

## مساله چندهدفه مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار با محدودیت شانس و ترجیحات مشتری و حل آن با الگوریتم‌های چندهدفه تکاملی

ناعمه زرین‌پور\*

۱- استادیار، دانشگاه صنعتی شیراز، گروه مهندسی صنایع، شیراز، ایران

رسید مقاله: ۲۸ اسفند ۱۳۹۴

پذیرش مقاله: ۶ اسفند ۱۳۹۶

### چکیده

تصمیمات مکان‌یابی تسهیلات از مهم‌ترین مسایل استراتژیک سازمان‌ها محسوب می‌شود و از آن‌جا که مستلزم صرف هزینه‌های بالای سرمایه‌گذاری است، تغییر این تصمیمات اغلب امکان‌ناپذیر خواهد بود؛ بنابراین اخذ تصمیمات مکان‌یابی تسهیلات به شیوه بهینه و با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و مفروضات دنیای واقعی ضروری به نظر می‌رسد. در این مقاله یک مدل مکان‌یابی تسهیلات هم از منظر سازمان ارایه‌دهنده خدمت و هم از منظر مشتریان با اهداف کمینه‌سازی هزینه ثابت استقرار و بیشینه‌سازی جذب تقاضا پیشنهاد می‌شود. در این مدل ترجیحات مشتری بررسی می‌شود که به موجب آن مشتریان تسهیلات را بر اساس کیفیت، زمان سفر و هزینه خدمت انتخاب می‌کنند. با توجه به ماهیت غیرقطعی تقاضای مشتریان در دنیای واقعی و ظرفیت محدود خدمت‌دهی تسهیلات، از محدودیت شانس استفاده شده است که به واسطه آن برآورده نمودن تقاضای مشتریان با یک سطح خدمت مشخص تضمین می‌شود. با توجه به ماهیت NP-hard مساله، الگوریتم چندهدفه جستجوی هارمونی (MOHS) و الگوریتم ژنتیک دسته‌بندی نامغلوب نوع دو (NSGA-II) برای حل مدل ارایه می‌گردد. برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های حل از آزمایش‌های تاگوچی استفاده می‌شود. عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی با معیارهای عملکردی مختلف نظیر نرخ خطا، فاصله نسل، معیار فاصله‌گذاری، معیار تنوع، تعداد جواب‌های بهینه پارتو و زمان اجرا مقایسه می‌شود. در پایان نتایج به صورت آماری با استفاده از آزمون  $t$  دو نمونه‌ای ارزیابی شده است تا وجود یا عدم وجود تفاوت معنادار بین الگوریتم‌های حل بر اساس معیارهای ارزیابی عملکرد بررسی شود. نتایج عددی نشان می‌دهد که در مجموع عملکرد الگوریتم MOHS بهتر از NSGA-II است.

**کلمات کلیدی:** مکان‌یابی تسهیلات، محدودیت ظرفیت، ترجیحات مشتری، محدودیت شانس، الگوریتم چندهدفه جستجوی هارمونی، NSGA-II.

### ۱ مقدمه

مکان‌یابی از جمله تحلیل‌های مکانی است که تاثیر فراوانی در کاهش هزینه‌های ایجاد و راه اندازی فعالیت‌های مختلف و موفقیت واحدهای صنعتی دارد، به همین دلیل یکی از مراحل مهم و اثرگذار پروژه‌های اجرایی به شمار

\* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: zarrinpoor@sutech.ac.ir

می‌رود. هدف اصلی مسایل مکان‌یابی، استقرار یک یا تعدادی از تسهیلات جدید به گونه‌ای است که تابع هدف ویژه‌ای بهینه شود؛ این تابع هدف می‌تواند کمینه نمودن هزینه سفر، فاصله فیزیکی، هزینه‌های عملیاتی یا حمل و نقل، ارایه خدمات عادلانه به مشتریان، کسب بیش‌ترین سهم بازار و غیره باشد [۱،۲]. تصمیمات مکان‌یابی تسهیلات از مهم‌ترین مسایل استراتژیک هر سازمان است که در ابتدای افق برنامه‌ریزی مطرح می‌شود و از آن‌جا که مستلزم صرف هزینه‌های بالای سرمایه‌گذاری است، تغییر این تصمیمات اغلب امکان‌ناپذیر خواهد بود؛ بنابراین اخذ تصمیمات مکان‌یابی تسهیلات به شیوه بهینه و با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و مفروضات دنیای واقعی ضروری به نظر می‌رسد.

در بسیاری از مسایل مکان‌یابی تسهیلات فرض شده است که تسهیلات به اندازه کافی ظرفیت دارند تا کلیه تقاضاهایی را که با آن مواجه می‌شوند، برآورده سازند. از مسایل قطعی بدون محدودیت ظرفیت می‌توان مساله  $p$ -میان<sup>۱</sup> و مساله مکان‌یابی هزینه ثابت<sup>۲</sup> را نام برد. در مساله  $p$ -میان، هدف استقرار  $p$  تسهیل با ظرفیت نامحدود است به گونه‌ای که کل زمان سفر کمینه شود. در مساله مکان‌یابی هزینه ثابت نیز هدف تعیین تعداد تسهیلاتی است که کل هزینه راه‌اندازی و استقرار تسهیلات را کمینه نماید. مدل‌هایی از قبیل مدل  $p$ -میان ممکن است گاهی اوقات مناسب باشند؛ اما معمولاً غیرواقعی و غیرعملی به نظر می‌رسد که منابع موجود برای استقرار تسهیلات آن‌قدر زیاد باشند که همه تقاضاهای قابل تصور را بتوان برآورده ساخت. علاوه بر این در موقعیت‌های واقعی، تقاضای مشتریان ماهیت متغیر و تصادفی دارند. ممکن است تسهیل بتواند میانگین تقاضای مشتریان را برآورده سازد؛ اما در صورت مواجهه با تقاضای سنگین، تسهیل نمی‌تواند از عهده برآورده ساختن همه آن‌ها برآید [۳].

برای بررسی محدودیت‌های ظرفیتی تسهیلات، مساله مکان‌یابی تسهیلات ظرفیت‌دار<sup>۳</sup> (CFLP) مطرح شد که از مشهورترین مسایل بهینه‌سازی ترکیبی است و کاربردهای بسیاری در مسایل مکان‌یابی و برنامه‌ریزی توزیع، برنامه‌ریزی تولید، طراحی شبکه ارتباطات از راه دور و موارد دیگر دارد. همچنین این مساله پایه‌ای برای بسیاری از مسایل پیچیده‌تر نظیر مساله مکان‌یابی-مسیریابی ایجاد می‌کند. در مساله CFLP، دو سطح از تصمیمات شامل تعیین مکان برای استقرار تسهیلات جدید و تخصیص مشتریان به تسهیلات استقرار یافته با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیتی تسهیلات باید اتخاذ شود. مسایل CFLP موجود در ادبیات به دو دسته کلی مسایل چندمنبعی و تک‌منبعی تقسیم‌بندی می‌شود. در مساله CFLP چندمنبعی، تقاضای مشتری با بیش از یک تسهیل برآورده می‌شود که در این صورت یکی از زیرمسایل CFLP یعنی مساله تخصیص مشتریان، به یک مساله حمل و نقل تبدیل خواهد شد و می‌تواند با استفاده از الگوریتم سیمپلکس حمل و نقل به صورت کارا حل شود. اگر امکان برآورده نمودن تقاضای مشتری با بیش از یک تسهیل میسر نباشد، مساله CFLP تک‌منبعی<sup>۴</sup> (SSCFLP) حاصل

<sup>۱</sup>.p-median

<sup>۲</sup>.Fixed-charge Location Problem

<sup>۳</sup>.Capacitated Facility Location Problem

<sup>۴</sup>.Single Source Capacitated Facility Location Problem

خواهد شد و زیرمساله تخصیص مشتری به یک مساله تخصیص عمومی با ماهیت NP-hard تبدیل می‌شود. از این‌رو مساله SSCFLP یک مساله بسیار پیچیده‌تر از CFLP با چندین منبع است [۴].

با توجه به ماهیت NP-hard مساله SSCFLP، روش‌های حل متفاوتی شامل روش‌های دقیق، ابتکاری و فراابتکاری در ادبیات موضوع پیشنهاد شده است. یکی از اولین روش‌های دقیق برای حل این مساله توسط نیب و رائو [۵] پیشنهاد شد که بر اساس آن ابتدا مساله به صورت مساله اولویت‌بندی مجموعه مدل‌سازی و سپس با استفاده از روش حد و شاخه و تولید ستون حل شد. کاربرد موفقیت‌آمیز روش‌های مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ نیز در حل این مساله توسط هلمبرگ و همکاران [۶]، وو و همکاران [۷] و کرتینهاال و همکاران [۸] گزارش شده است. تفاوت روش‌های مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ در محدودیت‌های آزادسازی شده و روش‌های ایجاد جواب شدنی است. از دیگر روش‌های دقیق در حل این مساله می‌توان الگوریتم تجزیه بندرز را نام برد که توسط ونگتس [۹]، مگنانتی و همکاران [۱۰] و فیسچتی و همکاران [۱۱] پیشنهاد شده است.

از روش‌های فرا ابتکاری نیز در حل این مساله استفاده شده است. دلمایر و همکاران [۱۲] و هو [۴] از روش حل مبتنی بر الگوریتم جستجوی ممنوع، آهوجا و همکاران [۱۳]، ایراوان و همکاران [۱۴] و تران و همکاران [۱۵] از الگوریتم جستجوی همسایگی، کنتراس و دیاز [۱۶] از روش جستجوی پراکنده، چن و تینگ [۱۷] از یک روش ترکیبی مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ و سیستم کلونی مورچه، رحمانی و میرحسینی [۱۸] از یک الگوریتم ترکیبی مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک و کرم شب‌تاب و گستاربا و اسپرانزا [۱۹] از روش جستجوی کرنل برای حل مساله استفاده کردند.

بر اساس مرور ادبیات موضوع، می‌توان بیان نمود که در همه تحقیقات پیشین مدل پایه SSCFLP با مفروضات ساده‌کننده‌ای بررسی شده است. این مفروضات با این که حل مساله را آسان‌تر می‌نمایند؛ ولی نماینده خوبی برای مسایل جهان واقعی نخواهند بود. یکی از مفروضات ساده‌کننده به کار رفته در تحقیقات پیشین، قطعی در نظر گرفتن پارامترهای مساله است. در این خصوص باید بیان نمود که با توجه به این که تصمیمات مکان‌یابی برای یک افق زمانی بلندمدت اتخاذ می‌شوند، بسیاری از پارامترها ماهیت غیرقطعی و تصادفی دارند و با قطعی فرض نمودن داده‌های مساله ممکن است جواب بهینه مساله در شرایط واقعی موجه نباشد و یا هنگام پیاده‌سازی با خطا همراه باشد. به عنوان مثال بر اساس مقاله بنتال و نیمروفسکی [۲۰] آشکار می‌شود که اگر در پارامترها تنها ۰/۰۰۱ عدم قطعیت وجود داشته باشد، موجه بودن جواب بهینه به دست آمده با استفاده از داده‌های قطعی با یک احتمال قابل ملاحظه دچار مخاطره خواهد شد و بر اساس آن محدودیت‌های مساله نقض می‌شوند. همچنین شواهدی در دست نیست که با استفاده از تنظیمات و تغییرات اندک در جواب بهینه به دست آمده بر اساس مقادیر قطعی مانع بروز این مشکلات شد. به طور کلی عدم قطعیت‌های موجود در سیستم‌های جهان واقعی را می‌توان به دو گروه عدم قطعیت‌های محیطی و عدم قطعیت‌های سیستم تقسیم‌بندی نمود. عدم قطعیت محیطی مربوط به تقاضا و تامین است که از عملکرد مشتریان و تامین‌کنندگان سازمان نشأت می‌گیرد. عدم قطعیت سیستم نیز بر اساس نوع فعالیت سازمان مورد بررسی در پارامترهای مختلف فرآیندهای تولید، توزیع و خدمت‌دهی نظیر هزینه‌ها، ظرفیت سیستم، در دسترس بودن منابع و غیره لحاظ می‌شود [۲۱].

در این مقاله یک مدل ریاضی بر پایه مساله SSCFLP با در نظر گرفتن عدم قطعیت در تقاضای مشتریان پیشنهاد می‌شود. با توجه به این که در مساله SSCFLP باید بر اساس محدودیت ظرفیتی، تقاضای مشتریان برآورده شود، برای مهار عدم قطعیت‌های موجود در تقاضا از برنامه‌ریزی محدودیت شانس<sup>۱</sup> استفاده می‌شود تا برآورده نمودن تقاضای مشتریان را با استفاده از یک سطح خدمت مشخص تضمین نماید. برنامه‌ریزی محدودیت شانس نخستین بار توسط چارنز و کوپر [۲۲] پیشنهاد شد که بر اساس آن متغیرهای تصادفی در تابع هدف و محدودیت‌ها لحاظ می‌شود. یکی از روش‌های اصلی حل مسایل برنامه‌ریزی محدودیت شانس، تبدیل محدودیت‌های تصادفی به محدودیت‌های قطعی است. در این روش فرض می‌شود که پارامترهای دارای عدم قطعیت از توابع توزیع احتمالی مشخصی پیروی می‌کنند. همچنین باید تضمین شود که محدودیت‌های شامل پارامترهای غیرقطعی با یک سطح اطمینان مشخص برآورده می‌شوند [۲۲، ۲۳].

از سوی دیگر در تصمیمات مکان‌یابی تسهیلات توجه به تنها یک تابع هدف نمی‌تواند مطلوبیت بالایی برای مدیران صنایع فراهم کند و موفقیت و بقای سازمان را در محیط کسب و کار تضمین نماید. به عنوان مثال اگر یک سازمان تنها مکان‌یابی تسهیلات با هدف کمینه نمودن هزینه‌ها را مدنظر قرار دهد و از اهداف دیگری نظیر رضایت مشتری، کیفیت بالای خدمات ارایه شده، استراتژی‌های خدمت‌دهی و موارد دیگر غافل شود، کاهش فروش و سهم بازار در آینده صرفه‌جویی ایجاد شده در هزینه‌ها را از بین خواهد برد و سازمان متحمل هزینه‌های جبران‌ناپذیری خواهد شد. با وجود این، در همه تحقیقات پیشین در مدل پایه SSCFLP افزایش فروش سودآور و جذب تقاضای بازار نادیده گرفته شده است و تنها به کمینه‌سازی هزینه‌های سیستم توجه شده است. در مدل پیشنهادی، انتخاب مکان برای استقرار تسهیلات جدید با اهداف کمینه نمودن هزینه ثابت استقرار و بیشینه نمودن درصد تقاضای جذب شده بر اساس ترجیحات مشتری صورت می‌گیرد. ترجیحات مشتری با استفاده از مهم‌ترین معیارهای تاثیرگذار بر انتخاب یک تسهیل نظیر زمان سفر، کیفیت و هزینه خدمات ارایه شده مدل‌سازی می‌شود. همچنین به دلیل ماهیت NP-hard مساله، دو الگوریتم چندهدفه تکاملی با نام‌های الگوریتم چندهدفه جستجوی هارمونی<sup>۲</sup> (MOHS) و الگوریتم ژنتیک دسته‌بندی نامغلوب نوع دو<sup>۳</sup> (NSGA-II) برای حل مدل ارایه خواهد شد. عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی با استفاده از معیارهای عملکردی مختلف نظیر نرخ خطا، فاصله نسل، معیار فاصله‌گذاری، معیار تنوع، تعداد جواب‌های بهینه پارتو و زمان اجرا ارزیابی می‌شود.

ادامه مقاله به این صورت سازماندهی شده است: در بخش بعدی روابط ریاضی و مدل‌سازی مساله ارایه می‌شود. بخش سوم جزییات الگوریتم‌های حل را شرح می‌دهد. معیارهای عملکردی الگوریتم‌ها در بخش چهارم بیان می‌شود. تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی با استفاده از روش تاگوچی در بخش پنجم ارایه می‌شود. نتایج عددی در بخش ششم بیان می‌شود و آخرین بخش مربوط به نتیجه‌گیری و جهت‌های تحقیقات آتی است.

<sup>1</sup>. Chance Constraint Programming

<sup>2</sup>. Multi-objective Harmony search

<sup>3</sup>. Non-dominated sorting Genetic Algorithm-II

## ۲ مدل سازی ریاضی مساله

در این مقاله یک مساله مکان یابی چندهدفه تسهیلات با اهداف کمینه نمودن هزینه ثابت استقرار تسهیلات و بیشینه نمودن جذب تقاضای مشتریان پیشنهاد شده است. سیستم تحت بررسی به عنوان یک شبکه در نظر گرفته می شود که در آن گره ها معرف مکان داوطلب برای استقرار تسهیلات و مشتریان است و کمان ها مسیرهای ممکن بین گره ها را نشان می دهد. در این مدل برای بیان ترجیحات مشتری در انتخاب تسهیلات از سه عامل کیفیت، زمان سفر و هزینه دریافت خدمت استفاده شده است، بدین ترتیب انتخاب تسهیلات توسط مشتری با کیفیت خدمت ارایه شده توسط تسهیل نسبت مستقیم دارد و زمان سفر و هزینه دریافت خدمت به صورت معکوس بر انتخاب مشتری تاثیر خواهند داشت. شایان ذکر است که تسهیلات با جذابیت بالاتر، مشتریان بیش تری را جذب خواهند کرد. فرض شده است که تقاضای مشتریان ماهیت غیرقطعی و تصادفی دارند و برای این که برآورده نمودن تقاضای مشتریان با توجه به محدودیت ظرفیتی تسهیلات تضمین شود، برای هر یک از تسهیلات سطح خدمتدهی مشخصی در نظر گرفته شده است. در جدول ۱ مجموعه ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مساله مشخص شده است.

هدف مساله انتخاب مکان بهینه تسهیلات به گونه ای است که اهداف کمینه سازی هزینه ثابت استقرار و بیشینه سازی جذب تقاضا بر اساس ترجیحات مشتریان محقق شود؛ بنابراین مدل ریاضی به صورت زیر بیان می شود:

جدول ۱. مجموعه ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم

| مجموعه/پارامتر/متغیر | توضیحات                                                                                   |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| $J$                  | مجموعه مکان های داوطلب برای استقرار تسهیلات $J = \{1, 2, \dots, m\}$                      |
| $I$                  | مجموعه نقاط تقاضا $I = \{1, 2, \dots, n\}$                                                |
| $a_i$                | تقاضای مشتری $i$                                                                          |
| $\mu_i$              | میانگین تقاضای مشتری $i$                                                                  |
| $\sigma_i^2$         | واریانس تقاضای مشتری $i$                                                                  |
| $f_j$                | هزینه ثابت استقرار تسهیل $j$                                                              |
| $t_{ij}$             | زمان سفر بین مشتری $i$ و تسهیل $j$                                                        |
| $L_j$                | ظرفیت تسهیل $j$                                                                           |
| $p_j$                | هزینه خدمت تسهیل $j$                                                                      |
| $\alpha_j$           | سطح خدمت تسهیل $j$                                                                        |
| $w_{ij}$             | ترجیحات مشتری $i$ در انتخاب تسهیل $j$                                                     |
| $A_j$                | کیفیت خدمت تسهیل $j$                                                                      |
| $\gamma$             | میزان اهمیت هزینه خدمت تسهیل $j$ در انتخاب مشتری                                          |
| $x_{ij}$             | متغیر دودویی که اگر مشتری $i$ تسهیل $j$ را انتخاب کند برابر یک و در غیر این صورت صفر است. |
| $y_j$                | متغیر دودویی که اگر تسهیل در مکان $j$ مستقر شود برابر یک و در غیر این صورت صفر است.       |

$$\text{Max} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i w_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Min} \sum_{j=1}^m f_j y_j \quad (2)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in I, \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq y_j, \quad \forall i \in I, j \in J, \quad (4)$$

$$w_{ij} = \frac{A_j}{\gamma p_j + (1-\gamma)t_{ij}}, \quad \forall i \in I, j \in J, \quad (5)$$

$$p \left( \sum_{i=1}^n a_i x_{ij} \leq L_j y_j \right) \geq \alpha_j, \quad \forall j \in J, \quad (6)$$

$$x_{ij}, y_j = 0, 1, \quad \forall i \in I, j \in J. \quad (7)$$

تابع هدف اول بیشینه‌سازی جذب تقاضای مشتریان را بر اساس ترجیحات آن‌ها مشخص می‌کند. تابع هدف دوم نشان‌دهنده کمینه‌سازی هزینه ثابت استقرار تسهیلات است. محدودیت (۳) بیان می‌کند که مشتری حداکثر با یک تسهیل خدمت‌دهی می‌شود. محدودیت (۴) مشخص می‌کند که تقاضای مشتری تنها توسط تسهیلات استقرار یافته برآورده خواهد شد. محدودیت (۵) بیان می‌کند که مشتری تسهیل با بالاترین کیفیت خدمت‌دهی و کم‌ترین هزینه خدمت و زمان سفر را انتخاب خواهد کرد. محدودیت (۶) احتمال برآورده شدن تقاضای مشتری را بر اساس ظرفیت تسهیلات با یک سطح خدمت‌دهی مشخص، تضمین می‌کند. محدودیت (۷) نیز حدود متغیرهای تصمیم مساله را مشخص می‌کند.

در مدل پیشنهادی، محدودیت (۶) معرف محدودیت شانس است. برای مهار عدم قطعیت تقاضای مشتریان، فرض شده است که تقاضای مشتریان از توزیع نرمال با میانگین  $\mu_i$  و واریانس  $\sigma_i^2$  پیروی می‌کند. با استفاده از رویکرد معرفی شده توسط چارلز و دوتا [۲۴]، این محدودیت احتمالی به یک محدودیت قطعی تبدیل شده است. از آن جا که تقاضای مشتریان مستقل و دارای توزیع نرمال است، کل تقاضا برای تسهیل  $j$  نیز از توزیع نرمال با میانگین  $\sum_{i=1}^n \mu_i x_{ij}$  و واریانس  $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_{ij}^2$  پیروی می‌کند. بنابراین محدودیت (۶) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p \left( \frac{\sum_{i=1}^n a_i x_{ij} - \sum_{i=1}^n \mu_i x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_{ij}^2}} \leq \frac{L_j y_j - \sum_{i=1}^n \mu_i x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_{ij}^2}} \right) \geq \alpha_j \quad \forall j \in J \quad (8)$$

با توجه به این که متغیر  $\frac{\sum_{i=1}^n a_i x_{ij} - \sum_{i=1}^n \mu_i x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_{ij}^2}}$  دارای توزیع نرمال استاندارد است، خواهیم داشت:

$$p \left( z \leq \frac{L_j y_j - \sum_{i=1}^n \mu_i x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_{ij}^2}} \right) \geq \alpha_j \quad \forall j \in J \quad (9)$$

$$\frac{L_j y_j - \sum_{i=1}^n \mu_i x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_{ij}^2}} \geq z_{\alpha_j} \quad \forall j \in J \quad (10)$$

در این صورت شکل قطعی محدودیت (۶) به قرار زیر خواهد بود:

$$\sum_{i=1}^n \mu_i x_{ij} + z_{\alpha_j} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_{ij}^2} \leq L_j y_j \quad \forall j \in J \quad (11)$$

همچنین با استفاده از رویکرد چارنز و کوپر [۲۵]، از مقدار مورد انتظار تابع هدف برای مهار عدم قطعیت موجود در تابع هدف استفاده می‌شود؛ بنابراین معادل مقدار قطعی تابع هدف اول به صورت زیر خواهد بود:

$$E \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i w_{ij} x_{ij} \right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_i w_{ij} x_{ij} \quad (12)$$

### ۳ روش حل

مساله SSCFLP دارای ماهیت NP-hard است [۴] و با در نظر گرفتن عدم قطعیت تقاضا، محدودیت شانس، ترجیحات مشتری و توابع هدف چندگانه به یک مدل بهینه‌سازی دوهدفه غیرخطی تبدیل می‌شود و پیچیدگی‌های حل مساله به صورت چشمگیری افزایش می‌یابد؛ بنابراین امکان حل آن با روش‌های دقیق و نرم‌افزارهای بهینه‌سازی موجود به صورت کارا و در زمان محاسباتی مناسب میسر نیست؛ لذا برای حل چالش‌های محاسباتی تمرکز این مقاله به توسعه الگوریتم‌های چندهدفه تکاملی است. از بین الگوریتم‌های چندهدفه تکاملی، الگوریتم MOHS و الگوریتم NSGA-II برای حل مدل انتخاب شده است. از مهم‌ترین مزایای الگوریتم MOHS می‌توان قابلیت کاربرد آن برای حل مسایل بهینه‌سازی گسسته و پیوسته، محاسبات ریاضی کم، مفهوم ساده، پارامترهای کم و جستجوی محدوده وسیعی از فضای حل در زمان قابل قبول را نام برد [۲۶]. الگوریتم NSGA-II نیز به صورت موفقیت آمیز برای حل بسیاری از مسایل مهندسی، مدیریت و بهینه‌سازی ترکیبی به کار رفته است. این الگوریتم همچنین به عنوان یک مرجع برای مقایسه عملکرد الگوریتم‌های جدید توسعه یافته

استفاده می‌شود [۲۷]. در این بخش ابتدا مفاهیم اصلی مسایل بهینه‌سازی چندهدفه و سپس جزئیات الگوریتم‌های حل شرح داده می‌شود.

### ۳-۱ بهینه‌سازی چندهدفه

مساله بهینه‌سازی چندهدفه زیرشاخه‌ای از مجموعه روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره است که در بین مجموعه نامحدودی از جواب‌های محتمل، جواب بهینه مساله را به دست می‌آورد. در مسایل بهینه‌سازی چندهدفه، هدف یافتن برداری از متغیرهای تصمیم است که همه محدودیت‌های مساله را برآورده سازد و مقادیر قابل قبولی برای همه توابع هدف به دست آورد؛ بنابراین در این مسایل باید بر اساس بردار  $X^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*]$ ، تابع هدف زیر بهینه شود:

$$F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]^T \quad (13)$$

این تابع هدف در معرض  $m$  محدودیت نامساوی و  $p$  محدودیت تساوی به صورت زیر قرار می‌گیرد:

$$g_i(X) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (14)$$

$$h_j(X) = 0 \quad j = 1, \dots, p \quad (15)$$

در اغلب الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه از مفهوم غلبه استفاده می‌شود. اگر یک مساله با دو تابع هدف کمینه‌سازی و دو بردار تصمیم  $X$  و  $Y$  موجود باشد،  $X$  بر  $Y$  غلبه می‌کند اگر به ازای همه جواب‌های موجود داشته باشیم:

$$f_i(X) \leq f_i(Y) \quad \forall i = \{1, \dots, m\} \quad (16)$$

همچنین حداقل به ازای یکی از جواب‌ها باید شرط زیر برقرار شود:

$$f_i(X) < f_i(Y) \quad \exists i = \{1, \dots, m\} \quad (17)$$

مجموعه جواب‌هایی که در شرایط بالا صدق کنند و مغلوب هیچ یک از بردارهای تصمیم موجود نباشند، مجموعه جواب‌های نامغلوب نامیده می‌شوند. در یک مساله بهینه‌سازی، مجموعه جواب‌های نامغلوب، مجموعه جواب‌های بهینه پارتو را تشکیل می‌دهند؛ بنابراین مجموعه جواب‌های بهینه پارتو شامل همه بردارهای تصمیمی می‌شود که به ازای آن‌ها همه توابع هدف بدون بدتر نمودن تابع هدف دیگر بهبود یابد [۲۸].

### ۳-۲ الگوریتم چندهدفه جستجوی هارمونی

الگوریتم جستجوی هارمونی یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جمعیت است که طرح کلی آن برگرفته از رفتار گروه موسیقی است. این الگوریتم نخستین بار توسط گیم و همکاران [۲۹]، در سال ۲۰۰۱ ارائه شد. هارمونی در



موسیقی به معنای اجرای نت‌های متفاوت به صورت همزمان است که در نهایت به آهنگی موزون و زیبا از نظر شنیداری تبدیل می‌شود. هر هارمونی پس از تولید، باید از نظر زیبایی‌شناسی بررسی شود، به این معنی که آیا هارمونی حاصل شده، همان موسیقی مورد نظر است. تمرین‌های متوالی تا زمانی که هارمونی مورد نظر ایجاد شود، ادامه می‌یابد. واضح است که نوازندگان در هر بار تمرین، سعی می‌کنند هارمونی بهتری نسبت به هارمونی پیشین از نظر زیبایی‌شناسی تولید کنند. جدول ۲ تشابه اجزای گروه موسیقی و الگوریتم جستجوی هارمونی را نشان می‌دهد. در ادامه جزییات الگوریتم MOHS برای حل مساله پیشنهادی شرح داده می‌شود.

جدول ۲. تشابه اصطلاحات الگوریتم جستجوی هارمونی و گروه موسیقی

| گروه موسیقی                               | الگوریتم جستجوی هارمونی |
|-------------------------------------------|-------------------------|
| نوازنده                                   | متغیر تصمیم             |
| نت                                        | مقدار متغیر تصمیم       |
| تنظیم گام                                 | دامنه متغیر تصمیم       |
| کل آهنگ (هارمونی حاصل شده در گروه موسیقی) | بردار جواب              |
| تمرین‌های متوالی نوازندگان                | تعداد تکرار             |
| بررسی زیبایی‌شناسی                        | بررسی تابع برازندگی     |

### ۳-۲-۱ تعیین مقادیر اولیه برای پارامترهای مساله و الگوریتم

در مرحله آغازین، دامنه مقادیر ممکن متغیرهای تصمیم مساله بهینه‌سازی و همچنین پارامترهای الگوریتم جستجوی هارمونی شامل اندازه حافظه هارمونی<sup>۱</sup> (HMS)، نرخ توجه به حافظه هارمونی<sup>۲</sup> (HMCR)، نرخ تغییر گام<sup>۳</sup> (PAR) و حداکثر تعداد مراحل ایجاد حافظه هارمونی<sup>۴</sup> (NI) تعیین می‌شود. تعداد بردارهای جواب در حافظه هارمونی با HMS مشخص می‌شود. احتمال استفاده از هر یک از اجزای حافظه هارمونی در ایجاد یک جواب جدید با HMCR مشخص و بر اساس آن متغیرهای مناسب در طول تکرارهای پیشین، همواره حفظ می‌شوند. احتمال تنظیم گام متغیر انتخاب شده با PAR و حداکثر تعداد تکرارهای ارزیابی تابع هدف با NI تعیین می‌شود.

### ۳-۲-۲ مقداردهی اولیه حافظه هارمونی

در الگوریتم جستجوی هارمونی، جهت حفظ جواب‌های پیشین از حافظه هارمونی استفاده می‌شود. حافظه هارمونی محلی برای ذخیره همه بردارهای جواب است و با جواب‌های شدنی تصادفی پر می‌شود. حافظه هارمونی به صورت زیر نشان داده می‌شود:

<sup>۱</sup> Harmony Memory Size

<sup>۲</sup> Harmony Memory Considering Rate

<sup>۳</sup> Pitch Adjustment Rate

<sup>۴</sup> Number of improvisations

$$HM = \begin{pmatrix} X_1^1 & X_2^1 & \dots & X_{N-1}^1 & X_N^1 \\ X_1^2 & X_2^2 & \dots & X_{N-1}^2 & X_N^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ X_1^{HMS-1} & X_2^{HMS-1} & \dots & X_{N-1}^{HMS-1} & X_N^{HMS-1} \\ X_1^{HMS} & X_2^{HMS} & \dots & X_{N-1}^{HMS} & X_N^{HMS} \end{pmatrix} \quad (18)$$

### ۳-۲-۳ ایجاد یک هارمونی جدید

بردار هارمونی جدید،  $X' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_N)$ ، بر مبنای سه قاعده؛ یعنی انتخاب متغیرها از حافظه قبلی، تنظیم گام و انتخاب تصادفی ایجاد می‌شود. در خصوص قاعده انتخاب متغیرها از حافظه قبلی، می‌توان گفت همان طور که در یک گروه موسیقی، هر نوازنده می‌تواند نت‌های مناسب اجرا شده در طول تمرین‌های گذشته را دوباره اجرا کند، در الگوریتم جستجوی هارمونی نیز یک متغیر می‌تواند مقدار مناسب اختیار شده گذشته موجود در حافظه هارمونی را انتخاب نماید. احتمال انتخاب متغیرها از حافظه هارمونی، HMCR، همواره عددی بین صفر و یک است. اگر HMCR خیلی کوچک و نزدیک به صفر انتخاب شود، همگرایی الگوریتم به کندی صورت می‌گیرد و اگر خیلی بزرگ و نزدیک به یک باشد، جواب‌های خوبی حاصل نمی‌شود.

در یک گروه موسیقی، یک نوازنده می‌تواند نت‌های اجرا شده در تمرین‌های پیشین را با تغییرات جزئی اجرا کند. در موسیقی، این عمل را تنظیم گام می‌نامند. در الگوریتم جستجوی هارمونی نیز، یک متغیر می‌تواند با احتمال PAR، مقادیر انتخاب شده از طریق پارامتر HMCR را اندکی تغییر دهد. مقدار PAR همواره عددی بین صفر و یک است. کوچک بودن PAR باعث کندی در همگرایی می‌شود؛ زیرا به موجب آن زیرفضاهای کوچکی از کل فضای جواب بررسی می‌شود. از طرفی، بزرگ بودن PAR باعث می‌شود که الگوریتم جستجو بیش‌تر به صورت تصادفی عمل کند. در الگوریتم پیشنهادی برای اجرای قاعده تنظیم گام، دو قسمت از بردار جواب موجود در حافظه هارمونی با احتمال PAR، انتخاب و سپس مکان آن‌ها با هم تعویض می‌شود.

دوباره قاعده انتخاب تصادفی، می‌توان گفت همان طور که در یک گروه موسیقی، یک نوازنده می‌تواند به صورت تصادفی نت‌هایی را اجرا کند، در الگوریتم جستجوی هارمونی نیز یک متغیر می‌تواند مقادیری را به صورت تصادفی برگزیند. انتخاب تصادفی برای افزایش تنوع جواب‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. PAR نیز نقش مشابهی را ایفا می‌کند؛ اما توسط یک فضای معین محدود شده است و این امر، الگوریتم را به سمت جستجوی محلی و گیر افتادن در جواب‌های بهینه محلی هدایت می‌کند؛ اما با استفاده از انتخاب تصادفی، الگوریتم به سمت یافتن جواب بهینه سراسری هدایت می‌شود [۳۰].

### ۳-۲-۴ به هنگام سازی حافظه هارمونی

نظر به این که مساله پیشنهادی در زمره مسایل بهینه سازی چندهدفه قرار می گیرد، به هنگام سازی حافظه هارمونی با مسایل تک هدفه متفاوت خواهد بود. بر اساس رویکرد پیشنهاد شده توسط سیواسابرامانی و اسوراپ [۳۱] از دسته بندی نامغلوب و فاصله ازدحام برای یافتن جواب های بهینه پارتو استفاده می شود. در این گام حافظه هارمونی جدید با حافظه هارمونی موجود ترکیب می شود تا یک بردار جواب با  $HMS \times 2$  حاصل شود. با عملگر دسته بندی نامغلوب، هر جواب بر اساس سطح نامغلوب بودن رتبه بندی می شود. رتبه یک به بهترین سطح نامغلوب و رتبه ۲ به بهترین سطح نامغلوب بعدی تخصیص می یابد و این روند ادامه پیدا می کند تا همه جواب ها رتبه بندی شوند. برای تشکیل بهترین حافظه هارمونی با اندازه HMS دو جواب بر اساس رتبه با هم مقایسه می شوند و جواب با رتبه پایین تر (بهتر) انتخاب خواهد شد. در صورت برابری رتبه جواب ها از معیار فاصله ازدحام استفاده می شود. معیار فاصله ازدحام برای حفظ تنوع جواب در بین جواب های با رتبه یکسان استفاده می شود و بر اساس آن میزان نزدیکی یک جواب به جواب های همسایه به صورت زیر اندازه گیری خواهد شد:

$$CD_i = \frac{1}{N_{obj}} \sum_{g=1}^{N_{obj}} |f_{i+1}^g - f_{i-1}^g| \quad (19)$$

در این رابطه،  $CD_i$  فاصله ازدحام برای  $i$  امین جواب،  $N_{obj}$  تعداد اهداف،  $f_{i+1}^g$  مقدار  $g$  امین تابع هدف  $(i+1)$  امین جواب،  $f_{i-1}^g$  مقدار  $g$  امین تابع هدف  $(i-1)$  امین جواب و  $(i+1)$  و  $(i-1)$  نزدیک ترین جواب های همسایگی جواب  $i$  هستند. نظر به این که فاصله ازدحام بالاتر منجر به تنوع بهتری در جمعیت می شود، جواب بدتر بر اساس فاصله ازدحام از حافظه هارمونی حذف خواهد شد تا تعداد جواب های نامغلوب از HMS فراتر نرود.

### ۳-۲-۵ بررسی معیار توقف الگوریتم

برای توقف الگوریتم های حل می توان از چندین معیار توقف نظیر توقف بعد از تعداد تکرارهای مشخص، توقف بعد از سپری شدن یک مدت زمان مشخص و توقف بعد از اجرای تعداد مشخصی از تکرارها که به موجب آن هیچ بهبودی در بهترین جواب حاصل نشود، استفاده کرد. در الگوریتم پیشنهادی از تعداد تکرارهای مشخص برای توقف الگوریتم استفاده شده است، بدین ترتیب زمانی که شرط توقف الگوریتم برآورده شود، الگوریتم جستجوی هارمونی متوقف می شود. در غیر این صورت بخش های ۳-۲-۳ و ۳-۲-۴ تکرار خواهند شد.

### ۳-۳ الگوریتم NSGA-II

الگوریتم NSGA-II از مشهورترین و پرکاربردترین الگوریتم های بهینه سازی چندهدفه برای حل محدوده وسیعی از مسایل بهینه سازی ترکیبی است که نخستین بار توسط دب و همکاران [۳۲] در سال ۲۰۰۲ پیشنهاد شد. این الگوریتم با اضافه کردن دو عملگر رتبه بندی نامغلوب و فاصله ازدحام به الگوریتم ژنتیک تک هدفه معمولی حاصل شده است. در ادامه جزئیات الگوریتم در حل مساله پیشنهادی تشریح می شود.

### ۳-۳-۱ کد گذاری

نخستین گام الگوریتم، کدگذاری مجموعه‌ای از پارامترها با عنوان ژن و اتصال آن‌ها به هم برای ایجاد یک رشته از کروموزوم‌ها است. در ساختار مدل، متغیرهای تصمیم شامل متغیرهای  $x_{ij}$  و  $y_j$  است؛ بنابراین کروموزوم به صورت یک رشته با طولی معادل با تعداد گره‌های شبکه به صورت  $m+n$  تعریف می‌شود که  $m$  رشته اول به صورت یک رشته دودویی تعیین‌کننده استقرار تسهیلات در یک مکان مشخص است و  $n$  رشته بعدی مربوط به متغیر  $x_{ij}$  است و بر اساس آن تعیین می‌شود که مشتری کدام تسهیل را برای دریافت خدمت انتخاب می‌کند.

### ۳-۳-۲ تولید جمعیت اولیه

در این گام، به صورت تصادفی جمعیت اولیه تولید و مقدار تابع هدف برای هر یک از جواب‌ها محاسبه می‌شود.

### ۳-۳-۳ عملگر انتخاب

عملگر انتخاب برای گزینش بهترین جواب‌ها در تولید جمعیت جدید استفاده می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی از انتخاب مسابقه‌ای استفاده شده است که هدف آن تقلید رقابت بین افراد جمعیت و با مقدار ۲ به عنوان اندازه مسابقه است. در این روش دو کروموزوم از جمعیت بر اساس معیار نامغلوب بودن و فاصله ازدحام انتخاب می‌شوند. بدین ترتیب که ابتدا نامغلوب بودن جواب‌ها بر اساس رتبه آن‌ها بررسی و کروموزوم با رتبه بهتر انتخاب می‌شود و در صورت برابری رتبه کروموزوم‌ها، کروموزوم با فاصله ازدحام بالاتر انتخاب خواهد شد.

### ۳-۳-۴ عملگر تقاطع

با اعمال عملگر تقاطع، دو نوزاد با ترکیب ساختار کروموزوم‌های والدین ایجاد می‌شوند. در الگوریتم پیشنهادی از عملگر تقاطع دونه‌ای استفاده شده است که در آن دو نقطه به عنوان نقاط برش در طول کروموزوم‌های والدین انتخاب و کروموزوم‌ها از آن نقاط به سه بخش تقسیم می‌شوند. دو کروموزوم جدید با تعویض بخش‌های اول و دوم و حفظ بخش سوم به صورت قبلی حاصل خواهد شد. عملگر تقاطع با نرخ تقاطع  $p_c$  انجام می‌شود که بر اساس آن نسبت تعداد نوزادان تولید شده در هر نسل نسبت به اندازه جمعیت اصلی تعیین خواهد شد.

### ۳-۳-۵ عملگر جهش

برای ایجاد تغییرات تصادفی در کروموزوم‌ها و دور افتادن از نقطه بهینه محلی از عملگر جهش استفاده می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی از عملگر جهش جاگذاری استفاده شده است، بدین ترتیب یک ژن به صورت تصادفی انتخاب و مکان آن تعویض می‌شود. عملگر جهش با نرخ جهش  $p_m$  انجام و بر اساس آن درصدی از کل تعداد ژن‌های موجود در کروموزوم‌ها که تغییر می‌یابند، تعیین می‌شود.

### ۳-۳-۶ ترکیب جمعیت نوزادان و والدین

اگر جمعیت والدین در هر نسل  $P_t$ ، جمعیت نوزادان به وجود آمده در هر نسل  $Q_t$  باشد، آن گاه مقدار  $P_t$  و  $Q_t$  با هم ترکیب می شود تا یک جمعیت جدید  $R_t = P_t + Q_t$  به وجود آید. اگر اندازه جمعیت قبلی  $N$  باشد، اندازه جمعیت جدید  $2N$  خواهد شد. همه کروموزوم های  $R_t$  که شامل جمعیت والدین و نوزادان است، با هم مقایسه و تنها  $N$  کروموزوم برتر بر مبنای نامغلوب بودن و فاصله ازدحام به نسل بعد منتقل خواهند شد. بدین ترتیب جمعیت جدید والدین نسل بعدی،  $P_{t+1}$ ، با حذف جواب های بدون کیفیت به دست می آید.

### ۳-۳-۷ توقف

مشابه الگوریتم MOHS، الگوریتم NSGA-II پس از اجرای تعداد مشخصی تکرار متوقف خواهد شد.

### ۴ معیارهای ارزیابی عملکرد

برای ارزیابی الگوریتم های چندهدفه در ادبیات موضوع چندین معیار ارزیابی عملکرد وجود دارد که در ادامه به تشریح آن ها پرداخته می شود.

#### ۴-۱ تعداد جواب های بهینه پارتو

تعداد جواب های بهینه در مجموعه جواب بهینه پارتو با معیار NOS اندازه گیری می شود. مقادیر بالاتر NOS، نشان دهنده مطلوبیت بالای جواب های به دست آمده است و بر اساس آن ها الگوریتم حل همگرایی بیش تری در اطراف مجموعه جواب بهینه پارتو خواهد داشت.

#### ۴-۲ نرخ خطا

معیار نرخ خطا،  $ER$ ، میزان عدم همگرایی الگوریتم حل را به مجموعه جواب بهینه پارتو به صورت زیر اندازه گیری می کند:

$$ER = \frac{\sum_{t=1}^N e_t}{N} \quad (20)$$

در رابطه بالا،  $N$  تعداد جواب ها در مجموعه جواب و  $e_t$  یک متغیر دودویی است و اگر جواب متعلق به مجموعه جواب پارتو باشد، برابر صفر و در غیر این صورت مقدار یک را اختیار خواهد کرد. مقادیر نرخ خطای نزدیک به صفر، مطلوبیت بالاتری خواهند داشت از آن جا که همگرایی جواب در اطراف مجموعه جواب پارتو بیش تر خواهد بود [۲۷].

#### ۴-۳ فاصله نسل

فاصله بین مجموعه جواب بهینه پارتو و جواب‌های دیگر با استفاده از معیار فاصله نسل<sup>۱</sup>،  $GD$ ، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$GD = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N} \quad (21)$$

در رابطه بالا  $d_i$  فاصله بین توابع هدف جواب‌ها و مجموعه جواب بهینه پارتو را با استفاده از رابطه زیر اندازه‌گیری می‌کند:

$$d_i = \min_{p \in PF} \left( \sqrt{\sum_{k=1}^m (f_k^i - f_k^p)^2} \right) \quad (22)$$

در این رابطه  $f_k^i$  مقدار تابع هدف  $i$ امین جواب و  $f_k^p$  مقدار تابع هدف جواب متعلق به مجموعه جواب بهینه پارتو،  $m$  تعداد توابع هدف و  $PF$  مجموعه جواب بهینه پارتو را مشخص می‌کند [۳۳].

#### ۴-۴ معیار فاصله گذاری

معیار فاصله گذاری<sup>۲</sup>،  $SM$ ، یکنواختی گستره نقاط در مجموعه جواب را با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌کند:

$$SM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d})^2}{N - 1}} \quad (23)$$

در رابطه بالا،  $\bar{d}$  میانگین مقادیر  $d_i$  است و  $d_i$  نیز با استفاده از رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود. مقدار کم‌تر  $SM$ ، نشان‌دهنده یکنواختی بیش‌تر گستره نقاط در مجموعه جواب است [۲۷].

#### ۴-۵ معیار تنوع

معیار تنوع<sup>۳</sup>،  $DM$ ، تنوع مجموعه جواب را به صورت زیر محاسبه می‌کند:

$$DM = \left[ \sum_{i=1}^N \max(\|x_i - y_i\|) \right]^{\frac{1}{N}} \quad (24)$$

در رابطه بالا،  $\|x_i - y_i\|$  فاصله اقلیدسی بین جواب نامغلوب  $x_i$  و جواب نامغلوب  $y_i$  است [۲۷].

<sup>1</sup>.Generational Distance

<sup>2</sup>.Spacing Metric

<sup>3</sup>.Diversification Metric

## ۵ تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی با استفاده از روش تاگوچی

عملکرد الگوریتم‌های حل به میزان قابل ملاحظه‌ای به انتخاب مناسب پارامترها وابسته است. برای تنظیم پارامترها از روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی استفاده شده است که امکان بررسی عوامل اصلی و برهم کنش آن‌ها را به صورت همزمان فراهم می‌کند و قادر به بررسی و رتبه‌بندی عوامل قابل کنترل است. با به کارگیری روش تاگوچی، تعداد بررسی‌های تحلیلی لازم به صورت قابل توجهی کاهش می‌یابد و به موجب آن زمان کلی آزمایش و هزینه‌های آن کمینه می‌شود. هدف روش طراحی آزمایش‌ها، کمینه نمودن تغییرات در متغیر پاسخ و تعیین سطح بهینه عوامل قابل کنترل است. بر این اساس از یک نسبت تحت عنوان نسبت سیگنال به اغتشاش  $(S/N)^1$  به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$S/N = -10 \log \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) \quad (25)$$

در رابطه بالا  $n$  تعداد آرایه‌های متعامد و  $y$  مقدار پاسخ را نشان می‌دهد. با توجه به این که مقادیر بزرگ تر  $S/N$  میزان عملکرد فرآیند را افزایش می‌دهند، می‌توان طراحی آزمایش‌ها را به عنوان یک فرآیند بهینه‌سازی با تابع هدف بیشینه نمودن  $S/N$  در نظر گرفت [۳۴-۳۷].

در این مقاله برای مدل‌سازی انحرافات از پاسخ کوچک‌تر - بهتر<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. نظر به این که در مساله پیشنهادی دو تابع هدف از نوع کمینه‌سازی و بیشینه‌سازی است، برای تنظیم پارامترها، تابع هدف بیشینه‌سازی به یک تابع کمینه‌سازی تبدیل و مقدار متغیر  $y$  بر اساس تابع هدف محاسبه می‌شود. در جدول ۳ و ۴ پارامترهای قابل کنترل الگوریتم‌های پیشنهادی و سطوح آن‌ها نشان داده شده است. بر اساس این سطوح با استفاده از نرم‌افزار Minitab، برای هر دو الگوریتم طرح  $L9$  انتخاب شده است. شکل (۱) نرخ  $S/N$  را برای هر دو الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد. با توجه به این که بالاترین نسبت  $S/N$  تعیین‌کننده حالت بهینه است، سطوح بهینه الگوریتم‌ها در جداول ۳ و ۴ نشان داده شده است.

جدول ۳. تنظیم پارامترهای الگوریتم MOHS

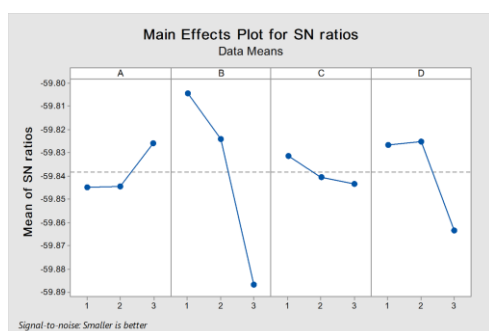
| پارامتر                   | نماد | سطوح  |       |       | مقادیر انتخابی |
|---------------------------|------|-------|-------|-------|----------------|
|                           |      | سطح ۱ | سطح ۲ | سطح ۳ |                |
| اندازه حافظه هارمونی      | A    | ۲۰    | ۳۰    | ۵۰    | ۵۰             |
| نرخ توجه به حافظه هارمونی | B    | ۰/۷۵  | ۰/۸۵  | ۰/۹۵  | ۰/۷۵           |
| نرخ تغییر گام             | C    | ۰/۳   | ۰/۴   | ۰/۵   | ۰/۳            |
| حداکثر تعداد تکرار        | D    | ۱۰۰   | ۲۰۰   | ۳۰۰   | ۲۰۰            |

<sup>۱</sup>.signal-to-noise ratio

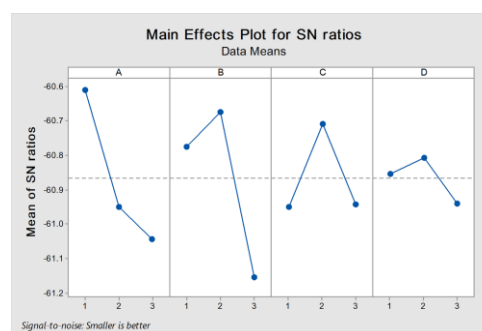
<sup>۲</sup>.smaller-the- better

جدول ۴. تنظیم پارامترهای الگوریتم NSGA-II

| پارامتر            | نماد | سطوح  |       |       | مقادیر انتخابی |
|--------------------|------|-------|-------|-------|----------------|
|                    |      | سطح ۱ | سطح ۲ | سطح ۳ |                |
| اندازه جمعیت       | A    | ۱۰۰   | ۱۵۰   | ۲۰۰   | ۱۰۰            |
| نرخ تقاطع          | B    | ۰/۶   | ۰/۸   | ۰/۹۵  | ۰/۸            |
| نرخ جهش            | C    | ۰/۰۱  | ۰/۱   | ۰/۲   | ۰/۱            |
| حداکثر تعداد تکرار | D    | ۱۰۰   | ۲۰۰   | ۳۰۰   | ۲۰۰            |



ب) الگوریتم MOHS



الف) الگوریتم NSGA-II

شکل ۱. نمودار نرخ  $S/N$  برای الگوریتم‌های حل

## ۶ نتایج عددی

در این بخش، مثال‌های عددی برای بررسی کارایی مدل پیشنهادی و مقایسه عملکرد الگوریتم‌های MOHS و NSGA-II ارائه شده است. برای ارزیابی مدل، از ۲۰ مساله با تعداد مشتریان و تعداد گره‌های داوطلب متفاوت برای استقرار تسهیلات استفاده شده است. زمان سفر بین مشتریان و تسهیلات مقارن و در فاصله [۲، ۰] ساعت است. هزینه ثابت استقرار تسهیلات به صورت یکنواخت از بازه [۶۰۰، ۱۰۰] انتخاب شده است. هزینه خدمت تسهیلات دارای توزیع یکنواخت در بازه [۳۰۰، ۱۰۰] است. سطح خدمت تسهیلات بین ۰/۸ تا ۰/۹۵ و کیفیت خدمت تسهیلات بین ۱ و ۱۰ متغیر است. ظرفیت تسهیلات به صورت یکنواخت از بازه [۵۰۰۰، ۱۰۰۰] انتخاب شده است. میانگین تقاضای مشتریان بین ۵۰ و ۱۰۰ متغیر است. کدنویسی الگوریتم‌های پیشنهادی در محیط MATLAB 6 انجام شده است. جدول ۵ نتایج عددی در مسایل با اندازه‌های متفاوت را نشان می‌دهد. در این جدول  $f_1$  و  $f_2$  به ترتیب مقادیر تابع هدف اول و دوم را نشان می‌دهند. بر اساس این جدول، میزان جذب تقاضا و هزینه‌های ثابت استقرار با افزایش تعداد گره‌های داوطلب برای استقرار تسهیلات و افزایش تعداد مشتریان افزایش می‌یابد؛ در این خصوص باید بیان نمود که با توجه به محدودیت ظرفیتی تسهیلات، با افزایش تعداد مشتریان تعداد تسهیلات بیش‌تری برای برآورده نمودن تقاضای آن‌ها لازم است و این عامل باعث افزایش هزینه ثابت استقرار می‌شود. با این وجود الگوریتم‌های حل از بین گره‌های داوطلب نقاطی را جهت استقرار تسهیلات



انتخاب خواهند کرد که منجر به بیشترین افزایش در جذب تقاضا و کمترین افزایش در هزینه ثابت استقرار شود.

جدول ۵. نتایج عددی بر اساس مسایل با اندازه‌های متفاوت

| مساله | تعداد گره‌های داوطلب | تعداد نقاط تقاضا | MOHS     |       | NSGA-II  |       |
|-------|----------------------|------------------|----------|-------|----------|-------|
|       |                      |                  | $f_1$    | $f_2$ | $f_1$    | $f_2$ |
| ۱     | ۹                    | ۱۵               | ۴۴/۵۶۰۱  | ۱۰۲۱  | ۴۲/۲۳۶۶  | ۱۱۱۲  |
| ۲     | ۱۱                   | ۲۰               | ۶۴/۶۹۶۱  | ۱۳۱۲  | ۶۱/۷۴۲۶  | ۱۴۶۱  |
| ۳     | ۱۵                   | ۳۰               | ۷۸/۷۷۶۵  | ۲۳۸۰  | ۷۶/۷۹۱۴  | ۲۴۰۲  |
| ۴     | ۱۷                   | ۴۲               | ۱۲۰/۴۳۶۷ | ۳۰۶۷  | ۱۱۸/۱۷۴۲ | ۳۰۸۳  |
| ۵     | ۲۰                   | ۵۵               | ۱۷۸/۲۷۲۰ | ۴۳۶۰  | ۱۷۵/۹۳۹۵ | ۴۴۴۵  |
| ۶     | ۲۴                   | ۶۲               | ۱۹۹/۵۴۲۱ | ۵۳۲۱  | ۱۹۶/۸۰۹۹ | ۵۴۱۴  |
| ۷     | ۳۰                   | ۷۵               | ۲۵۰/۴۲۱۷ | ۶۱۲۹  | ۲۴۲/۱۰۷۵ | ۶۲۲۶  |
| ۸     | ۳۵                   | ۸۲               | ۲۷۸/۹۷۴۸ | ۶۵۴۶  | ۲۶۶/۹۸۸۸ | ۶۶۸۴  |
| ۹     | ۴۰                   | ۹۰               | ۲۹۷/۹۶۳۴ | ۷۰۳۹  | ۲۸۶/۰۵۶۸ | ۷۴۲۲  |
| ۱۰    | ۴۶                   | ۱۰۲              | ۳۲۹/۲۵۴۲ | ۸۵۹۷  | ۳۲۵/۹۵۰۷ | ۸۶۱۱  |
| ۱۱    | ۵۰                   | ۱۱۵              | ۳۵۰/۹۳۱۸ | ۱۰۰۸۶ | ۳۴۵/۰۲۶۶ | ۱۰۱۹۶ |
| ۱۲    | ۶۲                   | ۱۲۴              | ۳۷۴/۳۲۴۵ | ۱۱۰۷۵ | ۳۶۹/۰۱۸۲ | ۱۱۱۲۹ |
| ۱۳    | ۶۸                   | ۱۳۰              | ۳۹۹/۷۶۶۰ | ۱۳۱۰۷ | ۳۸۰/۰۳۰۲ | ۱۳۴۳۳ |
| ۱۴    | ۷۵                   | ۱۴۲              | ۴۲۶/۷۵۳۱ | ۱۴۱۷۴ | ۴۱۳/۳۹۵۳ | ۱۴۲۲۰ |
| ۱۵    | ۸۳                   | ۱۵۰              | ۴۴۰/۷۶۴۱ | ۱۵۳۲۹ | ۴۳۸/۲۴۱۲ | ۱۵۸۹۷ |
| ۱۶    | ۹۰                   | ۱۶۲              | ۴۶۵/۴۹۲۷ | ۱۷۳۵۹ | ۴۵۹/۱۳۱۷ | ۱۷۴۶۷ |
| ۱۷    | ۹۵                   | ۱۷۰              | ۴۶۸/۴۴۷۰ | ۱۸۳۶۶ | ۴۷۷/۸۴۴۰ | ۱۸۴۸۰ |
| ۱۸    | ۱۰۲                  | ۱۸۰              | ۵۱۹/۵۶۷۱ | ۱۹۶۵۲ | ۵۱۱/۸۱۶۵ | ۲۰۰۰۵ |
| ۱۹    | ۱۱۰                  | ۱۹۲              | ۵۷۰/۵۱۲۸ | ۲۱۲۸۸ | ۵۵۷/۲۲۹۱ | ۲۱۳۶۵ |
| ۲۰    | ۱۲۰                  | ۲۰۰              | ۵۹۴/۴۳۱۳ | ۲۴۳۸۶ | ۵۸۹/۴۹۹۹ | ۲۴۹۳۱ |

جدول ۶ مقایسه معیارهای عملکرد دقت جواب‌ها برای مسایل با اندازه‌های مختلف را نشان می‌دهد. شایان ذکر است که این مقادیر بر اساس ۲۰ بار اجرای الگوریتم‌های حل در هر یک از مسایل نمونه محاسبه شده است. بر اساس نتایج گزارش شده در آخرین سطر این جدول، میانگین تعداد جواب‌های بهینه پارتو در NSGA-II بیش‌تر از الگوریتم MOHS است. میانگین معیار نرخ خطا در الگوریتم MOHS در مقایسه با NSGA-II کم‌تر و در نتیجه میزان عدم همگرایی به مجموعه جواب بهینه پارتو در الگوریتم MOHS نیز کم‌تر است. همچنین میانگین معیار GD در الگوریتم MOHS کم‌تر از NSGA-II است و این نتیجه بیان می‌کند که فاصله بین مجموعه جواب بهینه پارتو و مجموعه جواب ایجاد شده با روش الگوریتم MOHS کم‌تر است.

جدول ۶. مقایسه معیارهای دقت الگوریتم‌های حل

| مساله   | MOHS   |        |       | NSGA-II |        |       |
|---------|--------|--------|-------|---------|--------|-------|
|         | ER     | GD     | NOS   | ER      | GD     | NOS   |
| ۱       | ۰/۰۰۵۰ | ۰/۴۵۱۱ | ۷/۸۰  | ۰/۰۳۲۷  | ۰/۵۱۴۳ | ۸/۹۰  |
| ۲       | ۰/۰۸۱۰ | ۰/۳۷۳۲ | ۶/۴۰  | ۰/۱۲۱۵  | ۰/۳۹۱۲ | ۱۱/۳۰ |
| ۳       | ۰/۱۸۰۲ | ۰/۵۳۱۲ | ۹/۸۰  | ۰/۱۹۳۵  | ۰/۵۴۳۸ | ۱۲/۶۰ |
| ۴       | ۰/۲۱۲۵ | ۰/۲۳۱۴ | ۷/۳۰  | ۰/۲۲۸۷  | ۰/۲۵۰۱ | ۱۰/۴۰ |
| ۵       | ۰/۱۴۲۳ | ۰/۵۹۲۴ | ۸/۵۰  | ۰/۲۹۹۴  | ۰/۶۰۶۳ | ۱۰/۸۰ |
| ۶       | ۰/۱۰۳۴ | ۰/۲۸۶۵ | ۱۰/۳۰ | ۰/۲۰۵۳  | ۰/۳۲۱۵ | ۱۲/۷۰ |
| ۷       | ۰/۰۷۱۲ | ۰/۳۷۷۶ | ۱۲/۲۰ | ۰/۱۵۲۳  | ۰/۴۶۱۷ | ۱۴/۳۰ |
| ۸       | ۰/۲۳۹۷ | ۰/۵۹۵۱ | ۹/۱۰  | ۰/۲۴۱۶  | ۰/۶۱۳۹ | ۱۵/۸۰ |
| ۹       | ۰/۲۵۵۶ | ۰/۵۵۴۳ | ۱۰/۸۰ | ۰/۲۱۸۹  | ۰/۵۶۵۴ | ۱۱/۲۰ |
| ۱۰      | ۰/۱۱۱۲ | ۰/۱۶۵۷ | ۱۲/۴۰ | ۰/۱۹۴۳  | ۰/۳۵۷۶ | ۱۵/۶۰ |
| ۱۱      | ۰/۱۳۰۹ | ۰/۳۱۹۸ | ۷/۹۰  | ۰/۲۲۶۷  | ۰/۴۴۴۲ | ۱۰/۱۰ |
| ۱۲      | ۰/۱۷۷۸ | ۰/۱۹۱۴ | ۱۵/۹۰ | ۰/۱۶۵۴  | ۰/۳۸۵۴ | ۱۷/۳۰ |
| ۱۳      | ۰/۲۱۳۴ | ۰/۴۳۲۳ | ۱۳/۸۰ | ۰/۱۹۳۶  | ۰/۵۶۱۳ | ۱۹/۴۰ |
| ۱۴      | ۰/۱۱۲۵ | ۰/۳۷۷۶ | ۱۱/۲۰ | ۰/۲۵۷۶  | ۰/۴۱۸۶ | ۱۴/۵۰ |
| ۱۵      | ۰/۱۹۶۷ | ۰/۲۹۵۴ | ۱۹/۳۰ | ۰/۲۱۹۷  | ۰/۳۵۴۴ | ۲۲/۷۰ |
| ۱۶      | ۰/۱۳۵۴ | ۰/۶۱۸۷ | ۱۶/۴۰ | ۰/۱۴۶۴  | ۰/۶۵۸۶ | ۱۸/۵۰ |
| ۱۷      | ۰/۲۳۱۴ | ۰/۴۷۰۹ | ۱۹/۷۰ | ۰/۲۱۳۵  | ۰/۳۹۳۷ | ۲۱/۴۰ |
| ۱۸      | ۰/۰۴۱۰ | ۰/۳۷۵۶ | ۲۱/۴۰ | ۰/۱۶۱۲  | ۰/۳۸۱۲ | ۲۵/۷۰ |
| ۱۹      | ۰/۲۷۰۹ | ۰/۳۶۴۳ | ۱۵/۹۰ | ۰/۲۴۰۷  | ۰/۴۱۳۶ | ۱۸/۳۰ |
| ۲۰      | ۰/۱۹۰۹ | ۰/۲۹۲۸ | ۲۳/۳۰ | ۰/۱۹۴۸  | ۰/۲۹۶۳ | ۲۸/۹۰ |
| میانگین | ۰/۱۵۵۲ | ۰/۳۹۴۹ | ۱۲/۹۷ | ۰/۱۹۵۴  | ۰/۴۴۶۷ | ۱۶/۰۲ |

معیارهای تنوع جواب‌ها و زمان اجرای الگوریتم‌های پیشنهادی در مسایل با اندازه نمونه‌های متفاوت در جدول ۷ نشان داده شده است. بر اساس این جدول، می‌توان نتیجه‌گیری نمود که زمان اجرای الگوریتم‌های حل با افزایش تعداد گره‌های داوطلب برای استقرار تسهیلات جدید و همچنین با افزایش تعداد نقاط تقاضا افزایش می‌یابد. علاوه بر این، جدول ۷ نشان می‌دهد که زمان اجرای الگوریتم MOHS کم‌تر از NSGA-II است؛ زیرا الگوریتم NSGA-II برای یافتن جواب از مراحل و عملگرهای بیشتری استفاده می‌کند. بر اساس جدول ۷ همچنین مشخص می‌شود که الگوریتم MOHS دارای جواب‌های نامغلوب با مقادیر میانگین  $SM$  کم‌تری است؛ بنابراین جواب‌های نامغلوب به دست آمده با الگوریتم MOHS توزیع یکنواخت‌تری نسبت به جواب‌های NSGA-II دارد. میانگین معیار  $DM$  در الگوریتم MOHS در مقایسه با الگوریتم دیگر کم‌تر است و بنابراین الگوریتم MOHS دارای گستره کوچک‌تری است. بر اساس معیارهای زمان اجرا، دقت و تنوع جواب‌ها می‌توان نتیجه‌گیری نمود که الگوریتم MOHS در معیارهای  $ER$ ،  $GD$ ،  $SM$  و زمان اجرا بهتر از الگوریتم NSGA-II است اما بر اساس معیارهای  $NOS$  و  $DM$  الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری دارد.

جدول ۷. مقایسه معیارهای تنوع و زمان اجرای الگوریتم‌های حل

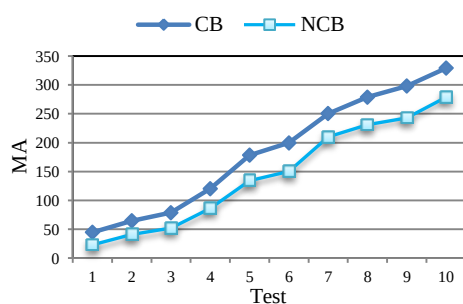
| مساله   | MOHS   |         |                   | NSGA-II |         |                   |
|---------|--------|---------|-------------------|---------|---------|-------------------|
|         | SM     | DM      | زمان اجرا (ثانیه) | SM      | DM      | زمان اجرا (ثانیه) |
| ۱       | ۰/۹۳۳۶ | ۴/۴۳۶۵  | ۲/۴۳۷۷            | ۱/۰۵۶۷  | ۶/۷۶۹۱  | ۴/۷۴۷۹            |
| ۲       | ۱/۸۶۵۱ | ۵/۷۰۵۱  | ۳/۴۹۷۱            | ۲/۴۳۱۷  | ۸/۶۷۳۶  | ۷/۸۲۱۷            |
| ۳       | ۱/۴۵۶۲ | ۷/۲۹۳۶  | ۵/۶۶۹۷            | ۲/۷۲۱۳  | ۹/۲۰۱۲  | ۹/۹۶۳۴            |
| ۴       | ۱/۹۸۰۶ | ۵/۸۰۱۲  | ۶/۷۲۷۴            | ۲/۹۸۰۷  | ۱۰/۸۰۶۸ | ۱۱/۱۲۳۳           |
| ۵       | ۱/۴۱۰۹ | ۶/۳۲۱۱  | ۸/۱۴۶۹            | ۲/۸۷۴۱  | ۱۲/۹۲۴۲ | ۱۴/۴۰۴۷           |
| ۶       | ۲/۳۱۲۷ | ۷/۹۳۴۵  | ۱۰/۲۵۳۵           | ۱/۱۶۳۰  | ۷/۸۶۷۵  | ۱۷/۶۸۲۵           |
| ۷       | ۱/۴۳۲۶ | ۹/۴۳۲۴  | ۱۳/۹۱۲۵           | ۳/۱۲۸۵  | ۱۳/۸۱۱۲ | ۲۱/۲۷۰۸           |
| ۸       | ۲/۷۶۱۲ | ۸/۹۷۴۷  | ۱۵/۷۴۰۱           | ۳/۱۵۰۹  | ۱۵/۶۷۰۳ | ۲۹/۷۳۰۲           |
| ۹       | ۱/۹۱۰۸ | ۱۰/۰۹۸۵ | ۱۸/۳۳۲۰           | ۲/۶۰۳۱  | ۱۴/۴۳۱۶ | ۳۷/۸۷۹۵           |
| ۱۰      | ۲/۷۶۵۰ | ۱۱/۱۴۱۲ | ۲۰/۸۵۰۲           | ۳/۸۷۱۳  | ۱۷/۶۴۴۷ | ۴۲/۸۹۴۹           |
| ۱۱      | ۳/۸۳۷۲ | ۱۴/۳۴۱۵ | ۲۵/۵۷۹۳           | ۳/۲۴۵۶  | ۱۹/۲۱۰۹ | ۵۷/۵۴۶۳           |
| ۱۲      | ۳/۲۳۶۵ | ۹/۵۴۷۴  | ۲۷/۸۷۲۱           | ۲/۰۱۷۶  | ۱۱/۹۷۷۵ | ۷۰/۸۴۲۹           |
| ۱۳      | ۲/۰۹۰۱ | ۱۲/۳۱۰۵ | ۳۳/۱۸۴۲           | ۲/۵۸۰۷  | ۱۴/۴۳۰۶ | ۱۰۶/۱۴۳۸          |
| ۱۴      | ۱/۸۷۶۹ | ۸/۰۲۷۸  | ۳۸/۰۷۵۵           | ۱/۹۸۱۳  | ۱۰/۷۶۷۳ | ۱۳۰/۸۴۸۳          |
| ۱۵      | ۲/۷۸۹۰ | ۱۴/۶۵۰۹ | ۵۱/۴۱۱۶           | ۳/۶۵۶۷  | ۱۸/۵۴۴۳ | ۱۴۸/۸۳۷۶          |
| ۱۶      | ۳/۲۴۳۵ | ۱۷/۰۶۴۰ | ۶۳/۶۱۲۹           | ۲/۵۳۱۱  | ۲۱/۸۴۵۹ | ۱۷۲/۷۷۱۵          |
| ۱۷      | ۳/۴۶۷۹ | ۸/۹۷۴۲  | ۷۶/۵۴۱۱           | ۲/۹۰۲۶  | ۱۳/۸۷۶۳ | ۱۸۷/۲۰۸۲          |
| ۱۸      | ۲/۹۱۷۸ | ۱۵/۰۵۶۴ | ۸۵/۱۷۸۵           | ۳/۶۱۳۵  | ۲۰/۶۱۴۵ | ۲۰۰/۵۵۱۹          |
| ۱۹      | ۳/۲۴۳۷ | ۱۳/۷۸۱۲ | ۹۷/۸۲۴۴           | ۳/۲۴۷۳  | ۱۶/۳۴۳۸ | ۲۲۷/۷۵۵۴          |
| ۲۰      | ۳/۶۴۳۱ | ۱۹/۳۶۴۰ | ۱۰۴/۱۷۳۶          | ۳/۸۵۸۰  | ۲۳/۴۳۶۳ | ۲۵۳/۸۲۶۴          |
| میانگین | ۲/۴۵۸۷ | ۱۰/۵۱۲۸ | ۳۵/۴۵۱۰           | ۲/۷۸۰۸  | ۱۴/۴۴۲۴ | ۸۷/۶۹۲۶           |

نتایج به صورت آماری با استفاده از آزمون  $t$  دو نمونه‌ای نیز ارزیابی شده است تا وجود یا عدم وجود تفاوت معنادار بین عملکرد الگوریتم‌های حل بر اساس معیارهای ارزیابی عملکرد بررسی شود. نتایج در جدول ۸ گزارش شده است. سطح اطمینان برای همه آزمایش‌ها ۹۵ درصد در نظر گرفته شده است. بر اساس نتایج می‌توان بیان کرد که شواهد کافی برای عدم پذیرش فرضیه برابری میانگین معیارهای  $ER$ ،  $GD$ ،  $SM$  و  $NOS$  به دست آمده با الگوریتم‌های حل وجود ندارد. همچنین می‌توان بیان نمود که شواهد کافی برای عدم پذیرش برابری میانگین معیارهای  $DM$  و زمان اجرا در الگوریتم‌های حل وجود دارد.

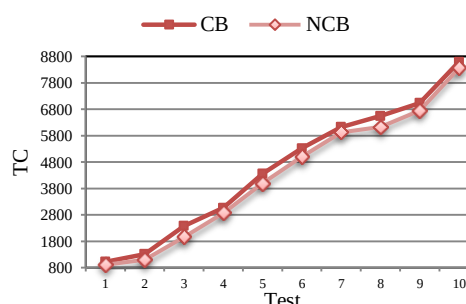
**جدول ۸.** نتایج آماری مقایسه الگوریتم‌های حل بر اساس معیارهای ارزیابی عملکرد

| معیار ارزیابی عملکرد | الگوریتم حل | Mean   | Standard deviation | P-value |
|----------------------|-------------|--------|--------------------|---------|
| ER                   | MOHS        | ۰/۱۵۵۲ | ۰/۰۷۳۶             | ۰/۰۶۱   |
|                      | NSGA-II     | ۰/۱۹۵۴ | ۰/۰۵۶۶             |         |
| GD                   | MOHS        | ۰/۳۹۵  | ۰/۱۳۵              | ۰/۱۹۸   |
|                      | NSGA-II     | ۰/۴۴۷  | ۰/۱۱۴              |         |
| NOS                  | MOHS        | ۱۲/۹۷  | ۵/۰۳               | ۰/۰۷۶   |
|                      | NSGA-II     | ۱۶/۰۲  | ۵/۵۱               |         |
| SM                   | MOHS        | ۲/۴۵۹  | ۰/۸۴۴              | ۰/۲۱۹   |
|                      | NSGA-II     | ۲/۷۸۱  | ۰/۷۸۳              |         |
| DM                   | MOHS        | ۱۰/۵۱  | ۴/۰۹               | ۰/۰۰۸   |
|                      | NSGA-II     | ۱۴/۴۴  | ۴/۷۴               |         |
| Time                 | MOHS        | ۳۵/۵   | ۳۲/۹               | ۰/۰۱۵   |
|                      | NSGA-II     | ۸۷/۷   | ۸۳/۳               |         |

برای تعیین میزان تاثیر ترجیحات مشتری بر سیستم، مدل پیشنهادی مقاله با در نظر گرفتن ترجیحات مشتری (CB) و بدون در نظر گرفتن آن (NCB) بررسی شده است. شکل (۲) تاثیر ترجیحات مشتری بر سیستم را در ۱۰ مساله ابتدایی موجود در جدول ۵ نشان می‌دهد. در این شکل،  $MA$  و  $TC$  به ترتیب میزان جذب تقاضا و هزینه سیستم را نشان می‌دهند. نظر به این که الگوریتم MOHS نسبت به الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری دارد، در این قسمت تنها نتایج الگوریتم MOHS گزارش شده است. همان طور که مشاهده می‌شود میزان جذب تقاضای مشتری در مدل پیشنهادی بسیار بیش‌تر از مدل بدون در نظر گرفتن ترجیحات مشتری است. همچنین در صورت بررسی ترجیحات مشتری در سیستم، هزینه‌های سیستم نسبت به حالت NCB اندکی افزایش خواهد یافت. با توجه به این که در مدل پیشنهادی، علاوه بر هزینه ثابت استقرار باید به ترجیحات مشتری بر اساس سه عامل کیفیت خدمت‌دهی، زمان سفر و هزینه خدمت تسهیلات توجه نمود؛ بنابراین تسهیل با کم‌ترین هزینه ثابت استقرار در این حالت لزوماً بهترین تسهیل برای استقرار نخواهد بود. در جدول ۹ تاثیر ترجیحات مشتری بر مکان تسهیلات نشان داده شده است. بر اساس این جدول مشخص می‌شود که تسهیلات انتخاب شده در صورت وجود ترجیحات مشتری بسیار متفاوت از تسهیلات انتخاب شده در صورت عدم وجود ترجیحات مشتری در مدل است.



ب) تاثیر ترجیحات مشتری بر میزان جذب تقاضا



الف) تاثیر ترجیحات مشتری بر هزینه سیستم

**شکل ۲.** تاثیر ترجیحات مشتری بر سیستم

جدول ۹. تاثیر ترجیحات مشتری بر مکان تسهیلات

| مساله | CB                     | NCB                    |
|-------|------------------------|------------------------|
| ۱     | ۱,۴,۵,۶                | ۳,۵,۶,۷                |
| ۲     | ۴,۵,۶,۷,۱۱             | ۳,۵,۶,۷,۱۱             |
| ۳     | ۱,۲,۴,۶,۷,۱۱           | ۱,۳,۵,۶,۸,۱۱           |
| ۴     | ۳,۴,۵,۶,۷,۱۶           | ۳,۴,۵,۶,۱۱,۱۶          |
| ۵     | ۱,۳,۶,۷,۸,۱۷           | ۳,۶,۷,۸,۱۱,۱۶          |
| ۶     | ۱,۵,۶,۷,۱۱,۱۷,۲۰       | ۴,۵,۶,۷,۱۱,۲۰,۲۴       |
| ۷     | ۱,۴,۵,۶,۷,۸,۱۱,۲۳      | ۳,۴,۵,۶,۷,۸,۱۱,۲۹      |
| ۸     | ۱,۴,۵,۶,۷,۱۱,۱۶,۳۲     | ۳,۴,۵,۶,۷,۸,۱۶,۳۵      |
| ۹     | ۴,۵,۶,۷,۱۱,۲۹,۳۴,۴۰    | ۳,۶,۷,۸,۱۱,۱۶,۳۵,۳۷    |
| ۱۰    | ۱,۵,۶,۷,۱۱,۱۶,۳۴,۴۲,۴۵ | ۴,۵,۶,۷,۱۱,۱۶,۲۴,۳۷,۴۴ |

نتایج عددی طراحان سیستم را قادر می‌سازد تا تصمیمات استراتژیک و عملیاتی مختلفی در طراحی و مدیریت شبکه‌های خدمت‌دهی از هر دو دیدگاه هزینه و میزان جذب تقاضا اتخاذ نمایند. با در نظر گرفتن عوامل مختلف موثر بر ترجیحات مشتری در مدل نظیر کیفیت تسهیلات خدمت‌دهی، زمان سفر و قیمت خدمت، مشتریان تسهیلات با جذابیت بالاتر را برای دریافت خدمت انتخاب می‌کنند و میزان جذب تقاضا در سیستم افزایش می‌یابد. بر اساس نتایج عددی مشخص شد که اگر تصمیمات مکان‌یابی تسهیلات و طراحی شبکه خدمت‌دهی با هدف افزایش میزان جذب تقاضا باشد، باید از ترجیحات مشتری در تصمیم‌گیری استفاده شود. در غیر این صورت هزینه‌های سیستم خدمت‌دهی کم‌تر از مقدار واقعی خواهد بود و تصمیمات استراتژیک مربوط به مکان تسهیلات به درستی اخذ نخواهد شد. همچنین مکان تسهیلات انتخاب شده در صورت بررسی ترجیحات مشتری در سیستم بسیار متفاوت از تسهیلات انتخاب شده در صورت عدم وجود آن است. باید توجه داشت که مکان‌یابی تسهیلات از تصمیمات استراتژیک هر سازمان به شمار می‌رود و تغییر زیرساخت‌های شبکه و استقرار تسهیلات جدید به دلیل هزینه بالا و پیچیدگی، در آینده امری بسیار دشوار است؛ بنابراین برای جذب تقاضای بیش‌تر و کسب مزایای رقابتی، باید از قبل در مورد استقرار تسهیلات با در نظر گرفتن ترجیحات مشتری تصمیمات مناسبی اتخاذ نمود. در غیر این صورت سودآوری، کارایی، کیفیت خدمات ارائه شده و عملکرد سیستم متحمل هزینه‌های غیرقابل جبرانی خواهد شد. همچنین، تنها بر مبنای هزینه سیستم خدمت‌دهی نمی‌توان تصمیم‌گیری نمود و باید میزان تقاضای پوشش یافته و دسترسی مشتریان به خدمات را نیز مورد توجه قرار داد. در این میان توجه به تنها یک تابع هدف کمینه‌سازی هزینه سیستم نمی‌تواند مطلوبیت بالایی برای مدیران صنایع فراهم کند و برای تضمین موفقیت و بقای سازمان در محیط کسب و کار رقابتی باید علاوه بر کمینه‌سازی هزینه سیستم، میزان جذب تقاضا را مورد بررسی قرار داد.

## ۷ نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل چندهدفه مکان‌یابی تسهیلات با اهداف بیشینه نمودن جذب تقاضا بر اساس ترجیحات مشتری و کمینه نمودن هزینه ثابت استقرار تسهیلات ارائه شد. در مدل پیشنهادی مشتریان بر اساس کیفیت، زمان سفر و هزینه خدمت هر یک از تسهیلات را برای دریافت خدمت انتخاب می‌کنند. از یک ظرفیت مشخص برای هر تسهیل جهت برآورده نمودن تقاضای مشتریان استفاده شد. در مدل پیشنهادی عدم قطعیت موجود در دنیای واقعی در تقاضای مشتریان لحاظ شد. برای مهار عدم قطعیت در تقاضای مشتریان از برنامه‌ریزی محدودیت شانس استفاده شد که به موجب آن برآورده نمودن تقاضای مشتریان با توجه به محدودیت ظرفیتی و با یک سطح خدمت مشخص تضمین می‌شود. با توجه به ماهیت NP-hard مساله پیشنهادی، از دو الگوریتم چندهدفه تکاملی با نام‌های الگوریتم MOHS و الگوریتم NSGA-II برای حل مدل استفاده شد. برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی از روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی استفاده شد. عملکرد الگوریتم‌های حل با استفاده از معیارهای مختلفی نظیر نرخ خطا، فاصله نسل، معیار فاصله‌گذاری، معیار تنوع، تعداد جواب‌های بهینه پارتو و زمان اجرا ارزیابی شد. برای بررسی وجود یا عدم وجود تفاوت معنادار بین عملکرد الگوریتم‌های حل از تجزیه و تحلیل آماری استفاده شد. بر اساس نتایج می‌توان بیان نمود که عملکرد الگوریتم MOHS در مجموع بهتر از الگوریتم NSGA-II است.

در این مقاله از کیفیت خدمات ارائه شده توسط سازمان، زمان سفر و هزینه خدمت به عنوان پارامترهای تاثیرگذار بر انتخاب مشتریان استفاده شد. در نظر گرفتن ترجیحات مشتری متناسب با زمان انتظار، سرعت خدمت‌دهی و سطح تکنولوژی مورد استفاده در ارائه خدمات می‌تواند به عنوان یک رویکرد برای تحقیقات آتی مطرح شود. در نظر گرفتن دیگر عدم قطعیت‌های محیطی نظیر زمان سفر و همچنین بررسی عدم قطعیت‌های سیستمی در پارامترهایی نظیر هزینه‌ها، ظرفیت سیستم و موارد دیگر برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود. کاربرد دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه برای حل مدل نیز می‌تواند به عنوان یک رویکرد برای تحقیقات آتی در نظر گرفته شود.

## منابع

- [۳۶] رجب‌پور صنعتی، س.، نعیمی صدیق، ع.، (۱۳۹۶). ارائه یک الگوریتم ابتکاری جدید برای حل مساله مکان‌یابی پوشش کلی. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، (۳) ۱۴، ۸۸-۶۹.
- [۳۷] محمودی راد، ع.، صانعی، م.، ملاعلیزاده زواردهی، ص.، (۱۳۹۴). الگوریتم فراابتکاری برای اندازه‌گیری کارایی مسایل ابعاد بزرگ در تحلیل پوششی داده‌ها. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، (۲) ۱۲، ۱۲۴-۱۰۹.
- [1] Zarrinpoor, N., Fallahnezhad, M.S., Pishvae, M.S., (2018). The design of a reliable and robust hierarchical health service network using an accelerated Benders decomposition algorithm. European Journal of Operational Research, 265 (3), 1013-1032.
- [2] Zarrinpoor, N., Seifbarghy, M., (2011). A competitive location model to obtain a specific market share while ranking facilities by shorter travel time. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 55(5-8), 807-816.
- [3] Boffey, B., Galvao, R., Espejo, L., (2007). A review of congestion models in the location of facilities with immobile servers. European Journal of Operational Research, 178(3), 643-662.

- [4] Ho, S.C., (2015). An iterated tabu search heuristic for the single source capacitated facility location problem. *Applied Soft Computing*, 27, 169–178.
- [5] Neebe, A.W., Rao, M.R., (1983). An algorithm for the fixed-charge assigning users to sources problem. *The Journal of the Operational Research Society*, 34 (11), 1107–1113.
- [6] Holmberg, K., Rönnqvist, M., Yuan, D., (1999). An exact algorithm for the capacitated facility location problems with single sourcing. *European Journal of Operation Research*, 113 (3), 544–559.
- [7] Wu, L., Zhanga, X., Zhan, J., (2006). Capacitated facility location problem with general setup cost. *Computers & Operations Research*, 33(5), 1226–1241.
- [8] Cortinhal, M.J., Captivo, M.E., (2003). Upper and lower bounds for the single source capacitated location problem. *European Journal of Operational Research*, 151(2), 333–351.
- [9] Wentges, P., (1996). Accelerating Benders decomposition for the capacitated facility location problem. *Mathematical Methods of Operations Research*, 44(2), 267–290.
- [10] Magnanti, T.L., Wong, R.T., (1981). Accelerating Benders decomposition: algorithmic enhancement and model selection criteria. *Operations Research*, 29(3), 464–484.
- [11] Fischetti, M., Ljubi, I., Sinnl, M., (2017). Benders decomposition without separability: a computational study for capacitated facility location problems. *European Journal of Operational Research*, 253 (3), 557–569.
- [12] Delmaire, H., Díaz, J.A., Fernández, E., Ortega, M., (1999). Comparing new heuristics for the pure integer capacitated plant location problem. *Investigacion Operativa*, 8 (1–3), 217–242.
- [13] Ahuja, R.K., Orlin, J.B., Pallottino, S., Scaparra, M.P., Scutellà, M.G., (2004). A multi-exchange heuristic for the single-source capacitated facility location problem. *Management Science*, 50(6), 749–760.
- [14] Irawan, C.A., Salhi, S., Luis, M., Azizi, N., (2017). The continuous single source location problem with capacity and zone-dependent fixed cost: models and solution approaches. *European Journal of Operational Research*, 263 (1), 94–107.
- [15] Tran, T.H., Scaparra, M.P., O’Hanley, J.R., (2017). A hypergraph multi-exchange heuristic for the single-source capacitated facility location problem. *European Journal of Operational Research*, 263 (1), 173–187.
- [16] Contreras, I.A., Díaz, J.A., (2008). Scatter search for the single source capacitated facility location problem. *Annals of Operations Research*, 157 (1), 73–89.
- [17] Chen, C.H., Ting, C.J., (2008). Combining lagrangian heuristic and ant colony system to solve the single source capacitated facility location problem. *Transportation Research part E: Logistics and Transportation Review*, 44 (6), 1099–1122.
- [18] Rahmani, A., MirHassani, S.A., (2014). A hybrid firefly-genetic algorithm for the capacitated facility location problem. *Information Sciences*, 283, 70–78.
- [19] Guastaroba, G., Speranza, M.G., (2014). A heuristic for BILP problems: The single source capacitated facility location problem. *European Journal of Operational Research*, 238(2), 438–450.
- [20] Ben-Tal, A., Nemirovski, A., (2000). Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical programming*, 88(3), 411–424.
- [21] Ho, C., (1989). Evaluating the impact of operating environments on MRP system nervousness. *International Journal of Production Research*, 27(7), 1115–1135.
- [22] Charnes, A., Cooper, W.W., (1959). Chance-constrained programming, *Management Science*, 6(1), 73–79.
- [23] Liu, B., (1999). *Uncertain Programming*, Wiley, New York.
- [24] Charles, V., Dutta, D., (2003). Bi-weighted multi-objective stochastic fractional programming problem with mixed constraints, in: R. Nadarajan, G. Arulmozhi(Eds.). *Proceedings of Second National Conference on Mathematical and Computational Models*, Allied Publishers, Chennai, 29–36.
- [25] Charnes, A., Cooper, W.W., (1963). Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints. *Operations Research* 11(1), 8–39.
- [26] Rahmati, S.H.A., Hajipour, V., Niaki, S.T.A., (2013). A soft-computing Pareto-based meta-heuristic algorithm for a multi-objective multi-server facility location problem. *Applied Soft Computing*, 13(4), 1728–1740.
- [27] Khalili-Damghani, K., Abtahi, A.R., Tavana, M., (2013). A new multi-objective particle swarm optimization method for solving reliability redundancy allocation problems. *Reliability Engineering and System Safety*, 111, 58–75.
- [28] Coello, C.A., Christiansen, A.D., (2000). Multi-objective optimization of trusses using genetic algorithms. *Computers & Structures*, 75(6), 647–660.

- [29] Geem, Z.W., Kim, J.H., Loganathan, G.V., (2001). A new heuristic optimization algorithm: harmony search. *Simulation*, 76, 60–68.
- [30] Taleizadeh A.A, Niaki, S.T.A., Nikousokhan, R., (2011). Constraint multiproduct joint-replenishment inventory control problem using uncertain programming. *Applied Soft Computing*, 11(8), 5143–5154.
- [31] Sivasubramani, S., Swarup, K.S., (2011). Multi-objective harmony search algorithm for optimal power flow problem. *Electrical Power and Energy Systems*, 33(3), 745–752.
- [32] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182–197.
- [33] Veldhuizen, D.V., (1999). Multi-objective evolutionary algorithms: Classifications, analyses, and new innovations. Ph.D. Thesis. Dayton, OH: Air Force Institute of Technology Report No. AFIT/DS/ENG/99-01.
- [34] Montgomery, D.C., (1995). *Design of Experiments*, New York.
- [35] Hong, C., (2012). Using the Taguchi method for effective market segmentation. *Expert systems with applications*, 39(5), 5451-5459.