مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال نهم، شماره چهارم (پیاپی ۳۵)، زمستان ۹۱، ص ص ۱۰۶-۸۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

مسیریابی وسایل حمل و نقل چندهدفه با زمان سرویس احتمالی و تقاضای فازی تحت محدودیت‌های پنجره زمانی

صالح دهباری*[۱]، علیرضا پورروستا[۲]، مهدی نادری بنی[۳]،احسان قبادیان[۴]، رضا توکلی مقدم[۵]
۱، ۲، ۳و۴- دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب
۵- استاد گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

رسید مقاله: ۲۶ تیر ۱۳۹۱
پذیرش مقاله: ۱۳ آذر ۱۳۹۱

چکیده

حمل و نقل در سیستم‌های اقتصادی، تولیدی و خدماتی از جایگاه مهمی برخوردار است و بخش قابل توجهی از تولید ناخالص ملی (GNP) هر کشوری را به خود اختصاص می‌دهد. به همین جهت محققان نسبت به بهبود مسیرها و حذف سفرهای غیرضروری و یا ایجاد مسیرهای کوتاه جایگزین، اقدام نموده‌اند. از طرف دیگر توزیع فیزیکی محصولات یکی از کلیدی‌ترین فعالیت‌های شرکت‌های تولیدی می‌باشد، زیرا به طور متوسط بیش از ۲۰٪ قیمت تمام شده محصولات، صرف توزیع فیزیکی آن‌ها می‌شود. بهبود سیستم توزیع فیزیکی، علاوه بر کاهش هزینه، موجب ارتقاء بهره‌وری نیز خواهد شد. مساله مسیریابی وسایل نقلیه(VRP) در صدد بهینه کردن سیستم توزیع محصولات بوده به گونه‌ای که هزینه‌های توزیع و سایر اهداف مورد نظر سازمان بهینه گردد. در این مقاله مساله چندهدفه مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن تقاضای فازی مشتریان و محدودیت‌های پنجره زمانی بمنظور کمینه کردن هزینه و سوخت مصرفی حمل و نقل مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور حل راحت و سریع مدل ارایه شده هزینه‌ای بر مقدار تجاوز از پنجره زمانی برای هر وسیله نقلیه در تابع هدف اول در نظر گرفته شده است. به دلیل پیچیدگی مساله مسیریابی وسایل حمل و نقل از الگوریتم فرا ابتکاری چندهدفه رقابت استعماری جهت یافتن جواب‌های پارتو استفاده شده است و عملکرد آن در مقایسه با الگوریتم‌های شناخته شده NSGA-II و PAES نیز ثابت شده است.

کلمات کلیدی: مسیریابی وسایل نقلیه، تقاضای فازی، الگوریتم رقابت استعماری، بهینه‌سازی چندهدفه.

۱ مقدمه

توسعه روزافزون شهرنشینی، صنایع و به خصوص صنایع پشتیبانی، جابه‌جایی انسان و کالا را به صورت مساله‌ای درآورده است که پیچیدگی آن دایماً در حال افزایش می‌باشد. از سوی دیگر رشد شهری باعث افزایش تقاضا و افزایش شرکت‌های توزیع در صنعت حمل و نقل شده است. هر یک از توزیع کنندگان از یک طرف به دنبال کسب

* عهده دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: Dehbari@Gmail.com

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

حداکثر سود هستند و از طرف دیگر با مشکلاتی مانند تراکم ترافیک، آلودگی هوا، اتلاف وقت های طولانی در مسیر سفرهای روزانه افراد، افزایش مصرف سوخت و استهلاک وسایط نقلیه به منظور توزیع کالا و کسب نقدینگی مواجه هستند [۱].

مساله مسیریابی وسیله نقلیه از دو نگاه برای محققین حایز اهمیت است: اول آن که مساله مطرح شده مساله‌ای کاربردی است و توفیق در دستیابی به جواب‌های بهتر سبب صرفه‌جویی اقتصادی می‌گردد و دوم آن که حل مساله به خاطر NP-Hard بودن، مساله‌ای چالش برانگیز است. مساله مسیریابی وسایط نقلیه یک نام عمومی برای تمامی مسایلی است که در آن‌ها باید مجموعه‌ای از مسیرها برای جریانی از وسایط نقلیه که مستقر در یک یا چند دپو می‌باشند تعیین گردد تا مجموعه‌ای از مشتریان (گره‌ها) که در نقاط مختلف شهر (مجموعه) پراکنده شده‌اند خدمت دهند که این خدمت رسانی می‌تواند با ظرفیت محدود وسایط نقلیه همراه باشد [۲]. هدف از مساله مسیریابی وسایط نقلیه ارایه خدمت به مجموعه‌ای از مشتریان (گره‌ها) است که باید در حداقل زمان، هزینه و مسافت سفر صورت پذیرد. هم‌چنین در مساله مسیریابی وسایط نقلیه کلاسیک فرض بر این است که هرکدام از وسایط نقلیه از دپو شروع به حرکت می‌کنند و بایستی به همان دپو باز گردند [۳].

مساله مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی (VRPTW) [۴] مساله تعمیم یافته‌ای از مساله مسیریابی وسایل حمل و نقل با محدودیت ظرفیت (CVRP) است که در آن سرویس به هر مشتری باید در یک بازه زمانی معین (این بازه زمانی به پنجره زمانی معروف است) صورت گیرد. این مساله با توجه به اهمیت بالایی که به بحث زمان در حل مسایل می‌دهد در عمل از کاربرد بیشتری برخوردار بوده و لذا توجه بیشتری را در محافل علمی به خود اختصاص داده است. مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی با توجه به صورت گرفتن سرویس در یک بازه زمانی خاص پیچیدگی‌های زیادی داشته که در صورت اضافه شدن محدودیت طول مسیر و هزینه پنجره زمانی در عین پیچیدگی بسیار بالا به یک مبحث کاربردی در عمل بسیار نزدیک می‌گردد. از مثال‌های مشخص از VRPTW می‌توان به تقسیم پول نقد به شعب بانک‌ها، جمع‌آوری زباله‌ها و ضایعات صنعتی، تقسیم سوخت به جایگاهای پخش و سرویس مدارس، توزیع مواد و تجهیزات در شرایط بحران و غیره در عمل اشاره کرد.

در این پژوهش هدف یافتن مسیر بهینه برای هر وسیله حمل و نقل می‌باشد به گونه‌ای ۱) هزینه‌های حمل و نقل و هزینه تجاوز از پنجره زمانی و ۲) سوخت مصرفی ماشین آلات حمل‌ونقل به کمینه‌ترین مقدار برسد. به منظور هرچه نزدیکتر بودن مساله به واقعیت، زمان سفر در مسیرهای حمل و نقلی و هم‌چنین زمان خدمت‌دهی وسایل نقلیه به مشتریان نیز به صورت احتمالی در نظر گرفته شده‌اند. به علاوه، ماشین آلات حمل و نقل با محدودیت ظرفیت روبرو هستند.

در ادبیات موضوع مقالات متفاوتی در زمینه زمان احتمالی سفر در مساله مسیریابی وسایل نقلیه ارایه شده‌اند. لاپورته و همکاران [۵] از اولین نویسندگانی بودند که مساله VRP را با زمان احتمالی در نظر گرفتند. آن‌ها سه مدل متفاوت را بر پایه برنامه ریزی احتمالی ارایه دادند و از روش شاخه و کران برای حل آن‌ها استفاده کردند. در مطالعه‌ای دیگر زمان سفر از یک فرآیند احتمالی که ناشی از ازدحام ترافیک بود به دست می‌آید و در مساله VRP جای‌گذاری می‌شود [۶]. مطالعات دیگری نیز اخیراً در زمینه VRPTW و حالت زمان سفر احتمالی انجام شده است [۹-۷] که در تمامی آن‌ها برای زمان سفر از یک توزیع خاص استفاده شده است و در نهایت مدل ارایه شده توسط الگوریتم‌های

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

فراابتکاری حل شده‌اند.

در مطالعه‌ای دیگر، تاس و همکاران [۱۰] مساله مسیریابی وسایل نقلیه با زمان سفر احتمالی و پنجره زمانی نرم با هدف کمینه‌کردن هزینه‌های حمل و نقل و هزینه‌های خدمات به مشتریان را مورد مطالعه قرار دادند. ژانگ و همکاران [۱۱] مساله VRPTW با زمان احتمالی سفر و امکان تحویل و برداشت همزمان را در نظر گرفتند. آن‌ها هم‌چنین مساله مورد نظر را در اندازه‌های بالا توسط روش جستجوی پراکنده حل کردند.

خی [۱۱] در پایان نامه دکتری خویش به بررسی و ارایه چندین مدل VRP و با زمان احتمالی سفر پرداخته است. شاو و همکاران [۱۲] نیز مساله VRP با زمان احتمالی سفر را با ارایه سطح سرویس احتمالی فرمولبندی کره و برای حل مدل در اندازه های بالا از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات استفاده کردند.

ازی و همکاران [۱۳] مساله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره زمانی را مدنظر قرار دادند و یک الگوریتم که براساس جستجوی محلی و تعویض k تایی عمل می نماید را برای حل آن ارایه کردند. در ادامه تنجیاه و همکاران [۱۴] برای مساله VRPTW در حالت محدود بودن طول مدت سفر از الگوریتم ژنتیک کمک گرفتند. این الگوریتم از دو قسمت تشکیل شده بود؛ قسمت اول مربوط به تخصیص مشتری‌ها به وسایل نقلیه بود که از الگوریتم ژنتیک بهره‌گیری شده بود و در قسمت دوم از یک روش بهینه‌سازی محلی مسیرها استفاده شده بود. مین و همکاران [۱۱] یک الگوریتم دقیق برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره زمانی براساس پوشش مجموعه و ایجاد ستون، کوتاهترین مسیر و برنامه‌ریزی پویا ارایه کردند. تنجیاه و همکاران [۱۶] یک الگوریتم ابتکاری بر اساس جستجوی ممنوع برای حل VRPTW ارایه کردند. جستجوی ممنوع بر پایه جستجوهای محلی خاص است که همیشه قابل قبول بودن جواب‌ها را حفظ می‌نماید.

بر اساس دانش ما، تا به حال تحقیقات معدودی در زمینه مساله مسیریابی فازی انجام گرفته است، و به دلیل ارتباط کاربرد برنامه‌ریزی فازی در شبکه‌های حمل ونقل با موضوع این پژوهش، در این قسمت مروری بر اندک مسایل حمل و نقل فازی خواهیم داشت. از زمانی که پروفسور لطفی زاده [۱۷] تئوری فازی را ارایه نمود، محققان در حوزه‌های مختلف بدین دست یافتند که تئوری فازی، ابزار بسیار مناسبی در تعریف نظرات ذهنی افراد و رویارویی با ابهام است. در زمینه شبکه‌های مسیریابی نیز، چندین تحقیق در اجرایی کردن تئوری فازی در مساله مسیریابی وسایل نقلیه وجود دارد. ونگ و ون [۱۸] تئوری فازی را در مساله پستچی با پنجره زمانی به کار برده‌اند. این تحقیق، اولین مطالعه بر روی شبکه مسیریابی با استفاده از تئوری فازی بوده است.

تئودورووپچ و پاوکوویچ [۱۹] نیز برای اولین بار مفاهیم فازی را در مساله مسیریابی وسیله نقلیه ارایه نمودند. لای و همکاران [۲۰] VRP را با برنامه‌ریزی فازی مدلسازی کردند. زنگ و لیو [۲۱] مساله VRP را با پنجره‌های زمانی حل کردند که زمان سفر را متغیر فازی فرض کرده و یک الگوریتم حل هیبرید برای آن ارایه نمودند. اخیرا حدادی و ملک لی [۲۲] با متغیرهای تقاضای فازی- احتمالی یک رویکرد نوین برای حل مساله VRP ارایه نمودند و در تحقیق ملک لی و همکاران [۲۳] نیز تحقیق قبلی با استفاده از روش جستجو ممنوع با متغیرهای فازی- احتمالی توسعه داده شده است.

در ادامه و در بخش دوم پژوهش، مدل‌سازی ریاضی چندهدفه مساله مورد مطالعه ارایه می‌شود. در بخش سوم الگوریتم ژنتیک چندهدفه تشریح خواهد شد. در ادامه و در بخش چهارم، نتایج محاسباتی ذکر می گردد و در نهایت و

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

در بخش پنجم نتایج پژوهش مورد نظر بیان می گردد.

۲ شرح و مدل‌سازی مساله

در این مقاله، ابتدا پارامترهای مربوط به مساله مسیریابی وسایل نقلیه در حالت زمان سفر احتمالی و تقاضای فازی مشتریان بیان می‌شوند و سپس مدل پیشنهادی ارایه می گردد.

۲-۱ مفروضات اساسی مساله

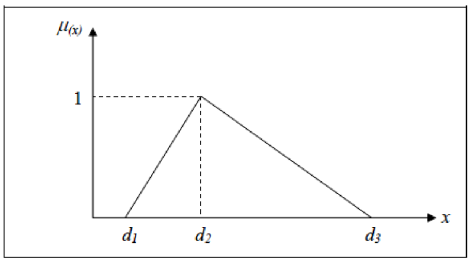
در این مساله فرصیات اصلی زیر وجود دارند:

- تعدادی محصول مستقل از هم وجود دارند که یک عمده فروش باید آن‌ها را میان تعدادی خرده‌فروش با تقاضاهای متفاوت برای هر محصول توزیع کند.
- محصولات فسادپذیر نمی‌باشند.
- اگر تقاضای هر خرده فروش در پنجره زمانی از پیش تعیین شده‌ای تأمین نگردد، باید عمده فروش جریمه تأخیر هنگفتی را به آن‌ها بپردازد.
- پنجره زمانی هر خرده فروش مستقل از دیگری و به صورت یک طرفه است. این پنجره زمانی از نوع نرم می‌باشد. یعنی در صورت تاخیر کامیون در تحویل کالا، کالا مرجوع یا حراج و یا دور ریخته نمی‌شود. بلکه خرده فروش آن را می‌پذیرد.
- طول افق برنامه‌ریزی محدود و تنها برای یک دوره زمانی است.
- برای حمل تقاضاهای محصولات مختلف می‌توان آن‌ها را درون یک وسیله حمل و نقل گذاشت و الزامی در حمل جداگانه هر محصول با وسیله نقلیه مجزا وجود ندارد.
- وسایل حمل و نقل به لحاظ ظرفیت حمل و سایر مشخصات همگن می‌باشند.
- تعداد وسایل نقلیه قابل کرایه کردن نامحدود می‌باشد.
- از یک مسیر نباید بیش از یک وسیله نقلیه برای حمل کالا به مشتریان یکسان استفاده کند. به عبارت دیگر، اگر قرار است تقاضای محصولات مختلف یک خرده فروش اجابت شود باید با حمل توسط یک کامیون بزرگ انجام شود.
- از یک وسیله نقلیه تنها می‌توان برای حمل بار در یک مسیر استفاده کرد و یک وسیله مجاز نیست بعد از هر بار بارگیری به مسیرهای متفاوتی بار حمل کند. در نتیجه، مدیر عمده فروش باید موقع تعیین مسیرهای توزیع کالا به خرده فروشان، برای هر مسیر تنها از یک کامیون و از هر کامیون تنها برای یک مسیر و یک با بارگیری استفاده کند.
- خرابی کامیون‌ها و یا هرگونه اتفاق پیش‌بینی نشده مجاز نیست. به همین ترتیب سایر پارامترها و هزینه‌های دخیل در مساله، ثابت، قطعی و معین هستند.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

- زمان‌های بارگیری و بسته‌بندی کالاها برای هر نوع کالا به صورت احتمالی بیان می شوند. این زمان‌ها مستقل از مقصد توزیع (خرده فروش) و مسیر حمل و کامیون حمل کننده هستند.
- فرض می‌شود شرایط جغرافیایی و موقعیت مکانی و مسیرهای حمل به خرده فروشان، شبیه هم باشد. به عبارت دیگر، مثلاً همه آن‌ها در ناحیه ای کوهستانی قرار دارند، نه اینکه یکی در کوهستان و دیگری در دشت و ... باشند (با این فرض، تعدادی از خرده فروشان را که در مطالعه موردی در نواحی آب و هوایی متفاوتی بودند، کنار گذاشتیم. چون در غیر این صورت باید تاثیر این عوامل را بر نوع و ظرفیت کامیون و هزینه ها اعمال می‌کردیم. در صورتی که چنین داده‌هایی در دسترس نبودند. البته مدیران زنجیره مطالعه شده به محقق اجازه انتشار داده‌ها را ندادند).
- هزینه حمل هر کالا، متناسب با مسافت طی شده برای تحویل آن کالا در نظر گرفته می‌شود.
- زمان‌های سفر بین خرده فروشان و مدت زمان سرویس‌دهی به آن‌ها توسط وسایل نقلیه به صورت پارامتر احتمالی در نظر گرفته می‌شود.
- هدف مدیر عمده فروشی کمینه‌کردن کلیه هزینه‌های تولیدی و هزینه‌های حمل و نقل خود می‌باشد.

در مساله ارایه شده در این مقاله، علاوه بر فرضیات بیان شده، فرض بر این است که تقاضای هر گره (مشتری)، به طور تقریبی مشخص است. این تقاضا با عدد فازی مثلثی نشان داده می‌شود (شکل ۱). اعداد فازی مثلثی $D_j = (d_1,d_2,d_3)$ با حدود چپ و راست تعریف می‌شوند. این مقادیر بر پایه تجربیات و یا داده‌های موجود قابل حصول بوده و می‌بایست طوری تعریف شوند که تقاضای هر مشتری j، کمتر از تقاضای d_1 و بیشتر از تقاضای d_3 نباشد. دارای درجه عضویت یک بوده که بر اساس تخمین ذهنی و یا شاخص‌هایی مانند میانگین یا مد داده‌های موجود، به دست می‌آید.



شکل ۱. تابع عضویت عدد فازی مثلثی تقاضای گره ها (D_j)

در این بخش، مساله مورد مطالعه مدل‌سازی می‌شود. قبل از هر چیز نمادهای مورد استفاده، معرفی می‌شوند. آن گاه مدل ریاضی ارایه می‌شود. پارامترهای مدل شامل موارد زیر است:

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

۲-۲ نمادها

در این بخش کلیه نمادهای به کار رفته در مدل ریاضی (اعم از پارامترهای ورودی، اندیس‌ها و متغیرهای تصمیم) تشریح می‌شوند:

پارامترها و اندیس‌ها:

N	تعداد کل نقاط تخلیه و بارگیری (با احتساب دپوی مرکزی)
i, j	اندیس نقطه تخلیه بار / خرده فروش ($i=1,2,...,N$) ($i=0$ نشانگر دپو است)
k	اندیس وسیله حمل و نقل بزرگ ($k=1,2,...,K$)
E	تعداد انواع محصولات
e	اندیس نوع محصول ($e=1,2,...,E$)
$tc_{i,j}$	هزینه واحد حمل‌ونقل مابین نقطه تخلیه بار i و نقطه تخلیه بار j با سفر مستقیم بین آن‌ها
$t_{i,j}$	فاصله زمانی مابین نقطه تخلیه بار i و نقطه تخلیه بار jبا سفر مستقیم بین آن‌ها
$dis_{i,j}$	فاصله مکانی مابین نقطه تخلیه بار i و نقطه تخلیه بار j با سفر مستقیم بین آن‌ها
f_e	زمان اتمام تولید محصول نوع e
$\tilde{d}_{i,e}$	تقاضای فازی محصول نوع e در نقطه تخلیه i
cap	ظرفیت حمل هر وسیله حمل‌ونقل بزرگ برحسب کیلوگرم
w_e	وزن هر واحد محصول نوع e برحسب کیلوگرم
l_i	طول پنجره‌زمانی تحویل کالا در نقطه تخلیه بار i
s_i	زمان تخلیه بار از وسیله حمل‌ونقل بزرگ در نقطه تخلیه بار i
cc	هزینه خسارت به حمل کننده‌های محلی کوچک در هر یک از نقاط تخلیه بار
nc_i	تعداد حمل کننده‌های محلی در نقطه تخلیه بار i

متغیرهای تصمیم:

$x_{i,j,k}$	۱ اگر ما بین نقاط تخلیه i و j توسط وسیله حمل بزرگ k سفری صورت بگیرد ۰ در غیر این صورت
$y_{k,e}$	۱ اگر وسیله حمل بزرگ k تحویل محصول نوع e را به برخی از نقاط تخلیه بر عهده بگیرد ۰ در غیر این صورت
u_i	۱ اگر هیچ وسیله حمل بزرگی نتواند تا قبل از اتمام پنجره زمانی خود را به نقطه تخلیه بار i برساند ۰ در غیر این صورت
t_i	زمان رسیدن وسیله حمل بزرگ به نقطه تخلیه بار i
δ_i	زمان سرویس مربوط به مشتری i
w_i	زمان اضافی صرف شده در محل مشتری i

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

tt_i طول مدت زمان تجاوز از پنجره زمانی نقطه تخلیه بار i

ts_k زمان شروع سفر وسیله حمل بزرگ k

$ts_{k,e}$ زمان شروع سفر وسیله حمل بزرگ k برای حمل محصول نوع e

B حداکثر زمان سفر برای وسایل نقلیه

β سطح سرویس مربوط به زمان طی شده توسط وسایل نقلیه

K تعداد کل وسایل حمل و نقل بزرگ

۲-۳ مدل‌سازی ریاضی مساله

اکنون با توجه به نمادهای تعریف شده در بخش قبل و مفروضاتی که مختصراً از پی گذشت، مدل ریاضی مساله در این بخش ساخته می‌شود.

$$Min \sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N}\sum_{k=1}^{K} tc_{ij} x_{ijk} + cc \sum_{i=1}^{N} nc_i tt_i \qquad (1)$$

$$Min \sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N}\sum_{k=1}^{K} dis_{ij} x_{ijk} \qquad (2)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{N} x_{0jk} = 1 \qquad \forall i \qquad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i0k} = 1 \qquad \forall k \qquad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=0}^{N} x_{ijk} = 1 \qquad \forall i \qquad (5)$$

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=0}^{N} x_{ijk} = 1 \qquad \forall j \qquad (6)$$

$$\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E} \tilde{d}_{ie} w_e \left(\sum_{j=0}^{N} x_{ijk} \right) \le cap \qquad \forall k \qquad (7)$$

$$t_j = \sum_{k=1}^{K} \left\{ x_{0jk} \left(ts_k + t_{0j} \right) + \left(1 - x_{0jk} \right) \sum_{i=1}^{N} x_{ijk} \left(t_i + s_i + t_{ij} \right) \right\} \qquad \forall j \qquad (8)$$

$$P\left\{ \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} t_{ij} x_{ijk} + \sum_{i=0}^{N} (\delta_i + w_i) \sum_{j=1}^{N} x_{ijk} \le B \right\} \ge \beta \qquad \forall k \qquad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} d_{ie} x_{ijk} \le 0 + M y_{ke} \qquad \forall k \qquad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} d_{ie} x_{ijk} > 0 - M (1 - y_{ke}) \qquad \forall k \qquad (11)$$

$$ts_{ke} = y_{ke} f_e \qquad \forall k, e \qquad (12)$$

$$ts_k \ge ts_{ke} \qquad \forall k, e \qquad (13)$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

$$t_i - l_i < 0 + Mu_i \qquad \forall i \qquad (14)$$

$$t_i - l_i < 0 - M(1-u_i) \qquad \forall i \qquad (15)$$

$$tt_i = u_i(t_i - t_j) \qquad \forall i \qquad (16)$$

$$x_{ijk}, y_{ke}, u_i \in \{0,1\} \qquad \forall i, j, k, e \qquad (17)$$

$$ts_{ke}, ts_k, t_i, tt_i, K \in Z^+ \qquad \forall i, k, e \qquad (18)$$

تابع هدف (۱) به دنبال حداقل کردن کلیه هزینه‌ها اعم از هزینه‌های سفر و تجاوز از پنجره زمانی تحویل است. تابع هدف (۲) به دنبال کمینه‌کردن کل مسافت طی شده توسط وسایل نقلیه می‌باشد. محدودیت‌های (۳) تا (۶) بیان‌گر شرایط تخصیص وسیله حمل‌و نقل به نقاط تخلیه بار و نوع محصول هستند. محدودیت (۷) نشانگر ظرفیت حمل هر وسیله حمل بزرگ است. محدودیت (۸) زمان رسیدن یک وسیله حمل‌ونقل را نقطه تخلیه بار j اندازه می‌گیرد. محدودیت (۹) برای مقدار تجاوز هر وسیله نقلیه از یک مقدار مشخص B یک سطح احتمالی در نظر می‌گیرد. محدودیت‌های (۱۰) و (۱۱) بررسی می‌کنند که آیا وسیله حمل بزرگ k تحویل محصول نوع e را به برخی از نقاط تخلیه بر عهده می‌گیرد یا نه. رابطه (۱۲) زمان آماده به حرکت بودن وسیله حمل k برای تحویل محصول نوع e را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۳) حداقل زمان مورد نیاز برای حرکت وسیله حمل k را نشان می‌دهد. محدودیت‌های (۱۴) و (۱۵) چک می‌کنند که آیا هیچ وسیله حمل بزرگی نمی‌تواند تا قبل از اتمام پنجره زمانی خود را به نقطه تخلیه بار i برساند. محدودیت (۱۶) مدت زمان تجاوز از پنجره زمانی نقطه تخلیه بار i را اندازه‌گیری می‌کند. روابط (۱۷) و (۱۸) دامنه تغییرات و جنس متغیرهای تصمیم مدل را نشان می‌دهند.

محدودیت (۹) به صورت غیرخطی بوده و برای خطی‌کردن آن می‌توان از تابع توزیع یکنواخت و به صورت زیر استفاده کرد:

زمان سفر بین دو مشتری را می‌توان به صورت احتمالی با میانگین $E(t)$ و واریانس $V(t)$ در نظر گرفت. در ادامه می‌توان محدودیت (۹) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$y = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} t_{ij} + \sum_{i=0}^{N}(\delta_i + w_i) - B \qquad (19)$$

مقدار میانگین و واریانس متغیر y برابر است با:

$$E(y) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} E(t_{ij}) + \sum_{i=0}^{N}(E(\delta_i) + E(w_i)) - B \qquad (20)$$

$$V(y) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} V(t_{ij}) + \sum_{i=0}^{N}(V(\delta_i) + V(w_i)) \qquad (21)$$

از طرف دیگر و با توجه به توزیع نرمال استاندارد داریم:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} t_{ij} + \sum_{i=0}^{N}(\delta_i + w_i) - B - E(y)/V(y) \sim N(0,1)$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

در نهایت محدودیت (۹) برابر است با محدودیت زیر:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} t_{ij} + \sum_{i=0}^{N}(\delta_i + w_i) - B - E(y)}{V(y)} \le -\frac{E(y)}{V(y)} \qquad (۲۲)$$

هم‌چنین در توزیع نرمال داریم:

$$P\left\{\theta \le -E(y)/\sqrt{V(y)}\right\} \ge \beta \qquad (۲۳)$$

به طوری که $\theta \sim N(0,1)$. بنابراین محدودیت سطح سرویس زمانی می‌تواند برقرار باشد که داشته باشیم:

$$\varnothing^{-1}(\beta) \le -E(y)/\sqrt{V(y)} \qquad (۲۴)$$

در نهایت و با توجه به محدودیت (۲۴)، می‌توان حالت خطی محدودیت (۹) را به صورت زیر نوشت:

$$\varnothing^{-1}(\beta)\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} V(t_{ij})x_{ijk} + \sum_{i=0}^{N}(V(\delta_i)+V(w_i))\sum_{j=1}^{N} x_{ijk}} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} E(t_{ij})x_{ijk} + \sum_{i=0}^{N}(E(\delta_i)+E(w_i))\sum_{j=1}^{N} x_{ijk} \le B \qquad (۲۵)$$

برای حل مدل پیشنهادی ابتدا می‌بایست، مدل فازی پیشنهادی تبدیل به یک مدل قطعی گردد، سپس مدل قطعی با استفاده از رویکرد حل پیشنهادی حل خواهد شد. در زیر روش تبدیل مدل مساله مکان‌یابی- مسیریابی فازی به قطعی شرح داده می شود.

لم. (ساکاوا [۲۳]) اگر $\overline{m}$ و $\overline{n}$ دو مقدار فازی با تابع عضویت پیوسته باشند، برای سطح اطمینان $\eta \in [0,1]$ خواهیم داشت:

$$Pos\{\overline{m} \ge \overline{n}\} \ge \eta \Leftrightarrow m_\eta^R \ge n_\eta^L \qquad (۲۶)$$

و بر طبق آن خواهیم داشت که به ترتیب $\left[m_\eta^L, m_\eta^R\right]$ و $\left[n_\eta^L, n_\eta^R\right]$ نقاط حدی چپ و راست مقادیر $\overline{m}$ و $\overline{n}$ در سطح اطمینان η هستند و $Pos\{\overline{m} \ge \overline{n}\}$ درجه امکانی است که نشان می‌دهد $\overline{m}$ بزرگتر یا مساوی مقدار $\overline{n}$ است.

قضیه. فرض می کنیم متغیر فازی $\tilde{d}_{ie}$ توسط سطوح سه گانه حد چپ، راست و وسط $(\alpha_{ie}, \gamma_{ie}, \beta_{ie})$ مشخص شده باشد، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$Pos\left\{\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E} \tilde{d}_{ie} w_e \left(\sum_{j=0}^{N} x_{ijk}\right) \le cap\right\} \ge \eta$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

$$cap-(1-\eta)\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\alpha_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)-\eta\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\gamma_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)\geq 0 \qquad (27)$$

اثبات. از آن‌جایی که

$$\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\tilde{d}_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)=\left(\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\alpha_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right),\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\gamma_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right),\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\beta_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\alpha_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)+\eta\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}(\gamma_{ie}-\alpha_{ie})w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)\leq cap \qquad (28)$$

$$\Leftrightarrow(1-\eta)\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\alpha_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)+\eta\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\gamma_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)\leq cap \qquad (29)$$

$$\Leftrightarrow cap-(1-\eta)\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\alpha_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)-\eta\sum_{i=0}^{N}\sum_{e=1}^{E}\gamma_{ie}w_e\left(\sum_{j=0}^{N}x_{ijk}\right)\geq 0 \qquad (30)$$

در نهایت و با قرار دادن محدودیت (۳۰) به جای محدودیت (۷)، مدل به حالت خطی تبدیل می‌شود.

مدل حاصله از نوع برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی است. در مدل فوق، تعداد و اندازه ناوگان حمل یک متغیر تصمیم و در عین حال اندیس نیز هست. لذا این مدل به طور مستقیم با هیچ نرم افزاری قابل حل نیست (لازم به ذکر است که با توجه به مرور ادبیات انجام شده، تمامی مقالات موجود در ادبیات همین مشکل مشترک را دارند). البته می‌توان روش‌های ابتکاری توسعه داد که هر بار پس از ثابت فرض کردن تعداد وسایل حمل، مدل را با یک نرم‌افزار بهینه‌سازی حل کنیم. و در مرحله بعد تعداد وسیله‌ها را یک واحد افزایش داده و مجدداً این فرایند را تکرار نماییم. اما هیچ تضمینی بر بهینه بودن جواب حاصل از این روش نیست. ضمن آن که محاسباتی زیادی نیز درپی خواهد داشت. حتی اگر به طور موقت، تعداد وسایل را عدد معلومی فرض کنیم و هم‌چنین جنس تمامی متغیرهای مساله را از نوع پیوسته بگیریم، مساله آزادسازی شده حاصل را نمی‌توان جزء مسایل برنامه‌ریزی محدب دانست تا بتوان امید به حل آن با روش‌های تقریبی که می‌توانند میزان نزدیکی به جواب بهینه را ضمانت کنند، در زمان معقول داشت (در این جا کوتاه بودن زمان انجام این کار چندان مهم نیست، بلکه رشد زمان حل برحسب رشد اندازه مساله مهم است).

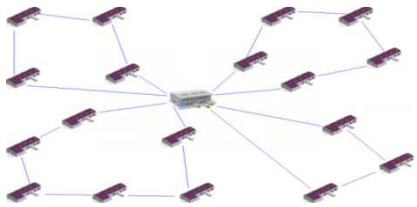
۳ روش حل

برای حل مدل پیشنهادی از الگوریتم فراابتکاری ترکیبی که ترکیبی از الگوریتم‌های رقابت استعماری [۲۴] و ژنتیک می‌باشد استفاده شده است. مراحل الگوریتم پیشنهادی در ادامه به صورت تفصیلی ارایه می‌شود.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

۳-۱ نمایش جواب اولیه

نمایش جواب در فضای جواب و چگونگی انتخاب ساختار آن بر روی کارایی و کیفیت جواب‌ها تاثیرگذار است. نمایش جواب در مسایل بهینه‌سازی به دو صورت گسسته و پیوسته می‌تواند انتخاب گردد. انتخاب جواب باید به گونه‌ای در نظر گرفته شود که این اطمینان حاصل گردد که به راحتی و به صورت گسترده فضای جواب جستجو می‌گردد. برای آغاز به کار الگوریتم، مجموعه‌ای از جواب‌های اولیه کاملاً تصادفی ضمن لحاظ کردن مجموعه محدودیت‌های مساله تولید می‌شوند. شکل (۲)، یک جواب شدنی را برای مساله نشان می‌دهد.



شکل ۲. نمایش شماتیک یک جواب موجه برای توزیع کالا میان عمده فروش و خرده فروشان

۳-۲ تولید امپراطوری‌های اولیه

هر حل در الگوریتم رقابت استعماری به شکل یک آرایه می باشد. هر آرایه شامل مقادیر بهینه شده متغیر می‌باشد. در واژگان الگوریتم ژنتیک، این آرایه، کروموزوم نامیده می‌شود. در الگوریتم مذکور عنوان کشور برای آرایه استفاده شده است. در یک مساله بهینه سازی N-بعدی، یک کشور یک آرایه $1\times N$ می باشد و این آرایه به صورت $Country=[p_1, p_2, p_3, \ldots, p_N]$ تعریف می‌شود. در جایی که p_i متغیر بهینه شده می‌باشد. هر متغیر در یک کشور به عنوان یک مشخصه اجتماعی سیاسی آن کشور مشخص می‌گردد. از این دیدگاه، الگوریتم بهترین کشور را که کشوری است با بهترین ترکیب مشخصه‌های اجتماعی سیاسی مثل فرهنگ، زبان و خط مشی اقتصادی، جستجو می‌کند. پس از تولید کشورها، از تکنیک ناچیرگی و فاصله تراکم برای ایجاد جبهه‌ها و رتبه‌بندی اعضای هر یک از جبهه‌ها تشریح شده است. سپس اعضای جبهه ۱ در آرشیو ذخیره می‌گردد. به تعداد از قبل مشخصی و از آرشیو مورد نظر امپراتورها انتخاب می‌شوند. سپس مابقی جواب‌ها را به هر امپراتور با توجه به قدرتی که آن امپراتور دارد تخصیص می دهیم.

برای محاسبه مقدار هزینه یا قدرت هر امپراطوری، مقدار هر تابع هدف برای هر امپراطور به دست آمده است. سپس مقدار هزینه هر تابع هدف به صورت معادله (۳۱) محاسبه شده است.

$$Cost_{i,n}=\frac{\left|f_{i,n}^{p}-f_{i,n}^{p,best}\right|}{f_{i,total}^{p,max}-f_{i,total}^{p,min}} \qquad (۳۱)$$

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

که $Cost_{i,n}$ مقدار نرمال شده تابع هدف i برای امپراتور n می باشد. هم‌چنین $f_{i,n}^{p,best}$، $f_{i,total}^{p,max}$ و $f_{i,total}^{p,min}$ به ترتیب بهترین، حداکثر و حداقل مقادیر تابع هدف i در هر تکرار می باشد. سرانجام مقدار هزینه نرمال شده هر امپراطور به صورت معادله (۳۲) به دست می آید.

$$Total\,Cost_n = \sum_{i=1}^{r} Cost_{i,n} \qquad (۳۲)$$

به گونه ای که r مقدار تابع هدف می باشد. قدرت هر امپراطور بعد از هزینه نرمال شده به دست آمده به صورت معادله (۳۳) محاسبه می‌گردد و مستعمره‌ها مطابق با قدرت هر امپراطور بین آن ها توزیع می‌شوند.

$$p_n = \left| \frac{Total\,Cost_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} Total\,Cost_i} \right| \qquad (۳۳)$$

سپس تعداد اولیه مستعمره‌های یک امپراطور به صورت معادله (۳۴) تعیین می‌گردد.

$$NC_n = round\{p_n . N_{col}\} \qquad (۳۴)$$

به گونه‌ای که NC_n تعداد اولیه مستعمره‌های امپراطور nام، N_{col} تعداد کل مستعمره‌ها می‌باشد. NC_n از مستعمره‌ها به صورت تصادفی انتخاب و به هر امپراطور داده می‌شوند. امپراطور با قدرت بیشتر نسبت به امپراطور ضعیف‌تر مستعمره‌های بیشتری خواهد داشت.

۳-۳ قدرت کل یک امپراطوری

قدرت کل یک امپراطور تحت تاثیر قدرت کشور امپراطور می‌باشد. اگر چه قدرت مستعمره‌های یک امپراطوری نیز بر قدرت کل آن امپراطوری تاثیر دارد. بنابراین قدرت کل یک امپراطوری به صورت معادله (۳۵) محاسبه می‌شود.

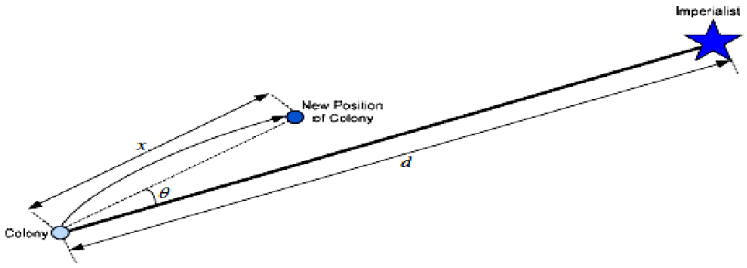
$$TP\,Emp_n = (Total\,Cost\,(imperialist_n) + \xi mean\{Total\,Cost\,(colonies\,of\,empire_n)\}) \qquad (۳۵)$$

$TP\,Emp_n$ قدرت کل امپراطوری nام می‌باشد و ξ یک عدد مثبت کمتر از یک می‌باشد.

۳-۴ حرکت مستعمره‌های یک امپراطوری به طرف امپراطور

پس از تقسیم مستعمره‌ها به امپراطورها، مستعمره‌ها به طرف امپراطورشان حرکت می‌کنند. این حرکت در شکل (۳) نشان داده شده است.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]



شکل ۳. حرکت مستعمره‌ها به سمت امپراتور با یک زاویه تصادفی

d فاصله بین مستعمره و امپراطور می‌باشد. X یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت بین صفر و $\beta \times d$ و β یک عدد بزرگتر از یک است. مسیر حرکت با زاویه θ نشان داده شده است. نرخ جواب‌هایی که به امپراطور نزدیک می‌شوند را با P_A نشان می‌دهیم.

۳-۵ انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها

جهت انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها از اپراتور تقاطع در الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. برای عملگر تقاطع از انواع تقاطع تک نقطه‌ای و دو نقطه‌ای استفاده شده است. برای انتخاب مستعمره‌ها از روش انتخاب تورنومنت استفاده شده است. هم‌چنین درصدی از جواب‌ها که تحت عمل تقاطع قرار می‌گیرند را با P_c نشان می‌دهیم.

۳-۶ انقلاب

در هر دوره ده ساله، انقلاب روی برخی مستعمره‌ها رخ می‌دهد. این روش مشابه روش جهش در الگوریتم ژنتیک بوده و برای فرار از جستجوهای محلی صورت می‌گیرد.

۳-۷ مستعمره‌های به روز شده

در هر دوره ده ساله، جمعیت اولیه مستعمره‌ها، جمعیت شبیه‌سازی‌شده، جمعیت حاصل از انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها، جمعیت حاصل از انقلاب و جمعیت حاصل از بهبود امپراطور، برای هر امپراطوری با یکدیگر ادغام می‌شوند که جمعیت ادغام شده نامیده می‌شود. سپس به روز آوری آرشیو مطابق با جمعیت ادغام شده انجام می‌گردد و سپس بهترین مستعمره‌ها بر اساس مرتب‌سازی ناچیره و فاصله تراکم توسط اندازه جمعیت مستعمره‌ها برای امپراطوری در نظر گرفته شده NC(i) برای هر امپراطور انتخاب شده است.

۳-۸ تغییر موقعیت‌های امپراطور و یک مستعمره

در بعضی موارد ممکن است یک مستعمره پس از چند دهه شرایط بهتری (از لحاظ جبهه جواب و فاصله ازدحام) نسبت به امپراطور خود پیدا می‌کند. در این حالت مستعمره جایگاهش با امپراتور تعویض می شود.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

۳-۹ رقابت امپریالیستی

قدرت امپراطور ضعیف‌تر کاهش خواهد یافت و قدرت امپراطور قوی‌تر در رقابت امپریالیستی افزایش خواهد یافت. در تمام رقابت امپراطوری‌ها با یکدیگر، ضعیف‌ترین مستعمره ضعیف‌ترین امپراطوری تصاحب خواهد شد. از سوی دیگر، اولین انتخاب ضعیف‌ترین مستعمره‌های ضعیف‌ترین امپراطوری توسط قوی‌ترین امپراطور یعنی امپراطور برنده از بین تمام امپراطوری‌ها، در رقابت امپریالیستی تصاحب می‌شود. در این رقابت، قویترین امپراطوری قطعاً این مستعمره‌ها را تصاحب نخواهد کرد اگر چه این امپراطوری‌ها احتمال بیشتری جهت تصاحب کردن آن‌ها دارند. این رقابت تنها با انتخاب یکی از ضعیف‌ترین مستعمره‌های ضعیف‌ترین امپراطوری مدل‌سازی شده است و سپس برای محاسبه احتمال تصاحب هر امپراطوری کل هزینه نرمال‌شده به صورت معادله (۳۶) به دست آمده است.

$$NTP\ Emp_n = \max\{TP\ Emp_i\} - TP\ Emp_n \qquad (۳۶)$$

$NTP\ Emp_n$ قدرت کل نرمال شده امپراطوری nام می‌باشد و $TP\ Emp_n$ قدرت کل امپراطوری nام می‌باشد. با داشتن قدرت کل نرمال‌شده، احتمال تصاحب هر امپراطوری به صورت معادله (۳۷) محاسبه می‌شود.

$$P_{p_n} = \left| \frac{NTP\ Emp_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} TNTP\ Emp_i} \right| \qquad (۳۷)$$

سپس از روش رولت‌ویل برای تخصیص مستعمره منتخب به یکی از امپراطوری‌ها استفاده می‌شود.

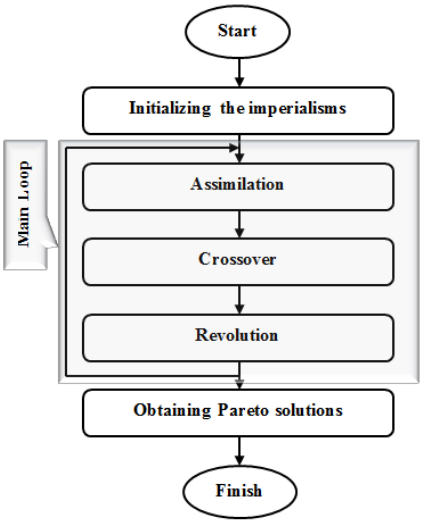
۳-۱۰ حذف امپراطوری‌های بدون قدرت

امپراطوری‌های بدون قدرت سقوط خواهند کرد و مستعمره‌های آن‌ها بین سایر امپراطوری‌ها در رقابت امپریالیستی توزیع خواهد شد. وقتی یک امپراطوری سایر مستعمره‌های خود را از دست می‌دهد، آن گاه سقوط می‌کند.

۳-۱۱ شرط توقف

شرط توقف و یا پایان رقابت امپریالیستی زمانی است که تنها یک امپراطوری بین تمام کشورها وجود داشته باشد.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]



شکل ٤. شمای کلی الگوریتم رقابت استعماری

٤ نتایج محاسباتی

در این قسمت نتایج محاسباتی با اجرای الگوریتم پیشنهاد شده در نرم‌افزار MATLAB و با داده‌های تصادفی انجام گرفته است. برای مقایسه عملکرد الگوریتم پیشنهادی، نتایج محاسباتی با الگوریتم کلاسیک NSGA-II مقایسه شده است.

٤-١ تنظیم پارامترهای الگوریتم

همان‌گونه که واضح است، کارایی یک الگوریتم به شدت به پارامترهای آن وابسته است به گونه‌ای پارامترهای مختلف ممکن است جواب‌های کاملاً متفاوتی با کیفیت‌های متفاوت تولید کنند. بنابراین اگر پارامترها به طور صحیح تنظیم نشوند، نمی‌توانیم به جواب بهینه دست یابیم. جهت تنظیم‌کردن پارامترهای الگوریتم پیشنهادی در این تحقیق از روش سطح پاسخ استفاده شده است. نتایج مربوط به روش سطح پاسخ (RSM) به صورت جدول ۱ ارایه شده است به گونه‌ای که ستون S مربوط به مسایل سایز کوچک و ستون L برای مسایل سایز بزرگ می‌باشد.

جدول ۱. پارامترهای تنظیم شده الگوریتم

Factors	Optimal real value	
	S	L
n-Pop	۱۹۳	۳۰۰
N-imp	۵	۸
P_A	۰/۵۴	۰/۶۴
P_C	۰/۶	۰/۶
P_R	۰/۱۲	۰/۳۲
ξ	۰/۱۹۵	۰/۱۲۵
β	۱/۸	۲/۱۵

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

پارامترهای الگوریتم *NSGA-II* نیز به صورت زیر تنظیم شده‌اند:

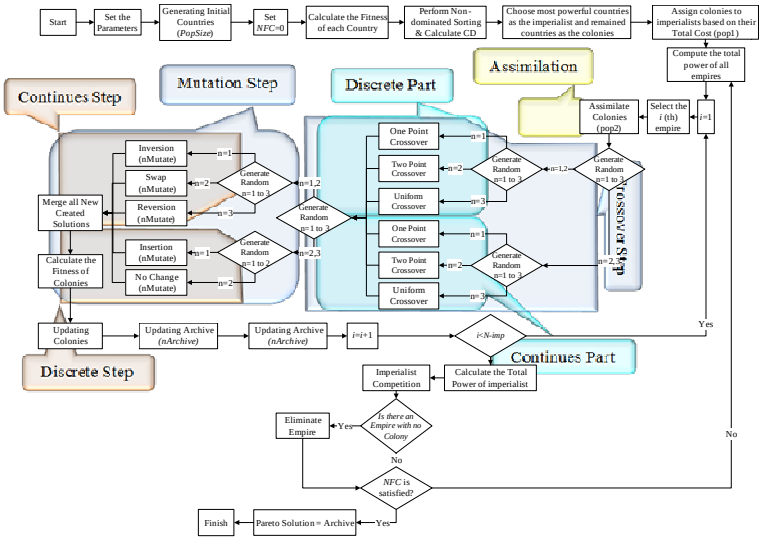
- تعداد جمعیت اولیه برابر تعداد ۱۵۰ در نظر گرفته شده است.
- نرخ تقاطع برابر ۰/۸ در نظر گرفته شده است.
- نرخ جهش برابر ۰/۲ در نظر گرفته شده است.
- تعداد تکرارها برابر ۳۰۰ در نظر گرفته شده است.

پارامترهای الگوریتم *PAES* نیز به صورت زیر تنظیم شده‌اند.

- اندازه آرشیو برابر ۲۰۰ است.
- از روش جهش مشابه الگوریتم ژنتیک برای جستجوی همسایگی استفاده می شود.
- تعداد تکرارها برابر ۳۰۰۰ در نظر گرفته شده است.

۴-۲ ارزش داده‌های ورودی

برای مقایسه الگوریتم‌های فوق از داده‌های تصادفی با توزیع مشخص استفاده می‌شود. داده‌های مساله توسط نرم‌افزار Matlab ایجاد شده و ارزش و توزیع آن‌ها مطابق جدول ۲ می‌باشد.



شکل ۵. جزئیات الگوریتم رقابت استعماری

جدول ۲. توزیع پارامترهای ورودی

	Parameter						
	N	*N*	*tc*	*t*	*fe*	*w*	*cc*
Value & Destribution	۱۰ ۳۰ ۵۰	۷۰ ۱۰۰	U ~ (۱۰,۲۰)	N ~ (۱۰,۲۰)	U ~ (۲۰۰,۶۰۰)	U ~ (۱,۱۰)	U ~ (۱۰۰,۲۰۰)
			nc	*dis*	*d*	*cap*	
			U ~ (۱,۱۰)	U ~ (۴۰,۱۰۰)	U ~ (۲۰,۱۰۰)	U ~ (۱۰۰,۵۰۰)	

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

٤-۳ معیارهای مقایسه

جهت مقایسه الگوریتم‌ها از شاخص‌های مختلفی استفاده می‌شود که در این قسمت به شرح مختصری از آن‌ها می‌پردازیم.

۱) شاخص کیفیت (QM): شاخص کیفیت بدین‌گونه است که کلیه جواب‌های پارتو بدست آمده توسط هریک از الگوریتم‌ها را با هم در نظر گرفته، سپس عملیات ناچیرگی را برای کلیه جواب‌ها انجام می‌دهیم. در نهایت، کیفیت هر الگوریتم برابر است با سهم جواب‌های پارتوی جدید مختص به آن الگوریتم. کیفیت بالاتر به منزله بهتر بودن الگوریتم می‌باشد.

۲) فاصله از نقطه ایده آل (MID): مقدار این شاخص برابر است با فاصله نقاط پارتو الگوریتم مورد بررسی از نقطه ایده‌آل. در این پایان‌نامه با توجه به توابع هدف که هر دو کمینه‌سازی است، آن گاه نقطه ایده‌آل را برابر کمینه هر یک از توابع هدف در تمامی الگوریتم‌ها، در نظر می‌گیریم. شاخص MID را می‌توان توسط رابطه (۳۳) محاسبه کرد.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sqrt{\left(\frac{f_{1i} - f_1^{best}}{f_{1,total}^{max} - f_{1,total}^{min}} \right)^2 + \left(\frac{f_{2i} - f_2^{best}}{f_{2,total}^{max} - f_{2,total}^{min}} \right)^2}}{n} \qquad (۳۳)$$

که در آن n برابر تعداد نقاط پارتو و هم‌چنین $f_{i,total}^{max}$ و $f_{i,total}^{min}$، به ترتیب برابرند با بیشینه و کمینه‌ترین مقدار توابع هدف در میان تمامی توابع هدف الگوریتم‌های مورد مقایسه. در فرمول بالا مختصات نقطه ایده‌آل برابر است با (f_1^{best} , f_2^{best}). پایین بودن MID به منزله بهتر بودن الگوریتم می‌باشد.

۳) شاخص گوناگونی (DM): این شاخص وسعت جواب‌های پارتو یک الگوریتم را نشان می‌دهد و توسط رابطه (۳۴) می‌توان آن را محاسبه کرد. هرچه شاخص DM بیشتر باشد، الگوریتم بهتر است.

$$DM = \sqrt{\left(\frac{\max f_{1i} - \min f_{1i}}{f_{1.total}^{max} - f_{1.total}^{min}} \right)^2 + \left(\frac{\max f_{2i} - \min f_{2i}}{f_{2.total}^{max} - f_{2.total}^{min}} \right)^2} \qquad (۳۴)$$

٤) شاخص فاصله (SM): این شاخص یکنواختی توزیع جواب‌های پارتو در فضای حل را نشان می‌دهد نحوه محاسبه این شاخص مطابق رابطه (۳۵) می‌باشد.

$$SM = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \left| \bar{d} - d_i \right|}{(n-1)\bar{d}} \qquad (۳۵)$$

که در آن d_i برابر است با فاصله اقلیدسی بین دو جواب پارتو کناری در فضای حل. هم‌چنین $\bar{d}$ نیز برابر میانگین فواصل d_i ها می‌باشد. هر چه شاخص SM کمتر باشد، الگوریتم بهتر است.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

٤-٤ نتایج حل عددی

جهت مقایسه کارایی الگوریتم پیشنهادی رقابت استعماری، تمامی داده‌های ورودی ایجاد شده را توسط هر سه الگوریتم اجرا کرده و توسط چهار شاخص ذکر شده در بخش قبل آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. نتایج عددی حل مطابق جدول‌های ۳ و ۴ است.

جدول ۳. شاخص‌های مقایسه برای تعداد نقاط ۱۰ و ۳۰

Problem No.	Quality Metric (QM)			Spacing Metric (SM)		
	NSGA-II	PAES	MOICA	NSGA-II	PAES	MOICA
۱۰	۰/۱۹۸	۰	۰/۸۰۲	۱/۲۱۰	۰/٦۳۲	۰/۸۹٥
۱۰	۰/٥٤۰	۰	۰/۹٤٦	۱/٦۰۳	۰/٤۹٥	۱/۰۹۰
۱۰	۰/۱٤۹	۰	۰/۸٥۱	۱/٥۰۸	۰/۷۸۸	۰/٥۳۸
۱۰	۰	۰	۱	۰/۹۰٦	۰/۷۸٥	۰/۷۰٦
۳۰	۰/۲۸٤	۰	۰/۷۱٦	۱/٤٤۲	۰/۹٦٦	۰/٦٥۱
۳۰	۰	۰	۱	۱/۲٤۸	۰/۷٦٤	۰/٥٦٤
۳۰	۰/۰۱۹	۰	۰/۹۸۱	۱/۷۲٥	۱/۲۷۸	۰/۷٤٤
۳۰	۰	۰	۱	۰/۹۰۱	۰/۷۰۲	۱/۰۲۸

Problem No.	Diversity Metric (DM)			Mean Ideal Distance (MID)		
	NSGA-II	PAES	MOICA	NSGA-II	PAES	MOICA
۱۰	۱/۲۹٥	۱/۰۸۲	۱/۱۱٤	۰/٤۰۰	۰/۷۹٦	۰/۳۹۳
۱۰	۰/۸٦۰	۰/٦۸۱	۱/۱۳٥	۰/۷٤۷	۰/٦۱۰	۰/٤۳٤
۱۰	۱/۱۹۳	۰/۸٤۹	۱/۲۰٦	۰/٦٤٦	۰/٦۸۷	۰/٤٤٤
۱۰	۰/۸۰٦	۱/۳٦۱	۱/۳۱٤	۰/۷۹٦	۰/۸٤۱	۰/۲٤۸
۳۰	۱/۰۷۲	۰/٦۲۷	۰/۸۲۰	۰/٦۱۱	۰/۸۳۱	۰/۲۳٤
۳۰	۰/۷٤۱	۱/٤۸۳	۱/۱٥٥	۰/٥۹۲	۰/٥۷۱	۰/۳۷٤
۳۰	۱/۰٦٦	۱/۲۹٤	۰/۷۳۸	۰/۷۲۱	۰/٦۹۰	۰/۲۲۳
۳۰	۱/۱۳۸	۱/۰٦٤	۰/۷٦۰	۰/٤۹۱	۰/۷۳٤	۰/۳۳۱

از جدول‌های ۳ و۴ مشخص است که الگوریتم رقابت استعماری پیشنهاد شده در تمامی شاخص‌ها نسبت به دو الگوریتم دیگر عملکرد بهتری را داشته است. با این حال می‌توان برای مدل چندهدفه ارایه شده با اطمینان قابل قبول از الگوریتم رقابت استعماری و برای داده‌های مختلف استفاده کرد. جهت بالا بردن اعتبار الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم NSGA-II و الگوریتم PAES، از آزمون تی زوجی برای نشان دادن اختلاف معنی‌دار بین دو الگوریتم استفاده شده است که نتایج آن به صورت جدول ۵ نمایش داده شده است.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

جدول ٤. شاخص‌های مقایسه برای تعداد نقاط ۵۰، ۷۰ و ۱۰۰

Problem No.	Quality Metric (QM)			Spacing Metric (SM)		
	NSGA-II	PAES	MOICA	NSGA-II	PAES	MOICA
۵۰	۰	۰	۱	۱/۰٦٤	۱/۳٤۱	۰/۸۹۲
۵۰	۰	۰	۱	۱/٦۵۹	۰/۸۲۱	۰/۷۸۵
۵۰	۰/۱۷۹	۰	۰/۸۲۱	۰/۹٦۵	۱/۱۲۱	۰/٦۹۱
۵۰	۰	۰	۱	۰/۹۸٤	۱/۰۸۸	۰/۸٦۵
۷۰	۰/۱۸۵	۰	۰/۸۱۵	۱/۰۱۳	۰/٦۸۷	۰/٦۹۰
۷۰	۰	۰	۱	۱/۰۳۳	۱/۲۹۱	۰/٤۰۸
۷۰	۰	۰	۱	۱/۳۹۷	۰/٦٦٤	۰/٤٦۰
۱۰۰	۰	۰	۱	۰/۷۹۸	۱/۱۰۵	۰/۷۵۳
۱۰۰	۰	۰	۱	۰/۹٤۱	۰/۸۹٦	۱/۰٤۲
۱۰۰	۰/۰۵۰	۰	۰/۹۵۰	۱/٦٤۵	۱/۱۳۹	۰/۸۲۳

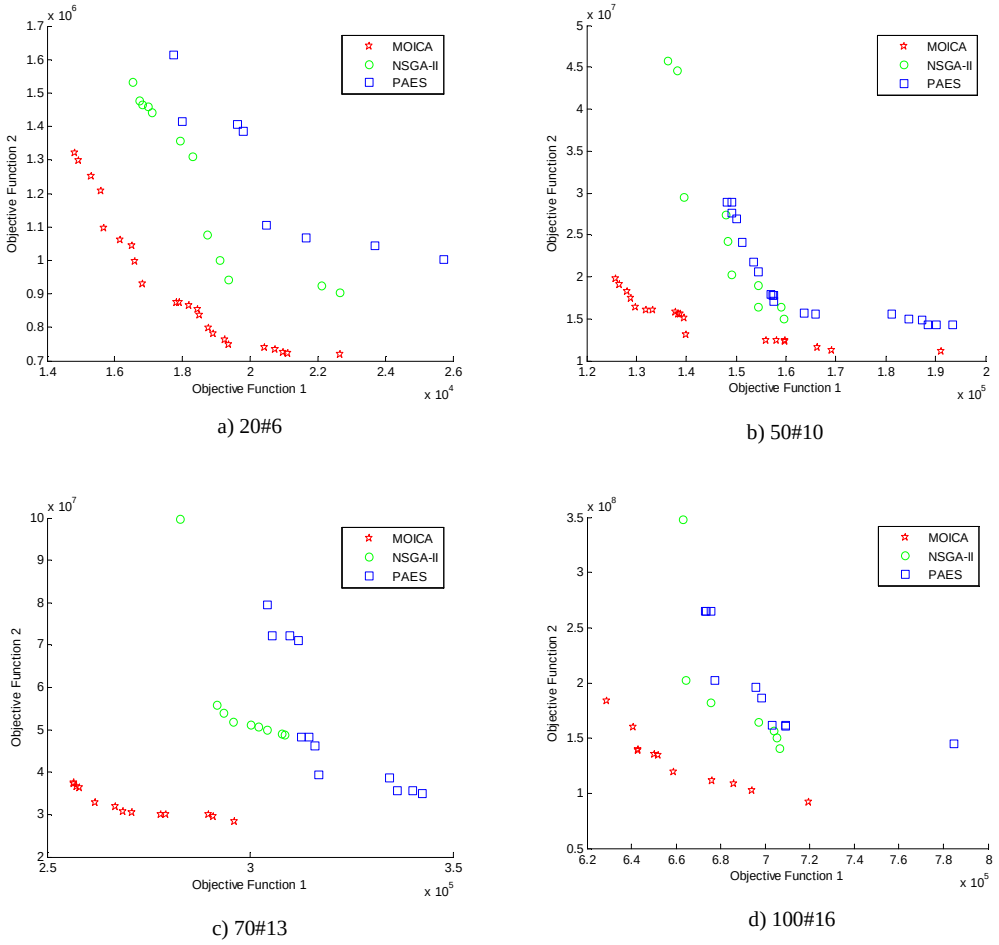
Problem No.	Diversity Metric (DM)			Mean Ideal Distance (MID)		
	NSGA-II	PAES	MOICA	NSGA-II	PAES	MOICA
۵۰	۱/۱٤۸	۱/۲۸۵	۱/۵۲۵	۰/٤۲۱	۱/۱۲۸	۰/۲۳۵
۵۰	۰/۹۵۵	۰/۲۳۳	۱/۳٤۰	۰/۵۷۷	۰/۵٦۹	۰/۵٤۳
۵۰	۰/۷۱٦	۰/۷۸۹	۱/۱۷۵	۰/٤۰۵	۰/۵۳۰	۰/۳۸۷
۵۰	۰/۸۷۳	۰/۲۹۵	۱/۵۳۰	۰/۷۵۹	۰/۸۹۰	۰/۳٦۵
۷۰	۰/٦۸۵	۱/۰۸۳	۰/۸۸۳	۰/٤۷۸	۱/۰٤۱	۰/۵۰۳
۷۰	۰/٦۱۱	۱/۲۸۹	۱/۳۹۷	۰/٤۳۷	۰/۷۱۸	۰/٤۷۲
۷۰	۱/۲۵۷	۰/۲۷۳	۱/۳۸۹	۰/۵۲۳	۰/٦۲۵	۰/٤۵۰
۱۰۰	۰/۹۵۳	۱/۲۳٤	۱/۰٤۹	۰/۵۸۲	۰/۷۳۷	۰/۵۱۷
۱۰۰	۰/۸۰۰	۰/۲۲۰	۱/۳٤۷	۰/٤٤۰	۰/٦٤۷	۰/٤۲٤
۱۰۰	۰/٦۲٦	۰/۹۵۲	۱/۲۷۸	۰/۷۹۹	۰/۸۵۷	۰/۲۳۰

جدول ۵. آزمون تی زوجی جهت مقایسه دو الگوریتم

Metric	Pair		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
			Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	۹۵% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Quality	MOICA	NSGA-II	۰/۸۴۸	۰/۲۱۵	۰/۰۵۰	۰/۷۴۱	۰/۹۵۵	۱۶/۷۴	۱۷	۰
		PAES	۰/۹۳۷	۰/۰۹۲	۰/۰۲۱	۰/۸۹۲	۰/۹۸۳	۴۳/۱۳	۱۷	۰
SM		NSGA-II	-۰/۴۶۷	۰/۳۷۷	۰/۰۸۸	-۰/۶۵۵	-۰/۲۷۹	-۵/۲۵	۱۷	۰
		PAES	-۰/۱۶۳	۰/۳۴۷	۰/۰۸۱	-۰/۳۳۰	۰/۰۰۹	-۱/۹۹	۱۷	۰/۰۶۲
DM		NSGA-II	۰/۲۳۹	۰/۳۵۵	۰/۰۸۳	۰/۰۶۲	۰/۴۱۶	۲/۸۵	۱۷	۰/۰۱۱
		PAES	۰/۲۷۸	۰/۵۵۱	۰/۱۳۰	۰/۰۰۴	۰/۵۵۲	۲/۱۴	۱۷	۰/۰۴۷
MID		NSGA-II	-۰/۲۰۰	۰/۲۰۳	۰/۰۴۷	-۰/۳۰۱	-۰/۰۹۹	-۴/۱۹	۱۷	۰/۰۰۱
		PAES	-۰/۳۷۱	۰/۲۲۴	۰/۰۵۲	-۰/۴۸۳	-۰/۲۶۰	-۷/۰۳	۱۷	۰

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

با توجه به سطوح معنی‌دار بودن آزمون‌های تی زوجی و توجه به این که مقادیر همگی آن‌ها کمتر از ۰/۰۵ می‌باشد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی در هر چهار شاخص اختلاف معنی‌داری با الگوریتم NSGA-II و الگوریتم PAES دارد. بنابراین از الگوریتم پیشنهادی می‌توان با اطمینان بالا در سایر مسایل استفاده نمود. در نهایت تصویر جواب‌های پارتو برای چهار عدد از مسایل با کیفیت ۱ در شکل ۶ نشان داده شده‌اند.



a) 20#6

b) 50#10

c) 70#13

d) 100#16

شکل ٦. جواب‌های پارتو برای چهار مساله نمونه

۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله مساله مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن پنجره زمانی و زمان‌های احتمالی در نظر گرفته شد. مدل ریاضی چند هدفه آن ارایه شده و توسط یک الگوریتم فراابتکاری چندهدفه به اسم الگوریتم رقابت استعماری حل و با الگوریتم مقایسه‌ای NSGA-II و الگوریتم PAES مقایسه شد. در ابتدا به دلیل غیر خطی بودن یکی از محدودیت‌ها تلاش به خطی سازی آن از طریق تابع توزیع استاندارد نمودیم. پس از خطی‌سازی و به دلیل سخت بودن مساله مورد بررسی، از الگوریتم ترکیبی فراابتکاری رقابت استعماری چندهدفه جهت یافتن جواب‌های پارتو استفاده شد و در نهایت عملکرد الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم NSGA-II و الگوریتم PAES مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

عملکرد بهتر الگوریتم رقابت استعماری را نشان داد. در ادامه نیز برای بالا بردن اعتبار نتایج از آزمون تی زوجی استفاده شد که نتیجه آن وجود اختلاف معنی‌دار بین دو الگوریتم تحت مقایسه بود. استفاده از سایر الگوریتم‌ها و هم‌چنین اعمال فرضیات جدید به مساله می‌تواند جزء مطالعات آتی به خوانندگان پیشنهاد شود.

منابع

[1] Ho, W., Ho, G. T. S., Ji, P., Lau, H. C. W., (2008). A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 21, 548–557.

[2] Mester, D., Bräysy, O., Dullaert, W. (2007). A multi-parametric evaluation strategies algorithm for vehicle routing problems. Expert Systems with Applications, 32, 508–517.

[3] Ren, Y., Dessouky, M., Ordo9ñez, F., (2010). The multi-shift vehicle routing problem with overtime. Computers and Operations Research, 37, 1987–1998.

[4] Yu, B., Yang, Z. Z., Yao, B. Z., (2011). A hybrid algorithm for vehicle routing problem with time windows. Expert Systems with Applications, 38, 411–435.

[5] Laporte, G., Louveaux, F., Mercure, H., (1992). The vehicle routing problem with stochastic travel times. Transportation Science; 26(3), 161–170.

[6] Van Woensel, T., Kerbache, L., Peremans, H., Vandaele, N., (2008). Vehicle routing with dynamic travel times: a queueing approach. European Journal of Operational Research; 186(3), 990–1007.

[7] Ando, N., Taniguchi, E., (2006). Travel time reliability in vehicle routing and scheduling with time windows. Networks and Spatial Economics; 6, 293–311.

[8] Russell, R. A., Urban, T. L., (2008). Vehicle routing with soft time windows and Erlang travel times. Journal of the Operational Research Society; 59, 1220–1228.

[9] Li, X., Tian, P., Leung, S., (2010). Vehicle routing problems with time windows and stochastic travel and service times: models and algorithm. International Journal of Production Economics, 125, 137–45.

[10] Tas, D., Dellaert, N., Woensel, T., Kok, T., (2013). Vehicle routing problem with stochastic travel times including soft time windows and service costs. Computers & Operations Research, 40: 214–224

[11] Xie, B., (2003). Research on stochastic vehicle routing problems. Ph.D. thesis, Xinan Jiaotong University, China.

[12] Shao, Z., Gao, S., Wang, S., (2009). A hybrid particle swarm optimization algorithm for vehicle routing problem with stochastic travel time. Fuzzy information and engineering, Berlin/Heidelberg: Springer; 54, 566–574.

[13] Azi, N., Gendreau, M., Potvin, J., (2007). An exact algorithm for a single-vehicle routing problem with time windows and multiple routes. European Journal of Operational Research, 178, 755-766.

[14] Thangiah, S., Nygard, R. K., Juell, P., (1991). GIDEON: A Genetic Algorithm System for Vehicle Routing Problems with Time Windows. Proceedings of the Seventh IEEE Conference on Artificial Intelligence Applications, Miami, Florida, 322-328.

[15] Mingozzi, A., Giorgi, S., Baldacci, R., (1999). An Exact Method for the Vehicle Routing Problem with Back hauls" Transportation Science, 33, 315-329.

[16] Thangiah, S., Potvin, J., Sun, T., (1996). Heuristic Approaches to vehicle Routing with Backhauls and Time Winsows" International jounal of Computers and operations Research; 23(11), 1043-1057.

[17] Zadeh, L. A., (1965). Fuzzy sets. Information and Control, 8, 338–353.

[18] Wang, H. F., Wen, Y. P., (2004). Time-constrained Chinese postman problems. Computer and Mathematical Application, 44, 375-387.

[19] Teodorovich, D., Pavkovickm, G., (1992). A simulated annealing technique approach to the vehicle routing problem in the case of the stochastic. Transportation Planning and Technology, 16(4), 261–273.

[20] Lai, K. K., Liu, B., Peng, J., (2003). Vehicle routing problem with fuzzy travel times and its genetic algorithm. Technical Report.

[21] Zheng, Y., Liu, B., (2006). Fuzzy vehicle routing model with credibility measure and its hybrid intelligent algorithm. Appl. Math. Comput, 176(2), 673–683.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]

[22] Hadadi, B., Malekly, H., (2009). An Approach to Fuzzy Random Vehicle Routing Problem. 6th International Conference of Industrial Engineering, Iran, Tehran.
[23] Malekly, H., Hadadi, B., Tavakkoli-Moghadam R., (2009). A Fuzzy Random Vehicle Routing Problem: The Case of Iran. Accepted in the 39th International Conference on Computers & Industrial Engineering (CIE39), France, Troyes.
[24] Sakawa, M., (1993). Fuzzy Sets and Interactive Multi objective Optimization. Plenum Press, New York.
[25] Gargari, A., Lucas, E. C., (2007). Imperialist Competitive Algorithm: An algorithm for optimization inspired by imperialist competitive. IEEE Congress on Evolutionary computation, Singapore.

[Downloaded from jorlu.ir on 2026-11-29]