخشیدن به روش فارل به گونه‌ای که خاصیت فرایند تولید با چند عامل تولید (ورودی) و چند محصول

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

(خروجی) را در برگیرد به ادبیات اقتصادی اضافه گردید. در مسایل جهان واقعی واحدهای تصمیم‌گیری هر کدام چندین ورودی را برای تولید چندین خروجی مصرف می‌کنند. در این حالت کارایی به صورت نسبت مجموع وزین خروجی‌ها بر مجموع وزین ورودی‌ها تعریف می‌شود. برای استفاده از این تعریف لازم است که مجموعه‌ای از وزن‌ها مشخص شود. در عمل، تعیین چنین مجموعه‌ای از وزن‌ها کاری بس دشوار است. برای تعیین چنین مجموعه‌ای از وزن‌ها، روش تحلیل پوششی داده‌ها مطرح شد. اولین مدلی که در تحلیل پوششی داده‌ها ارایه شد مدلی بود که توسط چارنز و همکاران [۱۰] مطرح گردید و به مدل CCR معروف است. فرض کنیم n واحد تصمیم‌گیری برای ارزیابی وجود داشته باشد و هر واحد تصمیم‌گیری m ورودی نامنفی x_i ، i=۱، ۲،....، m را برای تولید s خروجی نامنفی y_r ، r=۱، ۲،....، s مصرف می‌کنند. مدل CCR برای ارزیابی واحد تصمیم‌گیری pام با ورودی x_{ip} ، i=۱، ۲،....، m و خروجی y_{rp} ، r =۱، ۲،....، s به صورت زیر می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad W = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} \\
&s.t. \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} = 1, \qquad (2) \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0, \qquad \forall j = 1,2,...,n, \\
&u_r, v_j \ge \varepsilon,
\end{aligned}
$$

که در آن ε یک عدد غیر ارشمیدسی بسیار کوچک و v_i ، i=۱، ۲،....، m و u_r ، r =۱، ۲،....، s به ترتیب وزن‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها است و w^* مقدار بهین مساله، میزان کارایی واحد pام را نشان می‌دهد. اگر w^* برابر یک باشد، آن‌گاه واحد تحت ارزیابی کارا نامیده می‌شود و در غیر این صورت ناکارا است [۱۱].

۳-۱ تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر

یکی از مهم‌ترین نواقص روش تحلیل پوششی داده‌های قطعی متکی بودن بر اطلاعات مربوط به دوره زمانی است، که واحدهای تحت بررسی در واقع این دوره زمانی را سپری کرده‌اند. بنابراین نتایجی که حل این مدل به عنوان راهکار به مدیریت ارایه می‌نماید بر اساس اطلاعات گذشته است، این در حالی است که با در نظر داشتن پویایی عوامل محیطی، تعمیم نتایج مربوط به اطلاعات گذشته جهت تصمیم‌گیری در دوره زمانی آینده نمی‌تواند نتیجه مطلوبی را ایجاد نماید. یکی از راه‌های برطرف‌سازی مشکل فوق ایجاد مدلی است که با در نظر داشتن احتمالات وقوع رویدادها و واردسازی مقادیر پیش‌بینی شده، امکان پیش‌بینی کارایی را فراهم سازد. بدین منظور می‌توان از مدل ریاضی بهره برد که در اصطلاح تحلیل پوششی داده‌های تصادفی (SDEA) نامیده می‌شود. حال از میان مدل‌های مختلف تحلیل پوششی داده‌های تصادفی به معرفی تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر می‌پردازیم.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

مدل تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر که به نوعی تلفیق مدل‌های چارنز، کوپر و رودز و مدل رضایت‌بخشی است، اولین بار در مقاله‌ای توسط سیویوشی اشاره گردید. در حالت کسری این مدل به دلیل قبول فرض تصادفی بودن متغییر خروجی، محدودیت‌ها نیز تصادفی می‌گردند. بنابراین حالت کسری مدل تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر بدین شرح ارایه می‌گردد:

$$Max \quad E\left(\sum_{r=1}^{s} u_r \hat{y}_{rp}\right)$$

$$s.t.$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} = 1, \qquad (3)$$

$$p_r\left[\frac{\sum_r u_r \hat{y}_{rj}}{\sum_i v_i x_{ij}} \le \beta_j\right] \ge 1-\alpha_j \qquad \forall j,$$

$$u_r, v_i \ge \varepsilon.$$

در مدل (۳) نماد p_r بیان‌کننده‌ی احتمال است و از طرفی در صورتی که علامت «^» در بالای نماد y_{rp} گذاشته شود، مشخص می‌گردد که $\hat{y}_{rp}$ یک متغییر تصادفی است. β_j نیز یک مقدار تجویزی از طیف مقادیر صفر تا یک است که بیان‌کننده‌ی سطح کارایی مورد انتظار واحد تصمیم‌گیرنده jام است. مقدار α_j به عنوان ریسک‌پذیری تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر ($1-\alpha_j$) بیان‌کننده‌ی احتمال رسیدن به سطح مطلوب β_j است.

پس از ساده کردن مدل (۳) مدل نهایی تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر به شکل زیر خواهد بود:

$$Max \quad \sum_{r=1}^{s} u_r \bar{y}_{rp}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} = 1, \qquad (4)$$

$$\beta_j \sum_i v_i x_{ij} - \sum_r u_r \bar{y}_{rj} \ge \left(\sum_r u_r b_{rj}\right) F^{-1}(1-\alpha_j) \qquad \forall j,$$

$$u_r, v_j \ge \varepsilon.$$

در مدل (۴) نماد $\bar{y}_{rp}$ بیان‌کننده‌ی ارزش مورد انتظار (میانگین) $\hat{y}_{rp}$ است و b_{rj} عبارت از، انحراف معیار آن می‌باشد.

F بیان‌کننده‌ی به کارگیری تابع توزیع تجمعی بر اساس توزیع نرمال و F^{-1} نشان‌دهنده تابع معکوس آن می‌باشد.

در این‌جا سه نوع برآورد را به یک ارزش مورد انتظار و نیز واریانس مورد انتظار خروجی تبدیل می‌کنیم.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

ارزش مورد انتظار خروجی‌ها در این روش به شرح زیر است:

$$\bar{y}_{rj} = \frac{\left(OP_{rj} + ۴ML_{rj} + PE_{rj}\right)}{۶}$$

واریانس درونی $\hat{y}_{rp}$ نیز به صورت زیر است:

$$b_{rj}^{۲} = \frac{\left(OP_{rj} - PE_{rj}\right)}{۶}$$

که در آن ها

ML_{rj}: بیان‌کننده‌ی محتمل‌ترین تخمین از مقدار متغییر خروجی است.

OP_{rj}: بیان‌کننده‌ی تخمین خوش‌بینانه از مقدار متغییر خروجی است.

PE_{rj}: بیان‌کننده‌ی تخمین بدبینانه از مقدار متغییر خروجی است.

مزیت به کارگیری روش تحلیل پوششی داده‌های تصادفی نسبت به روش تحلیل پوششی داده‌ها این است که مدیریت می‌تواند با قبول ریسک متفاوت، کارایی واحدهای تحت سرپرستی خود را پیش‌بینی نماید و به این ترتیب، با در نظر داشتن وضعیت آینده واحدها جهت بهبود عملکرد واحدهای ناکارا اقدام کند. این در حالی است که با در نظر داشتن ماهیت تصادفی خروجی‌های واحدها و به علت اتکای روش تحلیل پوششی داده‌ها بر اطلاعات گذشته، مدیریت نمی‌تواند با تعمیم نتایج به دست آمده از روش‌های قبلی برای آینده واحدهای ناکارا برنامه‌ریزی نماید. با توجه به کارایی پیش‌بینی شده، مدیریت می‌تواند از طریق شناسایی واحدهای ناکارا، شناسایی واحدهای مرجع این واحد ناکارا و هدف‌گذاری برای واحدهای ناکارا در جهت افزایش کارایی این واحدها قبل از عملکرد واقعی آن‌ها برنامه‌ریزی نماید [۱۲و۱۳].

٤ مساله واگذاری با رویکرد کارایی

در مدل‌های معمولی مساله واگذاری تنها یک نوع هزینه در تخصیص لحاظ می‌گردد، در حالی که در بسیاری از مواقع با مسایلی مواجه می‌گردیم که هزینه‌های نامتجانس در تخصیص نقش ایفا می‌کنند. از طرفی در این مسایل سود ناشی از سرمایه‌گذاری و یا بر عهده گرفتن کار (انتظار مدیر از تخصیص) لحاظ نمی‌گردد. توجه به این دو نقص ما را بر آن داشت که ادبیات مساله واگذاری را برای مدل تحلیل پوششی داده‌های آینده‌نگر بیان کنیم. برای این منظور هزینه‌های تخصیص را به عنوان ورودی‌های مدل و میزان منفعت مورد انتظار مدیر از سرمایه‌گذاری را که ماهیتی احتمالی دارد به عنوان یک متغییر تصادفی با توزیع نرمال در نظر می‌گیریم. دلیل انتخاب این مدل از بین انبوه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها این می‌باشد که با توجه به آن که هنوز واگذاری انجام نشده است، تصمیم‌گیرنده باید براساس تجربیات گذشته؛ میزان منفعت خود را با یک میزان خطای قابل قبول در نظر گیرد و در مدل وارد گرداند.

فرض کنید می‌خواهیم مساله واگذاری را برای حالتی که n پیمان‌کار و m پروژه داریم مطرح کنیم. اندیس i ، i=۱،۲،....، m را برای پیمان‌کار و اندیس j ، j=۱،۲،....، n را برای پروژه‌ها در نظر می‌گیریم. برای

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

خروجی‌ها اندیس r و برای ورودی‌ها اندیس k را انتخاب می‌کنیم. اندیس p روی پیمان‌کارها تغییر می‌کند. در این مقاله هر واحد تصمیم‌گیری را یک جفت سرویس‌دهنده- سرویس در نظر می‌گیریم، برای انتخاب بهترین سرویس‌دهنده (پیمان‌کار) برای سرویس (پروژه) jام باید مدل را با ثابت فرض کردن داده‌های سرویس jام برای سرویس‌دهنده‌های مختلف حل کرد. برای سرویس jام با در نظر گرفتن زوج (i,j)، i=۱،۲،....، m به عنوان واحدهای تصمیم‌گیرنده به تعداد سرویس دهنده‌ها (اندازه‌ی i) مدل را حل کرده تا اندازه کارایی وقتی پروژه jام به هر یک از پیمان‌کارها تخصیص داده می‌شود محاسبه و از بین آن‌ها کاراترین واگذاری انتخاب شود. در واقع برای حل مساله با بُعد $n \times m$ ما برای هریک از m پروژه n بار مدل را حل می‌کنیم تا به انتخاب شایسته برسیم. پس در کل باید به تعداد nm بار مدل را حل کنیم.

مدل پیشنهادی وقتی که می‌خواهیم کارایی را برای زمانی که پیمان‌کار iام پروژه‌ی jام را انتخاب می‌کند محاسبه کنیم، به شکل زیر است:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \sum u_r \bar{y}_{rij} \\
&s.t. \\
&\qquad \sum_k v_k c_{kij} = ۱, \\
&\qquad \beta_{pj} \sum_k v_k c_{kpj} - \sum u_r \bar{y}_{rpj} \geq \left(\sum_r u_r b_{rpj} \right) F^{-۱}(۱-\alpha_{pj}) \qquad \forall p = ۱,...,n, \\
&\qquad u_r, v_k \geq \varepsilon.
\end{aligned}
$$

که در آن C_{kpj}؛ kامین هزینه تخصیص jامین پروژه به pامین پیمان‌کار می‌باشد.

با توجه به این نکته که هزینه‌های هر واحد را به عنوان ورودی و منفعت مورد انتظار را به عنوان خروجی مدل تحلیل پوششی داده‌ها در نظر گرفته‌ایم و با در نظر گرفتن ماهیت مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها که سعی در معرفی واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ای دارند که با کمترین ورودی بیشترین خروجی را ارایه می‌دهد، پس می‌توان گفت نتایج حاصل از حل این مدل‌ها اهداف ما را برای تخصیص بهینه کاملاً برآورده می‌سازد.

۵ مثال عددی

فرض کنید پنج پروژه $M_۱$، $M_۲$، $M_۳$، $M_۴$، $M_۵$، جهت اجرا به مناقصه گذاشته شده‌اند و پنج پیمان‌کار $P_۱$، $P_۲$، $P_۳$، $P_۴$، $P_۵$، در این مناقصه شرکت کرده‌اند. سیاست برگزارکنندگان مناقصه بدین صورت است که به هر پیمان‌کار تنها یک پروژه واگذار شود. برای هر واگذاری سه هزینه، k=۱، ۲، ۳ و یک خروجی را متناسب با نظر و اهداف مدیران در نظر می‌گیریم.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول ۱. هزینه‌های تخصیص

هزینه های تخصیص C_{kij}	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
P_1	۴	۲۳۲	۴۴	۱۴۵۸	۱۴۸
	۲	۳۲۱	۲۹	۲۳۵۷	۲۵۷
	۱۳	۱۲۵	۶۵	۳۲۹۸	۳۲۹
P_2	۳	۳۰۰	۳۰	۲۵۷۹	۲۵۹
	۲	۴۵۶	۲۰	۳۸۱۲	۳۱۲
	۱۵	۲۳۶	۴۵	۳۳۳۳	۳۳۳
P_3	۵	۴۰۰	۳۹	۳۵۳۲	۳۵۲
	۳	۷۴۱	۲۱	۲۹۰۰	۲۰۰
	۱۲	۷۴۵	۵۵	۲۸۵۷	۲۸۵
P_4	۴	۱۵۸	۳۳	۲۴۳۲	۲۴۲
	۲	۳۶۹	۲۵	۲۱۴۵	۲۴۵
	۱۸	۶۵۸	۶۰	۳۰۲۱	۳۰۲
P_5	۷	۲۷۵	۴۱	۳۰۰۰	۳۰۰
	۴	۲۵۸	۳۳	۲۹۰۰	۲۰۰
	۱۱	۷۸۵	۵۳	۳۲۹۸	۳۲۹

با توجه به تعریف واحدهای تصمیم‌گیری در این مقاله و با در نظر گرفتن ۵ پروژه و ۵ پیمان‌کار بنابراین در این مثال ۲۵ واحد تصمیم‌گیری داریم. کارایی مورد انتظار را برای همه واحدها یک در نظر می‌گیریم. میزان خطای مورد قبول در اندازه‌گیری کارایی را ۰/۰۵ در نظر گرفته و با توجه به اینکه متغییر تصادفی در این مدل دارای توزیع نرمال می باشد در مدل داریم F^{-1} (۰/۹۵) . مقدار ارزش مورد انتظار و انحراف معیار درونی خروجی‌ها با برآورد سه مقدار آورده شده در متن مقاله برای متغییر خروجی به شرح زیر می باشد:

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول ۲. ارزش مورد انتظار برای خروجی تخصیص

$\bar{y}_{rij}$	$M_۱$	$M_۲$	$M_۳$	$M_۴$	$M_۵$
$P_۱$	۱۷	۱۶	۱۲	۱۰	۲۰
$P_۲$	۱۱	۱۶	۱۸	۱۲	۸
$P_۳$	۱۸	۱۲	۱۱	۲۵	۱۰
$P_۴$	۱۰	۱۶	۱۲	۸	۱۱
$P_۵$	۱۹	۱۴	۱۳	۱۱	۱۲

جدول ۳. انحراف معیار درونی برای خروجی تخصیص

b_{rij}	$M_۱$	$M_۲$	$M_۳$	$M_۴$	$M_۵$
$P_۱$	۱	۰/۵	۱/۱	۰/۷	۰/۳
$P_۲$	۰/۷	۰/۷	۰/۲	۰/۸	۱/۳
$P_۳$	۰/۶	۰/۹	۲/۳	۰/۱	۱/۷
$P_۴$	۱/۴	۰/۱	۱/۷	۱	۰/۹
$P_۵$	۰/۲	۲/۶	۰/۹	۱/۱	۱/۵

مقادیری که اندیس‌های مدل (۵) در این مثال می‌پذیرند به شرح زیر می‌باشند:

r=۱، i= ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، j= ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، k=۱، ۲، ۳، p=۱، ۲، ۳، ۴، ۵

پس از حل ۲۵ مدل برنامه‌ریزی خطی (که هر مدل دارای ۹ محدودیت و ۴ متغییر می‌باشد و با در نظر گرفتن مقدار $۱۰^{-۵}$ برای پارامتر ε)، به کمک نرم‌افزار لیندو نتایج زیر حاصل گردید:

جدول ٤. درصد کارایی تخصیص(پیمانکار- پروژه)

درصد کارایی	$M_۱$	$M_۲$	$M_۳$	$M_۴$	$M_۵$
$P_۱$	٪۹۴	٪۹۷	٪۴۵	٪۹۴	٪۱۰۰
$P_۲$	٪۸۱	٪۷۳	٪۱۰۰	٪۴۴	٪۳۸
$P_۳$	٪۹۷	٪۳۶	٪۵۷	٪۱۰۰	٪۶۳
$P_۴$	٪۵۵	٪۱۰۰	٪۶۰	٪۳۷	٪۵۹
$P_۵$	٪۱۰۰	٪۸۵	٪۶۰	٪۵۱	٪۷۶

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول بالا نشان‌دهنده درصد کارایی هر یک از تخصیص‌های ممکن می‌باشد برای مثال واگذاری پروژه دوم M_2 به پیمانکار اول P_1، ۹۷٪ کارا است در حالی که واگذاری همین پروژه به پیمانکار سوم P_3، ۳۶٪ کارایی دارد. همچنین اولویت تخصیص پروژه پنجم به پیمانکاران از راست به چپ بدین شرح می‌باشد:

$$P_2 - P_4 - P_3 - P_5 - P_1.$$

با توجه به نتایج به دست آمده واگذاری‌های کارا بدین شرح می‌باشند. پروژه پنجم به پیمان‌کار اول، پروژه سوم به پیمان‌کار دوم، پروژه چهارم به پیمان‌کار سوم، پروژه دوم به پیمان‌کار چهارم و در نهایت پروژه اول به پیمان‌کار پنجم واگذار می‌گردد.

٦ نتیجه‌گیری

در مدل کلاسیک مساله تخصیص یک نوع هزینه‌ی تخصیص در نظر گرفته می‌شود ولی در مدل پیشنهادی در این مقاله برای مساله واگذاری علاوه بر لحاظ شدن چند نوع هزینهٔ نامتجانس، سود یا منفعت حاصل از تخصیص برای تصمیم گیرنده لحاظ گردیده است. همچنین تصمیم‌گیرنده می‌تواند پس از حل مدل برای تمام تخصیص‌های ممکن بر اساس نتایج حاصل، پیمانکارها را برای یک پروژه خاص رتبه‌بندی (اولویت‌بندی) کند. از طرفی چون برای تخصیص از یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شده همه مزیت‌ها و امکانات مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به مبحث تخصیص آورده شده است. نویسندگان مقاله مطالعه بر روی مدل‌های جدید تحلیل پوششی داده‌ها به منظور بیان مساله واگذاری به کمک این مدل‌ها، متناسب با نوع مساله را پیشنهاد می‌کنند؛ همچنین معتقدند تحقیق روی ترکیب مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها و مدل‌های تخصیص برای دستیابی به مدلی جامع و واقعی می‌تواند موضوع مناسبی برای مطالعات آینده باشد.

منابع

[1] Cross, R. L., (2011). Budget allocation formulas: magic or illusion?. The Bottom Line Managing Library Finances, 24 (1), 63-67.

[2] Korhonen, P., Syrjanen, M., (2004). Resource allocation based on efficiency analysis. Management Science, 50, 1134-1144.

[3] Lozano, S., Villa, G., (2004). Generalized resource allocation using Data Envelopment Analysis. Journal of Productivity Analysis, 22, 143-161.

[4] Asmild, M., Paradi, J. C., Pastor, J. T., (2009). Centralized resource allocation BBC model. Omega, 36, 549-564.

[5] Cook, W. D., Kress, V., (1999). Characterizing an equitable allocation of shared costs: a DEA approach. European journal of operational research, 119, 652-661.

[6] Cook, W. D., Zhu, J., (2005). Allocation of shared costs among decision making units: a DEA approach. Computers & Operations Research, 32, 2171-2178.

[7] Jahanshahloo, G. R., Hosseinzadeh Lotfi, F., Shoja, N., Sanei, M., (2004). An alternative approach for equitable allocation of shared costs by using DEA. Applied Mathematics and Computation, 153, 267-274.

[8] Chen, L. H., Lu, H. W., (2007). An extended assignment problem considering multiple inputs and outputs. Applied Mathematical Modeling, 31, 2239-2248.

[9] Klose, A., Drexl, A., (2005). Facility location models for distribution system design. European Journal of Operational Research, 162, 4-29.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[10] Xiong, X., Tian, J., Ruan, H., (2011). A DEA-model evaluation of the efficiency of peasant household credit investigation system in rural credit cooperatives. China Agricultural Economic Review, 3 (1), 51-66.
[11] Cooper, W., Seiford, M., Tone, K., (2007). Data Envelopment Analysis. Second Edition, Springer.
[12] Olesen, B., Petersen, C., (1995). Chance constrained efficiency evaluation. Management Science, 41, 442-457.
[13] Yoshi, S., (2000). Stochastic DEA for Restructure Strategy: an application to a Japan's petroleum company. Omega, 28, 385-398.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]